

શાળાઓ તથા કોલેજોમાં ચલાવવાને, ટેવડું બુક તરીકે,  
આ પુસ્તક મંજૂર છે.

---

# નવી ભૂમિતિ

ભાગ ૧ લો



કર્તા. ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક

---

ક્રિમિન બાર આના

# ગુજરાત વિદ્યાપીઠ ગ્રંથાલય

[ ગુજરાતી કૉપીરાઈટ વિભાગ ]

અનુક્રમાંબ: ૬૭૮૩

વર્ગિક

પુસ્તકનું નામ નવા લક્ષ્મિતિ-૧

વિષય મેઝ્યુર : ૬૪૩ : ૩૬

**Sanctioned as a Text-book for Schools and Colleges.**

---

# **A NEW GEOMETRY**

**FOR GUJARATI SCHOOLS**

## **PART 1**

**BY**

**GULABBHAI RAGHUNATHJI NAIK, B. A., S. T. C. D.**

**(Bombay Educational Department)**

*Author of "Geometry for Guj. Schools, Part 1, Book 1,"*  
*"Key to New Geometry, Part 1," Senior Arithmetic,"*  
*and Joint Author of "Junior Arithmetic,"*  
*"Primary Arithmetic, Part 1," &c.*

**FOURTH EDITION, 1916**

**Price Twelve Annas**

---

All rights including those of **Translation** and  
**Reproduction** as well as that of making a  
**Key** are reserved by the Author.

---

Published by the Author

**Gulabbhai Raghunathji Naik, B. A.,**

at Desai Pol, SURAT.

---

*Printed by*

**Thakordas Mansing** at the “**Surat City**” Printing  
Press, near Chauta Bridge, SURAT.

---



[શાળાઓ તથા કોલેજો માટે ટેક્સ્ટ બુક તરીકે મંજૂર છે.]

ગુજરાતી નિશાળો માટે

# નવી ભૂમિતિ

ભાગ ૧ લો

કર્તા

ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક, બી. એ., એસ. ડી. સી. ડી.

[મુંબઈ સરકારના કેળવણી ખાતામાં શિક્ષક]

“ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો, પુસ્તક ૧ હું,” “નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો ખુલાસો,” તથા “સીનીઅર અંગ્રેજી,” ના અને “જ્યુનીઅર અંગ્રેજી” તથા “પ્રાથમિક અંગ્રેજી, ભાગ ૧ લો” ના સંયુક્ત કર્તા.

ચોથી આવૃત્તિ, ૧૯૧૬

કર્મિત ખાર આના

ગુજરાત વિદ્યાપીઠ ગ્રંથાલય  
શિક્ષકો તેમજ વિદ્યાર્થીઓને અતિ ઉપયોગી  
ગુજરાતી કાંપોઝિટ સિસ્ટમ

નવી ભૂમિતિ ભાગ પહેલામાંના

# પ્રશ્નોનો ખુલાસો

તૈયાર છે.

નોટ. હુંક મુદતમાં આ પુસ્તક બહુ પ્રિય થઈ પડ્યું છે.

વર્નાક્યુલર ક્ષાઈનલ પરીક્ષાના અને ટ્રેનિંગ કોલેજના ઉમેદવારોને બહુ ઉપયોગી થઈ પડે એવા હેતુથી બહુજ સાદી અને સરળ સમજુતિ સાથે દરેક પ્રશ્નનો સંપૂર્ણ ખુલાસો આપ્યો છે.

કીંમત રૂા. ૧-૪-૦

મળવાનું કેકાણું:--

સોલ એજન્ટ, મી. કરસનદાસ નારણદાસ,

બુકસેલર, નાણાવટ, સુરત.

## પ્રસ્તાવના.

સરકારી મરાઠી નવીન ભૂમિતિ પ્રમાણે ફેરફાર કરી ગુજરાતી શાળાઓના વિદ્યાર્થીઓને અને શિક્ષકોને માટે આ ભૂમિતિ છપાવી બહાર પાડવામાં આવી છે. પુસ્તકનો પ્રાયોગિક ભાગ મરાઠી પુસ્તકનો તરજુમો નથી, પરંતુ તે પુસ્તકમાં જે પ્રમાણેની ગોઠવણ કરવામાં આવી છે તેનેજ અનુસરી પદ્ધતિ તેની તેજ રાખી કોઈ કોઈ જગ્યાએ યોગ્ય સુધારા વધારા કરી અને સ્થળે સ્થળે નવી આકૃતિઓ દાખલ કરી આ પુસ્તક નવાજ રૂપમાં છપાવ્યું છે. મહેરબાન ડિરેક્ટર ઓફ પબ્લિક ઇન્સ્ટ્રક્શન સાહેબની ભલામણથી નામદાર સરકારે પોતાના તા. ૨૩ મી ડીસેમ્બર સને ૧૯૧૪ના ઠરાવ નંબર ૪૧૨૬ થી આ પુસ્તક સઘળી શાળાઓ તથા કોલેજો માટે ટેક્સ્ટ બુક તરીકે કાયમનું મંજૂર કર્યું છે. નામદાર ગાયકવાડ સરકાર તરફથી પણ આ પુસ્તક ઇનામ લાયખેરી માટે મંજૂર કરવામાં આવ્યું છે. કેળવણી ખાતાના અધિકારીઓ, શિક્ષકો, તથા અન્ય વિદ્વાન્ ગૃહસ્થો તરફથી આ પુસ્તકને સાફ ઉત્તેજન મળતું આવ્યું છે તે માટે એ સર્વે સાહેબોનો ઉપકાર માનું છું.

ભૂમિતિનો અભ્યાસક્રમ બદલવાનો હેતુ અને નવી ભૂમિતિ શીખવવાની સૂચના પુસ્તકમાં સવિસ્તર આપી છે. પુસ્તકમાં આપેલા પ્રશ્નો અને ઉત્તરોનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવો તે સામાન્ય શિક્ષકને પણ તરતજ માલમ પડી આવે એવું છે.

સરકારી ઠરાવો પ્રમાણે જુદાં જુદાં ધોરણોમાં કયા કયા અભ્યાસક્રમ કરવાના છે તે પણ બતાવ્યું છે.

મરાઠી નવીન ભૂમિતિના કર્તાઓ તથા અંગ્રેજી ભૂમિતિના કર્તાઓ કે જેઓના પુસ્તકોમાંથી મને અમૂલ્ય મદદ મળી છે તેઓનો ઉપકાર માનવાની હું રજા લઉં છું.

જે જે સૂચનાઓ કરવામાં આવશે તે ઘણાજ ઉપકાર સહિત સ્વીકારી યોગ્ય સુધારા આવતી આવૃત્તિમાં કરવામાં આવશે.

ગવર્નમેન્ટ હાઈસ્કૂલ, } ગુલામભાઈ રઘુનાથજી નાયક.  
સુરત.

સરકારી ઠરાવો પ્રમાણેના પરીક્ષાના અભ્યાસક્રમ.

૧. છઠ્ઠા ધોરણ માટે,  
કર્તવ્ય ભાગ. પહેલા (વિભાગ) ખંડમાંથી પાનાં ૧૬ થી ૮૬ એટલે § ૧ થી § ૯ ના (અ) સુધી.  
પ્રમેય ભાગ. ખીજા (વિભાગ) ખંડમાંથી સિદ્ધાંત ૧ થી ૧૭.
૨. સાતમા ધોરણ તથા વર્નાક્યુલર ફાઈનલ પરીક્ષા માટે,  
કર્તવ્ય ભાગ. પહેલો (વિભાગ) ખંડ આખો.  
સિદ્ધ ભાગ. ખીજો (વિભાગ) ખંડ તથા ત્રીજો (વિભાગ) ખંડ આખો; અને તેમાંના પ્રમેય અને કૃત્ય પરના સહેલા પ્રશ્નો.
૩. ટ્રેનિંગ કોલેજના પહેલા વર્ષ માટે,  
આખું પુસ્તક, સવળા પ્રશ્નો સાથે.

## અનુક્રમણિકા.

ભૂમિતિ શિક્ષણ સંબંધી સૂચના,...	૧
નવી ભૂમિતિ સંબંધી વિશેષ માહિતિ,...	૮
વિભાગ (ખંડ) ૧ લો, કર્તવ્ય અને પ્રાયોગિક ભાગ, ૧૫-૧૩૨	

### પ્રકરણ ૧ હું, ... ૧૬-૧૧૭

૧. સીધી લીટી, અને તેનું માપ, ...	૬૬
૨. સ્કેલમાપ કે અંતર પ્રમાણ, ...	૨૧
૩. ખુણો,...	૨૬
૪. ખેરીંગ અથવા કોણ અંતર, ...	૪૯
૫. આપેલા અંશ ઉપરથી ખુણો બનાવવાનું, ...	૫૨
૬. સીધી લીટીથી બનતા ખુણા. ...	૫૫
૭. અરસપરસ છેદતી બે લીટીની વચ્ચેના ખુણા,...	૫૯
૮. સમાન્તર સીધી લીટીઓ,...	૬૨
૯. ત્રિકોણ, ...	૭૪
૧૦. લંબ, ...	૧૦૫
૧૧. સમાન્તરબાહુ ચતુષ્કોણ, ...	૧૦૯

### પ્રકરણ ૨ જી, ... ૧૧૭-૧૩૨

ભૂમિતિનાં મૂળ તત્ત્વો, ...	૧૧૭
પદાર્થ, ...	૧૧૮
લંબાઈ, પહોળાઈ અને જગાઈ... ..	૧૧૯
મુઠ કે સફાઈ, ...	૧૧૯
લીટી,...	૧૨૪
ખિંદુ,...	૧૩૧

વિભાગ (ખંડ) ૨ જો, પ્રમેય ભાગ, ...	૧૩૨-૨૦૫
૧૨. પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ અને સ્વીકૃત કૃત્ય,...	૧૩૨

૧૩. સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણા, ... ..	૧૪૨
૧૪. સમાન્તર સીધી લીટી, ... ..	૧૪૮
૧૫. ત્રિકોણ અને બહુકોણના ખુણા, ... ..	૧૫૮
૧૬. સર્વસમાન ત્રિકોણો અને સમદ્વિબાજી ત્રિકોણ, ...	૧૬૫
૧૭. ત્રિકોણમાં બાજુ અને ખુણાનો સંબંધ, ... ..	૧૮૫
૧૮. અસમાન ત્રિકોણો અને લંબનું મહત્ત્વ, ... ..	૧૯૧
૧૯. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ, લીટીના અંતર્ભાગો, અને મધ્યગાઓનું છેદન બિંદુ, ... ..	૧૯૬
વિભાગ (ખંડ) ૩ જો, કૃત્ય ભાગ, ... ..	૨૦૫-૨૩૮
૨૦. દ્વિભાગ રચના અને લંબ રચના, ... ..	૨૦૭
૨૧. ત્રિકોણ રચના અને કોણ રચના, ... ..	૨૧૪
૨૨. સમાન્તર લીટીની રચના, અને લીટીના સરખા ભાગ, ...	૨૨૫
૨૩. નિધાન રચના, ... ..	૨૩૧
૨૪. પરિશિષ્ટ અ. થોડાક પ્રશ્નોની સિદ્ધતા, ... ..	૨૩૮
૨૫. પરિશિષ્ટ બ. પૃથક્કરણ રીતિ, ... ..	૨૪૩
૨૬. પરચુરણ પ્રશ્નો, ... ..	૨૪૮
૨૭. પરિશિષ્ટ ક. વ્યાખ્યાનુક્રમ, ... ..	૨૫૯
જવાબો, ... ..	૨૬૭



# નવી ભૂમિતિ, ભાગ ૧ લો.

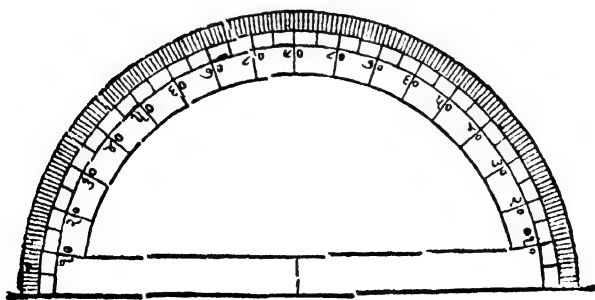
## પ્રાસ્તાવિક પ્રકરણ.

અ. ભૂમિતિ શિક્ષણ સંબંધી સામાન્ય સૂચના.

ભૂમિતિના અભ્યાસથી જે ફાયદા થતા જોઈએ તેનો પુરેપુરો લાભ વિદ્યાર્થીને થાય એવી જે શિક્ષકની ઈચ્છા હોય તો તેના કર્તવ્ય ભાગમાં તેમજ સિદ્ધ ભાગમાં તેને એકી વખતે સાથેજ તાલીમ મળવી જોઈએ. ભૂમિતિ શાસ્ત્રના એ બંને ભાગો એકમેકથી બિલકુલ વિરુદ્ધ નથી, પણ એક ભાગ બીજાનો દૃષ્ટાંત રૂપ છે.

આ હેતુથી કર્તવ્ય ભાગમાં જે પ્રાયોગિક ભાગ આપવામાં આવ્યો છે તેનો ઉપયોગ સંપૂર્ણ કાળજીથી કરવાનો છે. સિદ્ધ ભાગમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમો બહુ સંભાળથી સાચવવાની જરૂર છે; તેથી તે ભાગ પાછળથી રાખવામાં આવ્યો છે, તો પણ તેના સઘળા પ્રમેયોના ગુણ ધર્મ પ્રયોગ ને અનુમાન દ્વારા પહેંચેથીજ સમજવવા.

(૧) આકૃતિઓ બહુજ સફાઈથી અને સંભાળથી નીચેનાં સાક્રિત્યોની મદદથી દોરાવવી જોઈએ; અને જરૂર પડે ત્યાં શિક્ષક પોતે તે આકૃતિ પાટીઆ ઉપર નમુના રૂપે દોરી બતાવવી.



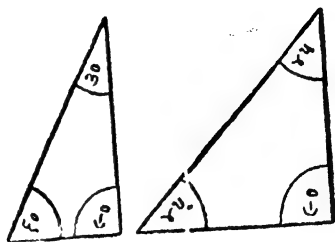
પ્રોફેક્ટર કે કોણમાપક સાહિત્ય.



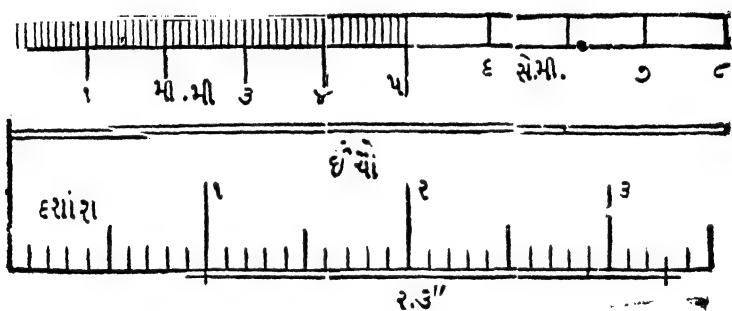
કંપાસ,  
કે કર્કટી.



ડીવાઇડર્સ,  
કે અંતરમાપક.



સેટ સ્કવેરની જોડ,  
કે કાટખૂણા.



સાચી રીતીના ઉપર રૂલર (આંકણી).

- (અ) 'ત્રણ એચ' અને 'છ એચ' ની બે પેન્સિલો;
- (બ) કર્કટી અને અંતરમાપક સાહિત્ય;
- (ક) પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણમાપક સાહિત્ય;
- (ડ) ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટર વાળું એક લાકડાનું આશરે છ ઇંચ લાંબું રૂલર, આંકણી.
- (ઇ) બે સેટસ્કવેર યા કાટખૂણાની જોડ.

(૨) જે જે આકૃતિ સંબંધી બિવેચન (કર્તવ્ય લાગમાં કે સિદ્ધ લાગમાં) કર્યું છે તે તે આકૃતિઓ શિક્ષકે વિદ્યાર્થી પાસે પણ કઢાવવી.

(૩) ખરાં માપ મેળવવાને માટે દરેક લીટી જીણી સફાઈદાર



હોતી જોઇએ; પેન્સીલોના છેડા ગ્લાસ પેપરથી તીણા કરવાની ખાસ જરૂર છે. સઘળા લીટીઓ એકજ સરખી ગ્લાઝની આવવી જોઇએ.

(૪) લીટીઓ ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફ દોરવી અને કદી પણ તેની તેજ લીટી ફરીથી એવડી કરવી નહિ. લીટી દોરવામાં આંગળાં અને કાંડું ફક્ત ખસેડવાં નહિ, પણ આખો હાથ ખસેડવો જોઇએ.

(૫) કંઈકી (કંપાસીઝ) ને ઉપરના માથા આગળથી પકડવી, અને વર્તુળ દોરતી વખતે લક્ષમાં રાખવું કે કાગળમાં છિદ્ર પડે નહિ.

(૬) રૂઝર ઉપર અંતર માપવાને તથા બે બિંદુઓની વચ્ચેનું અંતર માપવાને ડીવાઈડર્જને ઉપયોગ કરવે; રૂઝરના સ્કેલ ઉપર છિદ્ર ન પડે એવી રીતે ડીવાઈડર્જને લગભગ ક્ષિતિજ બરાબર રાખવું, અને જોઇએ તેના કરતાં સહેજ વધારે પહોળું રાખી ડીવાઈડર્જને સાંકડું કરવું.

(૭) પ્રોટ્રેક્ટર અને સેટસ્કવેરનો ઉપયોગ આગળ બતાવ્યો છે. આ બધાં સાહિત્યોનો ઉપયોગ વિદ્યાર્થીને બરાબર કરતાં આવડે તે પહેલાં શિક્ષકે પાંચ દશ આકૃતિ તેની મદદથી બરાબર વર્ગને દેખાવે તે પ્રમાણે દોરવી અને તેને માટે મોટાં સાહિત્યો (પાટીઆ ઉપર વપરાય તેવાં) ખાસ રાખી મૂકવાં; યુક્લિડના સિદ્ધાંતો શીખવતી વખતે આકૃતિ સાહિત્યો વગર દોરી ચલાવી લેવામાં આવતું તેમ કદી પણ નાની કે મોટી, પ્રમેયની કે કૃત્યની, વ્યાખ્યાની કે પ્રશ્નની, આકૃતિઓ સાહિત્ય વગર દોરવી નહિ.

કર્તવ્ય ભાગમાં દરેક પ્રકરણમાં સમજુતિ પ્રમાણે યોગ્ય લાગે તેવાં જુદાં જુદાં દૃષ્ટાંત આપી વિદ્યાર્થી પાસેજ તેના પોતાનાજ શબ્દોમાં વ્યાખ્યા બને ત્યાં સુધી કઢાવવી, અને બરાબર સમજ્યા પછીજ અંદરની વ્યાખ્યાઓ મોટે કરાવવી. તર્ક શાસ્ત્રની આ વિગતન પદ્ધતિનો ઉપયોગ દરેક પ્રયોગના ગુણુ હસાવવામાં ખાસ કરવાનો છે. કર્તવ્ય ભાગમાં જે જે પ્રયોગો આપ્યા છે તેમાંનો કોઈ પણ પ્રયોગ વિદ્યાર્થી પાસે મોટે કરાવવાનો નથી; પણ તે પ્રયોગ પ્રમાણે અથવા તેવી કોઈ અન્ય રીતિએ પૃથક્ પૃથક્ આકૃતિઓ પાડી (પાટીઆ ઉપર

અથવા જડા દોપીસ્તાની પાતળી પટીઓ કાપી તેમાં ટાંકણી મારી) વિદ્યાર્થી સમક્ષ ભૂમિતિનાં મુખ્ય મુખ્ય સત્યો સમજાવવાં. પ્રયોગોથી સિદ્ધ કરેલી સત્યતાઓ પાછળથી તર્ક શાસ્ત્રના નિયમોને અનુસરી સિદ્ધાંતરૂપે આપવામાં આવી છે.

જેમ સારિત્યનો શોખ વધારવાને માટે કવિતાની કડીઓ મેઢે કરાવવાની આવશ્યકતા છે તેમ વિદ્યાર્થીની તાર્કિક શક્તિ કેળવવાને માટે સિદ્ધાંતોમાં આપેલી દોષ રહિત તાર્કિક સિદ્ધતા અવશ્ય મેઢે કરાવવીજ જોઈએ. એ તાર્કિક શક્તિ કેળવવાને માટે લગભગ એકજ જાતના શબ્દોમાં, પણ જુદા જુદા ક્રમમાં કે ઉલટા શબ્દોમાં વ્યખ્યાઓ બનાવી વિદ્યાર્થીના જ્ઞાનની પરીક્ષા કરવી. જેમકે

- (૧) વાંકી લીટીઓથી હદ થઈ હોય એવી સપાટ અકૃતિ તેવર્તુળ;
- (૨) ચાર સરખી બજુઓથી હદ થઈ હોય તેવી આકૃતિ તે રોમ્બસ;
- (૩) સીધી ન હોય એવી લીટી તે વાંકી લીટી, વગેરે.

ઉપરની વ્યખ્યા ક્યાં કારણથી ખોટી કે ખરી છે તે વિદ્યાર્થી પાસેથીજ કઢાવવાની ખાસ અગત્ય છે.

કર્તવ્ય ભાગમાં સત્યતાઓ બતાવવામાં કારણો દર્શાવવાની જરૂર નથી; એ ભાગ ભૂમિતિના શાસ્ત્રીય ભાગનો હોવાથી પાછળથીજ સિદ્ધાંતરૂપે આપ્યો છે, અને કર્તવ્ય ભાગમાં જેમ પ્રાયોગિક ભાગ શીખતા જાય તેમ તેમ આ કારણોવાળો સિદ્ધાંત ભાગ પણ વિદ્યાર્થી સમક્ષ રજુ કરવો. ભૂમિતિ શીખવવાનો મુખ્ય ઉદ્દેશ આ તાર્કિક ભાગ શીખવવાનોજ છે અને એ વિષય બહુજ મહત્ત્વનો છે.

સિદ્ધાંતના તાર્કિક વિવેચનમાં વિદ્યાર્થીને દરેક સત્યતાનું કારણ સમજાવવુંજ જોઈએ અને તે તે સમજે છે કે નહિ તેની ખત્રી કરવાને શિક્ષકે ડગલે ડગલે પ્રશ્ન અને પ્રતિ પ્રશ્નથી પ્રયત્ન કરવો અવશ્યનો છે. એ વિવેચનનું કોઈ પણ વાક્ય પાછળના કોઈ પણ સિદ્ધાંત પર આધારભૂત હોય તો તેનો યોગ્ય સંબંધ વર્ગના પાઠમાં વિદ્યાર્થીને આવડેજ જોઈએ. પુસ્તકમાં મુખ્ય મુખ્ય આધારના સંબંધો દર્શાવ્યા છે, પણ પરીક્ષાઓમાં તે સંબંધ દર્શાવવાની જરૂર નથી;

જો કે વિવેચન અને સિદ્ધતાનું દરેક વાક્ય વિદ્યાર્થી સમજીને મુકે છે કે નહિ તે તેણે પોતાની લખવાની પદ્ધતિ પરથી બતાવવું જોઈએ. જે જે સિદ્ધાંતોની મદદ આગળના સિદ્ધાંતમાં લેવામાં આવતી હોય તેનાં પ્રતિજ્ઞા અને નિર્દેશ વિદ્યાર્થીને આવડવાં જોઈએ. દરેક સિદ્ધાંત અરાઅર મોટે કરવો જોઈએ પણ પોપટની માફક સમજ્યા વગર નહિ. મોટે કરાવવાનું કામ સહેલું કરવાને માટે શિક્ષકે (૧) જુદા જુદા અક્ષરો વાપરવા; (૨) આકૃતિ આડી ઉભી, મોટી નાની દોરવી; (૩) અક્ષરોનાં સ્થળ બદલવાં; (૪) ઘણી વખત કોઈ પણ અક્ષર વાપરવા જ નહિ; (આ રીત ખાસ લક્ષમાં લેવા યોગ્ય છે). ઉપર પ્રમાણે જ વિદ્યાર્થીએ ઘેરે વાંચવાની ટેવ પાડવી જોઈએ અને જો તે પોતાના મનમાં આકૃતિમાં જોયા વિના સિદ્ધાંત અરાઅર મિલક કરે તો ભૂમિતિ અધ્યયનનું યોગ્ય સાધ્દ્ય થાય છે.

વર્ગમાં સિદ્ધાંતનું પુનરાવર્તન થાય ત્યારે વિદ્યાર્થીએ અંદરના જ શબ્દો યોગ્યવાનો, તેમ તે યાદ આવી જતા હોય તો તે છોડી દેવાનો પ્રયત્ન કરવો નહિ; સિદ્ધાંતનું વિવેચન એવી રીતે તેને કહેતાં આવડવું જોઈએ કે પાછલા સિદ્ધાંતોના આધારો યોગ્યવાની જરૂર પડે નહિ. ચોપડીની જ આકૃતિ કે અંદરના અક્ષરોની આવશ્યકતા નથી. જ્યાં સુધી તેનું વિવેચન કારણ દર્શક હોય ત્યાં સુધી અંદરના ક્રમમાં જ તે કહેવાની જરૂર નથી. જે વિવેચન તે કરે તે યોગ્ય રીત સહિત, અને કારણ દર્શક છે એવી ખાત્રી થવી જોઈએ.

કોઈ કોઈ સિદ્ધાંતોની રચનામાં પાછળ સિદ્ધતા ન આવી હોય એવાં સ્વીકૃત કૃત્યો લેવામાં આવ્યાં છે; જ્યારે એવાં કૃત્યો કરવામાં આવે ત્યારે તે એવાં હોવાં જોઈએ કે તેનો ઉપયોગ કરવાનું સખળ કારણ હોવું જોઈએ, અને તે કરવામાં ભૂમિતિના તાર્કિક ભાગને કોઈ પણ જાતનો દોષ લાગતો નથી એ જોવું જોઈએ. અમુક શરતો પૂર્ણ કરે એવી લીટી કે એવું બિંદુ આવી શકતું હોય ત્યારે જ તે સ્વીકૃત કૃત્ય તરીકે લેવું જોઈએ.

અમુક સિદ્ધાંતો મોટે થઈ ગયા પછી વિદ્યાર્થીના લક્ષમાં આવવું

જોઈએ કે ભૂમિતિ શાસ્ત્રનો મુખ્ય હેતુ તાર્કિક વિવેચન શક્તિ કેળવવાનો છે અને સૂક્ષ્મ દૃષ્ટિથી જોતાં માલમ પડશે કે દરેક વિવેચન (૧) ભૂમિતિના મુખ્ય વિચારો (જેવા કે પિંદુ, લીટી), (૨) વ્યાખ્યાઓ, (૩) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો, (૪) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોથી ઉપજતા પ્રમેયો, અને (૫) પાછળ શીખી ગયેલા સિદ્ધાંતોનું 'અનેલું' છે. આ ઉપરાંત જે કાંઈ વધારાનું હોય તે વિવેચનના તાર્કિક ક્રમની સમજૂતિ અર્થે અથવા દૃષ્ટાંત રૂપે જ છે. તે વિવેચન જોઈએ તેમ વિદ્યાર્થીને આવડે છે કે નહિ તેની ખાત્રી પ્રશ્ન છોડવાની તેની શક્તિ ઉપરથી થાય છે. પ્રશ્ન છોડવા એ કામ એકદમ સહેલું નથી, તેમજ શક્તિ બરાબર કેળવાયા પછી એ કામ ધારવામાં આવે તેટલું અઘરું નથી. એ કામને માટે પુસ્તકને અંતે આપેલી પૃથક્કરણ રીતનો ઉપયોગ કરવો; અને તેમાં બતાવેલી વિગતન પદ્ધતિ એક વખત સમજાયા પછી મ્હાવરાથી ઠસી જશે અને ઉપયોગી થઈ પડશે.

પ્રશ્ન સામાન્ય રીતે ત્રણ જાતના છે—પ્રમેય પ્રશ્નો, કૃત્ય પ્રશ્નો અને ગણતરીના પ્રશ્નો. પહેલી બે જાતના પ્રશ્નોમાં સિદ્ધતા જરૂરની છે અને ત્રીજી જાતના પ્રશ્નો સિદ્ધતાની જગ્યાએ તેજ પ્રમાણ આપેલી કીંમતો મુકી કરવાના છે. શરૂઆતમાં બધાજ પ્રશ્નોમાં વિદ્યાર્થીને મદદની જરૂર પડશે અને તેથી શિક્ષકે યોગ્ય લાગે તેમ મદદ કરવી, પણ જોવું કે વિદ્યાર્થીને આત્મપ્રયત્ન ઓછો થવાથી તે નિરાશી થાય નહિ. સહેલા પ્રશ્નો બનતાં સુધી મોટેજ કરાવવા. નવો સિદ્ધાંત સમજાવતાં પહેલાં કર્તવ્ય લાગમાં તેને લગતા આપેલા પ્રયોગો કરવાથી, અને રચનાનો લાગ બતાવવાથી વિદ્યાર્થી કદાચ સિદ્ધતા પણ થોડી થોડી પોતાની મેજે કાઢી શકશે.

પાઠીઆ ઉપર આકૃતિઓ દોરવા માટે નીકલના અથવા લાકડાનાં મોટાં સાહિત્યો આશરે ત્રણેક રૂપીઆની કીંમતથી મળે છે. આવાં મોટાં સેટ સ્કેવેરો, કંપાસ, ડીવાઇડર્સ, રૂલર અને પ્રોટ્રેક્ટર, મુંબઈના મોટા બુકસેલરોને ત્યાંથી જોઈએ તો નાના બુકસેલરો યોગ્ય સૂચનાને આધારે મંગાવી આપશે. (નમુનાઓ અને તો જોઈને લેવાં).

## ૬. શિક્ષણ સંબંધી થોડીક મુખ્ય સૂચના.

નવી ભૂમિતિનો વિષય જુની ભૂમિતિના વિષયથી જુદો છે તેથી જે શિક્ષકને એની શિક્ષણ પદ્ધતિ નવી હોય તેણે આગળ બતાવેલી સૂચના પ્રમાણે પોતે બરાબર અધ્યયન કરી તેજ પ્રમાણે શીખવવાનો પ્રયત્ન કરવો. નીચેની બાબતો ખાસ ધ્યાનમાં લેવા યોગ્ય છે:—

(ક). જે આકૃતિના ગુણ, ધર્મ વગેરે અનુમાનથી શીખવવાના છે તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરી તેનાં બાજુ, ખૂણા, વગેરે ચોક્કસ માપી સમજાવીને પ્રાયોગિક ભાગ શીખવવો.

(ખ). આકૃતિ સંબંધી કે પ્રમેય સંબંધી પ્રયોગો કરી જે ગુણધર્મો કઢાવવાના છે તે અને ત્યાં સુધી વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવાનો પ્રયત્ન કરવો. શિક્ષણ જેમ ઉંચા પ્રકારનું હશે તેમ વધારે જવાબો વિદ્યાર્થી આપશે.

(ગ). આકૃતિના ધર્મો અને પ્રમેયો સ્પષ્ટ સમજાય તેને માટે આકૃતિઓ બરાબર કાઢવી જોઈએ. આકૃતિઓ પાડીઆ ઉપર બહુ કાળજી પૂર્વક દોરી તેની સ્પષ્ટ સમજૂતિ આપવી; તેમજ વિદ્યાર્થીએ જે આકૃતિ કાઢવાની છે તે સાહિત્યોની મદદથી બહુજ ચોક્કસ કઢાવવા કઠી પણ ચૂકવું નહિ. જેમ તે વધારે સફાઈદાર, સ્પષ્ટ અને ખરી હશે તેમ શિક્ષણ સહેજું થશે અને સમજૂતિ બરાબર થશે.

(ઘ). બધી વ્યાખ્યાઓ એકદમ સાથે શીખવી દેવાની નથી. પરંતુ જેમ જેમ તેની જરૂર પડે તેમ તેમ તે શીખવવી. વ્યાખ્યાઓ એકદમ શીખવવામાં આવશે તો તે તરતજ ભૂલી જવાશે અને કદાચ શિક્ષણ થોડે ઘણે અંશે નિરર્થક થઈ પડશે.

(ઙ). શિક્ષકે જાતે વ્યાખ્યાઓ કહી ન દેતાં યોગ્ય શિક્ષણથી પુસ્તકમાં બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવી. જે વિદ્યાર્થી તે ન કહી શકે તો જુદી જુદી આકૃતિઓ દોરી તેની સાથે પૂર્ણ સમજૂતિ આપી વિદ્યાર્થીને સમજાવવી. બરાબર સમજૂતિ અપાયા પછીજ વિદ્યાર્થી પાસે એવી આકૃતિઓ કઢાવવી, તેમજ ઓળખાવવી.

(અ). પ્રમેય ભાગના જે સિદ્ધાંતો શીખવવાના છે તે, શીખવવા પહેલાં પ્રાયોગિક ભાગમાં આપેલા તેને લગતા પ્રયોગો શીખવવા. તે બરાબર ધ્યાનમાં ઠસ્યા બાદ તેના ગુણધર્મોનું ગ્રહણ બરાબર સમજાય કે પછી વિદ્યાર્થીને કહેવું કે હવે એ ગુણધર્મો આપણે અનુમાનથી સિદ્ધ કરીએ છીએ; અને ત્યાર પછી પ્રમેય લેવું. એમ ન કરવામાં આવે તો પ્રાયોગિક ભાગ જે પહેલાં શીખ્યા હશે તે ભૂટી ગયા હશે, અને તેથી પ્રમેય ભાગની વિદ્યાર્થીને જોઈએ તેવી રીતે સમજ પડશે નહિ. આ ખીના ખાસ અવશ્યમાં રાખવા જેવી છે.

### ક. નવી ભૂમિતિ સંબંધી વિશેષ માહિતી.

(૧). શિક્ષણદ્વારા જ્ઞાન આપવાને માટે સામાન્ય રીતે ત્રણ રીત છે. જેમકે કાચના ઉપર છખી કેમ લેવાય છે તે વિષે કોઈ માણસ આપણને ભાષણ આપી જ્ઞાન આપે; પણ એથી આપણને જોઈએ તેવી સમજ પડતી નથી અને તેથી તરતજ આપણે તે ભૂટી જઈશું. પરંતુ તેજ જ્ઞાન જો આપણને આપણી રૂબરૂ પ્રત્યક્ષ પ્રયોગ કરીને આપે તો આપણને વધારે સમજ પડશે અને થોડાએક દિવસ આપણે તે યાદ રાખી શકીશું. પણ એ જ્ઞાન લેવાને માટે આપણે પોતેજ તે પ્રયોગ કરીએ તો તેથી ઉત્તમ જ્ઞાન મળશે, અને જે રીત આપણે શીખીશું તે ઘણા લાંબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકીશું. આ પ્રમાણે કોઈ એક ચીજનું જ્ઞાન (૧) વર્ણનથી, (૨) પ્રત્યક્ષ જોવાથી, અને (૩) જાતે પ્રયોગ કરવાથી આપણે મેળવીએ છીએ; અને તે જે જે રીતે આપણે મેળવીએ તેમાં બહુ ફેર પડી જાય છે. આ પ્રમાણે અંધીજ બાળકમાં સામાન્ય રીતે અને છે. તેથી એવો સામાન્ય નિયમ નીકળે છે કે જે જ્ઞાન વર્ણનથીજ મળે તેના કરતાં જે જ્ઞાન પ્રત્યક્ષ જોવાથી મળે તે સારું; અને પ્રત્યક્ષ જોવાના કરતાં જે જ્ઞાન જાતે અનુભવથી મળે તે ઉત્તમ હોય છે. એટલે કે કોઈ જ્ઞાન ઉત્તમ રીતે પ્રાપ્ત કરવાને અને મનમાં ચોક્કસ ઠસાવવાને વિદ્યાર્થીએજ જાતે પ્રયોગ કરી અનુભવ લેવો જોઈએ. એજ નિયમે ભૂમિતિ

સંબંધી જ્ઞાન વ્યાવહારિક દૃષ્ટિથી જોતાં બહુજ અગત્યનું થઈ પડે માટે વિદ્યાર્થીએ જાતેજ પ્રયોગો કરી પોતે સમજી તે જ્ઞાન મેળવવું જોઈએ. આ પ્રમાણે સ્થિતિ હોવાથી જે જ્ઞાન પહેલાં ફક્ત મુખપાઠ-દ્વારાજ આપવામાં આવતું હતું તેનું કેવું પરિણામ આપ્યું તે જાણના બધાને જાણીતી છે. ભૂમિતિનો વિષય બહુજ કઠણ મનાતો હતો એનું મુખ્ય કારણ એ હતું કે એ શીખવવાની જુની પદ્ધતિ જોઈએ તેવી સારી અને સરળ ન હતી. યુકિત્ત્વનો હર મો સિદ્ધાંત “ત્રિકા-ણના ત્રણ ખુણા મળી એ કાટખુણા બરાબર છે” જે વિદ્યાર્થીઓ શીખ્યા હતા તેઓને જો પૂછ્યું હોય કે “પ્રસક્ત આકૃતિ દોરી અથવા પ્રયોગ કરી” એ સિદ્ધાંત સાબિત કરો, તો લાગેજ કાઈ વિદ્યાર્થી તે પ્રમાણે કરી શકતો. આ ઉપરથી માત્રમ પડી આવશે કે પહે-લેની શીખવવાની પદ્ધતિ કેવી અશાસ્ત્રીય હતી. એ રીત પ્રમાણે વિદ્યાર્થીને આકૃતિ સંબંધી જ્ઞાન જોઈએ તેવું થતું ન હતું એટલુંજ નહિ, પણ ઘણીએક વખત પાડો તેઓ મોટે કરી લેતા હતા. આ સ્થિતિ બદલવાનો એકજ ઉપાય છે કે વિદ્યાર્થીઓએ પોતેજ આકૃતિ સંબંધી પ્રયોગ કરવા. આ વાત તો નક્કીજ છે કે (ધારો કે) યુકિત્ત્વ-નો ૨૫ મો સિદ્ધાંત અનુમાનદ્વારા-શબ્દદ્વારા શીખવ્યા બાદ પ્રયોગથી બતાવવામાં આવે કે વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે તે વધારે સાચું થઈ પડે; અને વિદ્યાર્થી જે તે પોતાની મેળેજ પ્રયોગ કરી શીખી લે તો તે સૌથી ઉત્તમ છે.

આ ઉપરથી એટલું તો સિદ્ધ છે કે ભૂમિતિના નિયમો ઠસાવ-વાને માટે વિદ્યાર્થીઓએ પોતાની મેળેજ પ્રયોગો વગેરે કરવા; તેથી નવી ભૂમિતિમાં લક્ષમાં રાખવાનું કે આકૃતિઓ ચોક્કસ કાઢી તેના ગુણ ધર્મ નજરે તપાસી પ્રયોગો કરી ભૂમિતિ સંબંધી સત્યતાઓ શીખવવી. તેથી પ્રમેય સિદ્ધાંતની સત્યતાઓ અનુમાન-શબ્દ-દ્વારા શીખવવા અગાઉ પ્રત્યક્ષ પ્રયોગો કરાવીને તેજ સત્યતાઓ બતાવવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવ્યો છે.

(૨). વિગમન પદ્ધતિથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાંતનું જ્ઞાન આપવું જોઈએ. પારિભાષિક શબ્દો અને સિદ્ધાંત સમ્બંધી માહિતી મેળવવાને માટે તે સમ્બંધી પ્રત્યક્ષ વિવેચનની જરૂર છે એટલુંજ નહિ, પરંતુ તેનું યથાર્થ જ્ઞાન થઈ લાંબા વખત સુધી ટકે તેને માટે તેનાં દષ્ટાંતરૂપી વસ્તુઓ પ્રત્યક્ષ બતાવી તે ઉપરથી વિદ્યાર્થીઓ પોતેજ વિચાર, જ્ઞાન મેળવે એ વધારે સાફ. જે જ્ઞાન મેળવવામાં આપણે પોતેજ શ્રમ કરીએ તે જ્ઞાન બહુ સારી રીતે આપણે પ્રાપ્ત કરી શકીએ છીએ; અને ઘણા વખત સુધી આપણા મનમાં તે ઠસી રહે છે. પરંતુ જે બાબત લોકો આપણને કહે તેનું જ્ઞાન જોઈએ તેવું આપણને થઈ શકતું નથી એટલુંજ નહિ, પણ તે લાંબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકતા નથી. વિદ્યાર્થીના મનની સ્થિતિ પણ એવીજ છે. તેથી જે જ્ઞાન તે પોતે શ્રમ કરીને મેળવે તે બહુજ સારી રીતે તેના મનમાં ઠસે છે. તેથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાંતનું જ્ઞાન તેઓને પોતાનેજ શ્રમ કરીને મેળવવા દેવું જોઈએ. તેથી જે જે ચીજોના ધર્મ ગુણ વગેરેનું જ્ઞાન વિદ્યાર્થીઓએ મેળવવાનું છે તે તે વસ્તુઓ અનેક રીતે તેની આગળ મુકી, તુલના કરાવી, તેમની પાસેજ તેમના શબ્દોમાં અનુમાન કરાવી તે જ્ઞાન આપવું. એટલે વ્યાખ્યા શીખવવાની રીત આ ભૂમિતિમાં એવી છે કે જે આકૃતિની વ્યાખ્યા શીખવવાની હોય તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દેરાવી તેનાં ખુણા, બાજુ, વગેરે વિદ્યાર્થી પાસેજ મપાવવાં અને તેની પરીક્ષા કરાવવી; પછી એવીજ જાતની બીજી આકૃતિઓ કઢાવી સરખામણી કરાવવી; આ તુલના ઉપરથી જે નિયમો નીકળે તે કઢાવવા અને પછી વ્યાખ્યા બનાવવી. પ્રમેય સિદ્ધાંત શીખવવાને માટે પણ એજ રીત અદાલત કરવી; એટલે અનેક ઉદાહરણો લઈ તે ઉપરથી પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો દર્શાવવા.

કોઈ પણ નિયમ અથવા સિદ્ધાંત શીખવવાને બે પદ્ધતિ હોય છે:—કોઈ બીજા સામાન્ય નિયમ ઉપરથી તે નિયમ દર્શાવે તે એક રીત; અને પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમ દર્શાવે તે બીજી રીત.



આમાંની બીજી રીતે શીખવવું એ ઉપર કહ્યું છે. પહેલી રીતે શીખવવામાં એવો દોષ આવે છે કે ઘણીએક વખતે શબ્દોના અર્થ અનિશ્ચિત હોય છે, અથવા જે સામાન્ય નિયમને આધારે નિયમ ઠરાવીએ તે નિયમના કયા અપવાદ હોય છે તેની આપણને ખબર પડતી નથી. અને તેથી જુદાં જુદાં વિધાન કરી ખરું અનુમાન કેવી રીતે કઢાવવું એ આપણને માલમ પડતું નથી. તેથી એ પદ્ધતિએ (Deductive-Synthetic-Method નિગમન પદ્ધતિ) શીખવવામાં-શીખવામાં ભૂલચૂક થવાનો વધારે સંભવ રહે છે. પરંતુ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમો ઠરાવવાની બીજી પદ્ધતિમાં (Inductive-Analytical-Method વિગમન પદ્ધતિ) જુદાં જુદાં ઉદાહરણો લઇએ તેથી ભૂલ થવાનો થોડોજ સંભવ છે. તેથી સિદ્ધાંત ખરો કરવાને આ પદ્ધતિ બહુ ઉપયોગી છે. વળી આ પદ્ધતિમાં પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણ-દૃષ્ટાંતો ઉપરથી સત્યતા ઠરાવવાની હોય છે તેથી સમજુતિ પણ અતિ સરળ થઈ પડે છે. અને તેથીજ આ પદ્ધતિનાં જ્ઞાન અને અનુભવ થવાંજ જોઈએ. આ કારણને લીધે નવી ભૂમિતિમાં આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો છે. તેથી વ્યાખ્યા અને પ્રમેય-સિદ્ધાંત કે પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો-સત્યતાઓ શીખવવામાં આ વિગમન પદ્ધતિનોજ ઉપયોગ કરવો એ ઉત્તમ રીત છે.

નિગમન પદ્ધતિ કરતાં વિગમન પદ્ધતિ સિદ્ધાંત ખરો ઠરાવવામાં વધારે ઉપયોગી છે; તેથી નિગમન પદ્ધતિ ખોટી છે કે નકામી છે એમ કાંઈ નથી. પહેલી પદ્ધતિ પ્રમાણે સિદ્ધાંત-નિયમો ઠરાવવામાં જે જે ઉદાહરણો જોઈએ તેમાંનાં કેટલાંએક સમૂહકાંજ મળી શકે નહિ અને કેટલાંએક મળે તો તે તપાસવાને પુરતો વખત મળે નહિ. આવી વખતે અનુમાનથી (ઉદાહરણથી નહિ) સિદ્ધાંત ઠરાવવાની આવશ્યકતા રહે છે. ન્યાયમંદિરોમાં ન્યાયાધીશો કામનો નિકાલ કરવામાં તેમજ ઇતિહાસ શોધકો, જ્યોતિષીઓ વગેરે વિદ્વાનો ગત કે અદસ્ય વસ્તુ સંબંધી કાંઈ પણ નિયમ-સિદ્ધાંત ઠરાવવામાં આજ પદ્ધતિનો વિશેષ ઉપયોગ કરે છે. આપણી પાસે આવેલાં માણસો કેવાં છે, અમુક

માણુઓ કયારે આપણને નક્કીજ મળી શકશે, વગેરે બાબતોમાં નિત્ય વ્યવહારમાં આપણે અનુમાનનો વિશેષ ઉપયોગ કરીએ છીએ; તેથી આ પદ્ધતિનાં જ્ઞાન તથા અનુભવ પણ આવશ્યક છે. આ કારણને લીધે યૂક્તિલડની ભૂમિતિમાં જે આનુમાનિક પદ્ધતિ જેવામાં આવે છે તે આ ભૂમિતિમાં પણ રાખવામાં આવી છે.

ટુંકમાં, કોઈ પણ નિયમ બરાબર સમજાવવો અને મનમાં ઠસાવવો; એટલે પહેલાં વહેલાં વિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ, અને પાછળ જે સામાન્ય નિયમો થયા હોય તે ઉપરથી બીજા નવો નિયમ કે સિદ્ધાંત કે અનુમાન કેમ નીકળે છે તે સમજાવવું અને પછી નિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરવો:—આ રીત આ નવી ભૂમિતિમાં લેવામાં આવી છે.

(૩). કોઈ વિશેષ અક્ષત્રવાળો માણસ એકાદ અપૂર્વ શાસ્ત્ર રચે તો તે બધી રીતે સંપૂર્ણ હોય એવું કાંઈ નથી. રચના ગમે તેવી ઉત્તમ હોય તો પણ તેમાં દોષ-ભૂત ચૂક હોય છે. કાલિદાસ, ભવભૂતિ, શેકસપીયર, વાલ્મિકિ આદિ કવિઓએ કાવ્ય રચ્યાં; તેમજ પ્લેટો, ઝાવિન, ભાસ્કરાચાર્ય, પાણિનિ આદિએ શાસ્ત્રો અને તાત્ત્વિક ગ્રંથો રચ્યા; અને તે બહુજ ઉત્તમ છે તો પણ તેમાં દોષ છે. તેજ પ્રમાણે યૂક્તિલડના ગ્રંથોમાં પણ સમજાવું. પણ તે ઉપરથી કંઈ એમ ન સમજાવું કે યૂક્તિલડના ગ્રંથો ખોટા છે. કોઈ મોટો ઈજનેર બહુજ અક્ષત્ર વાપરી કોઈ મોટો બુગડો કે પુત્ર બાંધે અને પાછળથી તેમાં નાના મોટા ફેરફાર કરવાની જરૂર પડે છે. કાળ અને દુનીઆની સામાન્ય સ્થિતિ જોઈ ફેરફાર કરવા પડે છે. તેજ પ્રમાણે યૂક્તિલડના સંબંધમાં પણ છે. યૂક્તિલડના સિદ્ધાંતોનો ક્રમ જે કે બહુજ સારો છે તો પણ તે ક્રમમાં ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. યૂક્તિલડના પહેલા સંબંધના બીજા તથા ત્રીજા સિદ્ધાંતોને છોડી દઈએ તો ચાલે એમ છે; તેમજ ૧૩, ૧૪ અને ૧૫ માં સિદ્ધાંતો ચોથા અને પાંચમા સિદ્ધાંતો કરતાં સહેલા હોવાને લીધે અને એ સિદ્ધાંતો સીધી રીટીના સંબંધમાં હોવાને લીધે તે પહેલાં લઈએ તો વધારે સારું. એજ પ્રમાણે સિદ્ધાંતોમાં પણ ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. જેમ પહેલા સંબંધના ૮ માં સિદ્ધાંતમાં અને બીજા સંબંધના ૧૩

મા સિદ્ધાંતમાં જે સિદ્ધતા યૂક્તિલે આપી છે તેને બદલે સહેલી સિદ્ધતા આપણે આપીએ તો વધારે સારું. આ પ્રમાણે યૂક્તિલડની ભૂમિતિમાં ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. તેથી જે ફેરફાર કરવાથી આપણું કામ સહેલું થઈ પડે એવા ફેરફારો આ નવી ભૂમિતિમાં કરવામાં આવ્યા છે. આ પ્રમાણે યૂક્તિલડના કરતાં સિદ્ધાંતોનો ક્રમ જુદો છે; કોઈ ઠેકાણે સિદ્ધતા પણ જુદી આપી છે; કોઈ ઠેકાણે નકામા લાગતા સિદ્ધાંતો છોડી દીધા છે; અને કોઈ ઠેકાણે બીજા ઉપયોગી નવા સિદ્ધાંતો દાખલ કરીયા છે.

(૪). નવી ભૂમિતિનું મુખ્ય કામ અકૃતિના ધર્મ ગુણ ઠસાવવાનું છે. જેમકે “સમખાંડુ ત્રિકોણના ખુણા સરખા છે” અથવા “એક ખુણો બીજા ખુણા કરતાં મોટો છે” વગેરે બાબતો ત્યારે ભૂમિતિમાં સિદ્ધ કરવાની હોય છે ત્યારે એ સત્યતા બતાવવાને માટે સરખામણી બરાબર થઈ શકે તેથી આકૃતિઓ ચોક્કસ કાઢવી ખાશ જરૂરની છે. સમખાંડુ ત્રિકોણ, લંબચોરસ, ત્રિકોણની મધ્યગા, સમાન્તરખાંડુ ચતુષ્કોણ વગેરેની આકૃતિઓ જે બરાબર કાઢી હોય તો તેના સંબંધી નિયમો એની મેજેજ વિદ્યાર્થીને એકદમ સહજ દેખાઈ આવે છે; જેમકે, સમખાંડુ ત્રિકોણની ખની આકૃતિમાં ખુણા સરખાજ માલમ પડી આવે છે; ખરી આકૃતિના લંબચોરસમાં કોણો બરાબર છે; વગેરે. જે આકૃતિઓ ગમે તેમ દોરી ચલાવી લેવામાં આવે તો એજ આકૃતિના ગુણો એકદમ માલમ પડી આવતા નથી; એટલુંજ નહિ પરંતુ અનુમાનદ્વારા કે શબ્દદ્વારા જે સિદ્ધાંત સાબિત કરીએ તેની સત્યતા વિષે મનમાં શક રહેવાનો સંભવ છે. ધારો કે કોઈ પણ ત્રિકોણમાં સરખા ખુણાની સામેની બાજુ સરખી છે એમ સિદ્ધ કરવાને માટે ત્રિકોણના ખુણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ દોરીએ તો તેમાં બાજુઓ સરખી હોતી નથી તેમજ તે સરખી દેખાતી પણ નથી, તે છતાં આપણે તેને સરખી કહીએ તો તે બહુ અયોગ્ય કહેવાય. આ કારણને લીધે જે આકૃતિઓ દોરવાની છે તે કંપાસ, સેટસ્કવેર, ફુટપટ્ટી વગેરે સાહિત્યોની મદદથી

ચોક્કશજ કાઢવી જોઈએ. આ સાહિત્યનો ઉપયોગ કરવો એ આ નવી ભૂમિતિનું વિશેષ કામ છે. ચૂકિલડમાં કંપાસ અને પટ્ટીનો ઉપયોગ કરવામાં આવતો હતો. પરંતુ તેના વગર કામ ચલાવી લેવામાં પણ આવતું. આ સવડ આ નવી ભૂમિતિમાં નથી અને સાહિત્યનો ઉપયોગ દરેક વખતે આપણે કરવોજ જોઈએ.

(૫). નવી ભૂમિતિમાં સિદ્ધતા આપવામાં કે અન્ય સ્થળે ‘આધાર’, આપવાની જરૂર નથી એટલે સિદ્ધાંતોનો અમુકજ ક્રમ રાખવો અવશ્યનો નથી. આધારો આપવામાં મુખ્ય ખામી એ રહે છે કે અમુક સત્યતા યતાવવામાં વિદ્યાર્થીને જે “આધાર” ટાંકવાની ટેવ પડે તો તે સત્યતાના કારણો ભૂલી જવાની ખલીક રહે છે. જેમકે “ $\Delta$  અબક =  $\Delta$  ડફ” છે, આધાર સિદ્ધાંત ૧૦” એમ કહેવાની ટેવ પડે તો શું કારણથી એ એ ત્રિકોણો ખરાખર છે તે કારણ સમજ્યા વિના ઉપત્તકીયા જ્ઞાન થવાનો સંભવ રહે છે; અને કારણો લાંબા વખત સુધી મનમાં રહેતાં નથી. આવી જાતની ખામી ન રહે તેને માટે સિદ્ધાંતોનો ક્રમ અમુકજ ન રાખતાં જે પક્ષ ઉપરથી અમુક સાધ્ય સિદ્ધ કરવાનું છે તેજ પક્ષ ઉપરથી કારણો સહિત સિદ્ધતા આગળ ચલાવવી; અને એમ કરવામાં સિદ્ધતાના કારણોજ-એટલે-જ આધારો-એક પછી એક લેવાં. કારણો ખરાખર આવડે તો સિદ્ધતા ખરાખર આવડે છે. અને તે ભૂલી જવાનો સંભવ રહેતો નથી. આ કારણો ખરાખર સમજ્યા પછીજ સિદ્ધાંતોના ક્રમનો આધાર વિદ્યાર્થી લે તો પછી કાંઈ હરકત જેવું નહિ.

આ પુસ્તકમાં આધારો સિદ્ધાંતોના ક્રમ ઉપરથી આપ્યા છે તેનો હેતુ એવો છે કે એ પુસ્તક બહુ મોટું ન થઈ જાય. પરંતુ વિદ્યાર્થીએ એવી રીતે સિદ્ધાંતોના ક્રમના આધારો ન આપતાં કારણોનાજ આધારો આપવા.

(૬). નવી ભૂમિતિમાં ચિહ્ન-ટુંકી સંજ્ઞાનો ઉપયોગ બહુ કયો છે; પહેલાં પરીક્ષકની રજા વિના એવાં ચિન્હો વપરાતાં ન હતાં. હવે એવી રજાની જરૂર નથી; પણ એ ચિન્હોનો ઉપયોગ હવે વિદ્યાર્થી પરીક્ષામાં પણ કરી શકશે.

(૭). પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અને સ્વીકૃત કૃત્યો એલાયદાં આપવામાં આવ્યાં છે તો પણ તે મ્હોડે કરવાની જરૂર નથી. દૃષ્ટાંતો આપી તેની સત્યતાઓ ખરાબર બતાવી દેવાવી. આ સિદ્ધતામાં જરૂર પડે ત્યાં “પ્રત્યક્ષ છે,” “ખુદ્બુ જ છે,” વગેરે શબ્દો કહેવામાં આવે તો ચાલશે.

**નોટ**—વિભાગ ૧ લામાં પ્રાયોગિક ભાગમાં પ્રયોગો કેવી રીતે કરાવવા એ સંબંધી જુદી જુદી જગ્યાએ પુરેપુરી જે સમજૂતિ આપી છે, એ સમજૂતિ પ્રમાણે શિક્ષકે કામ લેવું અને તેમાં બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસે કર્તવ્ય ભાગ કરાવવો. એ સમજૂતિમાંનો ઘણો ખરો ભાગ શિક્ષકને જ માટે છે, જો કે એ ભાગમાં વર્ગમાં શિક્ષણ આપતી વખતે પ્રશ્ન અને ઉત્તર કેવા આવવા જોઈએ તે રીત બહુ સંભાળપૂર્વક બતાવી છે.

## વિભાગ ૧લો. કર્તવ્ય અને પ્રાયોગિક ભાગ.

વિદ્યાર્થીએ નીચેનાં સાહિત્યો કર્તવ્ય ભાગમાં વાપરવાં:—

૧. આંકણી—લીટીઓ માપવાની આંકણી ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, ડેસીમીટર અને સેન્ટીમીટર, ના આંકો પાડેલા હોય છે. સામાન્ય રીતે ચપટી આશરે છ ઇંચ લાંબી આંકણી ઉપર એકજ બાજુ સેન્ટી ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ એક કોર ઉપર, અને મીટર અને મીલી મીટર બીજી કોર ઉપર હોય છે.

૨. પ્રોટ્રેક્ટર અથવા કોણમાપક—પ્રોટ્રેક્ટર બે જાતના હોય છે. એક ચોરસ અને બીજું ગોળ. આ પુસ્તકમાં અર્ધવર્તુળના આકારનું પ્રોટ્રેક્ટર વાપરવામાં આવ્યું છે.

૩. સેટસ્કવેર અથવા કાટખુણાની જોડ—બે જાતના સેટ-સ્કવેરો વાપરવામાં આવે છે. એકમાં એક ખુણો કાટખુણો, અને બાકીના દરેક અર્ધાં કાટખુણો હોય છે; અને બીજામાં એક ખુણો કાટખુણો અને બીજા ખુણો  $\frac{1}{2}$  કાટખુણો અને ત્રીજા ખુણો  $\frac{3}{4}$  કાટખુણો હોય છે; પહેલામાં  $૯૦^\circ$   $૪૫^\circ$ ,  $૪૫^\circ$  અને બીજામાં  $૯૦^\circ$ ,  $૩૦^\circ$ ,  $૬૦^\circ$ ના ખુણા હોય છે.

૪. કંપાસ અથવા કુર્કટી-એમાં એક હાથ લોખંડનો અને બીજો અર્ધો લોખંડનો હોય છે, જેમાં બીજી બારીક લીટી દોરી શકાય એવી પેન્સીલ મૂકવામાં આવે છે.

૫. અંતરમાપક-આ સાહિત્ય કંપાસના જેવું જ હોય છે, પરંતુ તેના બંને હાથો આખા લોખંડના હોય છે. એક જ સાહિત્યના અર્ધો હાથમાં પેન્સીલ અથવા લોખંડનો છૂટો હાથ નાખી ચત્રાવવાથી કંપાસ અને અંતર માપક બંને એકમાં આવી શકે છે.

આ સિવાય “એચ એચ” નામની પેન્સીલ, તેડીઓ કાગળ, ટાંકણી, ચોરસ આંકેલી ચોપડી વગેરે પણ જોઈ શકે. પેન્સીલની અણી તીણી કરવા માટે કાચવાળો પોલીશ પેપર વપરાય છે. અનુમાનો લખવા માટે અને અન્ય પ્રશ્નો છોડવા માટે જુદી જુદી ચોપડીઓ (બંને તો) રાખવી એ વધારે સારું છે. આ સાહિત્યોની જોડે એક નાની કાતર પણ હોય તો સારું.

## પ્રકરણ ૧ લું.

### § ૧. સીધી લીટી અને તેનું માપ.

લીટીઓ માપવાને માટે ૨ જા પાના ઉપર બતાવેલી આંકણી જેવી લાકડાની છ ઇંચ લાંબી આંકણી ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, તથા સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટરના કાપા પાડેલા હોય છે. એક મીટર આશરે ૩૯.૩૭ ઇંચ હોય છે. મીટરના દશમા ભાગને દેસીમીટર અને દેસીમીટરના દશમા ભાગને સેન્ટીમીટર કહે છે. સેન્ટીમીટરનો દશમા ભાગ મીલીમીટર કહેવાય છે. પટ્ટી ઉપર સાથી નાનો કાપો મીલીમીટરનો છે. ૧, ૨, ૩, ૪, વગેરે આંકડા સેન્ટીમીટરના છે.

અંગ્રેજી. લંબાઈનાં કોષ્ટકો. ફ્રેન્ચ.

૧૨ ઇંચ (૧૨") = ૧ ફુટ,	૧૦ મીલીમીટર (મી. મી.) = ૧ સેન્ટીમીટર.
૩ ફુટ (૩') = ૧ વાર,	૧૦ સેન્ટીમીટર (સે. મી.) = ૧ ડેસીમીટર.
૧૭૬૦ વાર = ૧ માઇલ.	૧૦ ડેસીમીટર (ડે. મી.) = ૧ મીટર (મા.)

ફ્રાન્સ દેશમાં લંબાઈના માપની એકમ મીટર છે. અને તેના ઉપર પ્રમાણે નાના ભાગો પાડેલા છે. એ રીતમાં દરેક માપ તદ્દન નીચેના ભાગથી દર્શાવેલ છે. મીટરનું માપ નક્કી કરવા માટે પારિસ શહેરમાં થઈ બંને દ્રુવમાંથી જે યામ્યોત્તર વૃત્ત (longitude) ગળે છે તેની બરાબર ગણતરી કરી તેના ચાર કરોડાંશનો ભાગ લીધો છે. ફ્રાન્સમાં આ કુદરતી માપ ઉપરથીજ અન્ય માપો લીધાં છે; જેમકે, ક્ષેત્રફળ માપવાને ૧૦૦ ચોરસ મીટર = ૧ એર (are), પ્રવાહી પદાર્થ ભરવાને એક ઘન ડેસીમીટર = ૧ લીટર (litre), તોલનું માપ લેવાને એક ઘન સેન્ટીમીટર પાણીનું વજન = ૧ ગ્રામ (gramme) અને ઘન ફળ માટે એક ઘન મીટર = ૧ સ્ટીઅર.

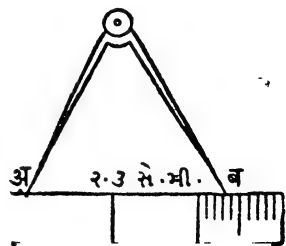
ઉપરનાં કોષ્ટકમાં બતાવેલાં માપો લાંબાની કુટપટી ઉપર છાં કરાવેલાં સમજે છે કે નહિ તેની બરાબર ખાતરી કર્યા પછીજ નીચે પ્રમાણે લીટી માપવાનું કામ વિદ્યાર્થી પાસે શિક્ષકે શરૂ કરાવવું.

### (ક). લીટીઓ માપવાની રીત.

૧ લી રીત—જે અથવા લીટી માપવાની હોય તે કુટ પટ્ટીનો ઇંચિનો દોરો બરાબર અથવાગળ પડે, અને કુટપટ્ટી બરાબર અથવા લીટી સાથે રહે તેમ પટ્ટી ગોઠવે. જે વ છેડે કુટપટ્ટીના કોઈ ચોક્કસ દોરો અથવાગળ આવી રહે તે પ્રમાણે અ છેડેથી તેની લંબાઈ ગણી લેવી ઉપર અથવા = ૧.૬ ઇંચ (૧.૬') છે.

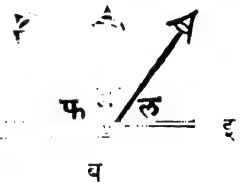
૨ જી રીત—કોઈ પણ લીટીની લંબાઈ, એટલે જે બિંદુની વચ્ચેનું અંતર વધારે ચોક્કસ લાવવા માટે ડીવાઈડર્સનો ઉપયોગ કરવો.

જે અંતર માપવાનું હોય, તેના કરતાં સહેજ વધારે, અંતરમાપકને પહોંચું



કરવું. પછી ધીમે રહીને તેને દબાવવું, અને તેના બન્ને છેડાઓ દબાવતાં દબાવતાં આપેલા અંતરના બન્ને છેડા ઉપર તે બરાબર આવી રહે તેમ મૂકવું. પછી અંતર માપકને ઉંચકી લઈ સહેજ આડું રાખી પુટપટી ઉપર તે અંતર માપવું. અંતર માપકના છેડા પુટપટી ઉપર દબાવવા નહિ, કારણ કે એ પ્રમાણે કરવાથી પુટપટીના દોરાઓ ભોંકાઈ ભોંકાઈ બગડી જાય છે.

**સૂચના.** પુટપટીની ઉપલી કોરો બન્ને બાજુથી નીચે ઢળતી હોય તો સાફ, કારણ કે પટીના દોરાઓ જેમ અને તેમ કાગળની પાસે આવવા જોઈએ. કદાચ એ કોરો ખેડી જાડી હોય તો તેમાં ભૂલ આવવાનો સંભવ છે. જો અબ આંખ આંખ આંખ લીટી માપવી હોય અને કદ જાડી આંકણી હોય તો આંકણી અબ સાથે બરાબર ગોઠવ્યા છતાં લ લીટીમાંથી જોઈએ તો બ આગળનો ચોક્કસ દોરો ક નહિ દેખાતાં બ પાસેના ખોટું અ વ માપ આપનારા લ દોરામાંથી દેખાશે, એટલે અબ જોઈએ તેના કરતાં મોટી દેખાશે. તેમજ ફ માંથી જોતાં અબ નાની દેખાશે. પણ બ્યારે જ દોરામાંથી બ ને જોઈશું તો તેજ ખરું અંતર આપશે.



### પ્રશ્નો.

નીચેની લંબાઈ (ઇંચ ") અને ( સે. મી., મી. મી. ) માં માપો:—

૧. તમારી ચોપડીની લંબાઈ, પહોળાઈ, અને જડાઈ.
૨. તમારા સેટસ્ક્રેશનની કોરોની લંબાઈ.
૩. નીચેની લીટીઓની લંબાઈ બન્ને માપમાં કાઢો:—

૪. ઉપલા પ્રશ્નો ઉપરથી એક ઇંચમાં કેટલા મીલિમીટર છે તે કહો. એક લીટી ૨.૪" માપી લઈ તેના સે. મી. અને મી. મી. કરો.

૫. નીચેની લંબાઈ ઇંચ અને સે. મી. માં માપી તેનાં દશાંશ ભાગ કહો.



૬. નીચેની અ, વ, ક માપી સરવાળો કરી અ ક સાથે સરખાવો.

અ                      વ                      ક    અ                      વ                      ક

| અ                      | વ                      | ક |

૭. અ, વ, ક, ક, ઢ, ઢ, ઈ માપી સરવાળો કરી અ ઈ સાથે સરખાવો.

| અ                      | વ                      | ક                      | ઢ                      | ઈ |

૮. અ, વ, ક, ઢ બંને માપથી માપી બાદબાકી કરો. અ ક અને ઢ વ

માપી સરવાળો કરી પરિણામ સરખાવી જુઓ.

| અ                      | ક                      | ઢ                      | વ |

| અ                      | ક                      | ઢ                      | વ |

| અ                      | ક                      | ઢ                      | વ |

૯. અ વ = ૩.૮" લો. અ વ માં ક બિંદુ ગમે ત્યાં લો. ક અ, ક વ માપો. બંને માપનો સરવાળો કરી તે ૩.૮" ન થાય તો ભૂત ક્યાં આવી છે તે શોધી કાઢો.

૧૦. આઠ ઇંચ લાંબી એક અ ઈ સીધી લીટી દોરો. અ છેડેથી અ વ = ૩", વ ક = ૧.૮" અને ક ઢ = ૨.૩" માપો. ઢ ઈ માપો. ઢ ઈ લંબાઈ હોવા જોઈએ તેટલી છે ? ન હોય તો ભૂત ક્યાં આવી તે શોધો.

૧૧. ૭.૭" લીટી લો. તેના ૧ : ૬ ના પ્રમાણમાં બે ભાગ કરો.

૧૨. કોઈ પણ લીટી લો. તેનું માપ આશરે જોઈનેજ કહો; પણ માપીને કહો. કેટલો ફેર પડે છે તે જુઓ.

૧૩. ઉપરના પ્રશ્ન ૧૨ પ્રમાણે ઘણી લીટીઓ લઈ કરો.

૧૪. ૨.૪" ની લીટી લઈ આશરે તેનું અર્ધું કરી નિશાની કરી બંને ભાગો માપી સરખાવી જુઓ.

૧૫. ૪.૮ સે. મી. ની લીટી લઈ તેના આશરે સરખા ત્રણ ભાગ કરી નિશાની કરી ત્રણે ભાગો માપી સરખાવી જુઓ.

૧૬. ૪.૨ સે. મી. ની લીટી લઈ ૪.૨ નું અર્ધું કરી તેટલો ભાગ એક છેડેથી કાપો. બાકીનો ભાગ એ ભાગ જેટલો છે ?

૧૭. ૩.૩" ની લીટી લઈ ૩.૩ નું એક તૃતીયાંશ લઈ એક છેડેથી કાપો. બાકીનામાંથી પણ તેટલુંજ કાપો. ત્રણે ભાગ સરખાવો.



લીટી સળ ઉપર આવી હોય તો અ' (અ ટાંપ) ઉપર બ' (બ ટાંપ) પડે તેમ સળને તેની ઉપર પાછો બેવડ વાળો. જ્યાં કાપો પડે ત્યાં અ' બ' એટલે અ બ દુભાગાય છે.

### પ્રશ્નો.

૨૩. ૩.૫", ૪.૩ સે. મી., ૪.૭", ૫.૮ સે. મી. ની લીટીઓ દોરો. ઉપર પ્રમાણે બેવડ વાળી દરેકને દુભાગો.

૨૪. ૫.૭", ૩.૩ સે. મી., ૪.૧", ૩.૫" ની લીટી દોરો. દરેકનો એક ભાગ બીજાની ઉપર રાખી અને એ બંને ભાગો ત્રીજાની ઉપર રાખી છોડે બરાબર મેળવી ત્રણ ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

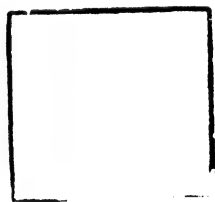
૨૫. ઉપલી લીટીઓના ભાગો કંપાસથી માપી ખાત્રી કરો.

૨૬. ૫.૮", ૧૧.૩ સે. મી., ૭.૩", ૧૦.૫ સે. મી. ની લીટી દોરો. બેવડ વાળવાની રીતથી તેના ૪, ૬, ૮ સરખા ભાગો કરો; બધા ભાગો માપી સરખા છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

**શિક્ષકને સુચના.** પ્રશ્નોની સંખ્યા જ્યાં થોડી લાગે ત્યાં આપેલા પ્રશ્નોની જાતના અથવા અન્ય જાતના વધારે પ્રશ્નો પોતે જનાવી વિદ્યાર્થીને આપવા.

### § ૨. સ્કેલમાપ અથવા અંતર પ્રમાણ.

તમારી સામેના કાળા પાટીઆની લંબાઈ માપો. કેટલા ફુટ છે ? ૪ ફુટ. પાસેની આકૃતિની લંબાઈ માપો. કેટલી છે ? એક ઇંચ આ જગ્યાએ પાટીઆની લંબાઈ એક ઇંચ છે એ જુઓ છો ? આ આકૃતિમાંની એક ઇંચ લંબાઈ છે તે ખરેખરી રીતે પાટીઆની કેટલી લંબાઈ બરાબર સમજવાની ? ચાર ફુટ.



આકૃતિની પહોળાઈ માપો. તે કેટલી છે ? એક ઇંચ; પાટીઆની પહોળાઈ માપો; તે કેટલી છે ? ૪ ફુટ. આ ઉપરથી પહોળાઈના સંબંધ વિષે શું સમજે છો ? આકૃતિમાં એક ઇંચ પહોળાઈ તે પાટીઆની ચાર ફુટ પહોળાઈ બતાવે છે.

પાસે એક કુંગરનું ચિત્ર છે; એની ઉંચાઈ કેટલી છે? પોણા ઇંચ. કુંગરની ખરેખરી ઉંચાઈ કેટલી હશે? ખબર નહિ. તે જાણવા માટે શું જાણવું જોઈએ? કુંગરની ઉંચાઈ અને ચિત્રની ઉંચાઈનો સંબંધ. તે સંબંધને શું કહે



છે? ચિત્ર અને કુંગરની ઉંચાઈઓનો સંબંધ અથવા પ્રમાણ.

પ્રકૃતિનાં ખરેખરાં અંતર અને આકૃતિમાંનાં લંબાઈ, પહોળાઈ વગેરેનાં અંતરોના સંબંધને સ્કેલ અથવા અંતર પ્રમાણ કહે છે. આ પ્રમાણ જ્યારે આપવામાં આવ્યું ન હોય ત્યારે જે વસ્તુની આકૃતિ કાઢી હોય તેનું વાસ્તવિક પરિણામ માલમ પડે ખરું? નહિ. ટીક. આ પ્રમાણ ન આપેલું હોય અને તે વસ્તુના જેવડીજ આકૃતિ કાઢી હોય તો શું?

પ્રકૃતિમાં વસ્તુઓ વાસ્તવિક રીતે જેવડી હોય તેવડીજ આકૃતિઓ દોરતી એ કામ હંમેશાં શક્ય નથી. ઘણી વસ્તુઓ અતિશય ખારીક હોય છે, અને તેવડીજ આકૃતિ કાગળ ઉપર કાઢવી એ ઘણું ખરું અશક્ય છે; જો કે સાહિત્યની મદદથી તેટલી નહીં આકૃતિ નીકળી શકે છે; પણ તે જોનારને સ્પષ્ટ દેખાતી નથી; તેથી આવી નાની આકૃતિઓને મોટી કરવાની જરૂર છે. તેમજ પ્રકૃતિમાં ઘણી વસ્તુઓ અતિશય મોટી હોય છે. અને તેવી મોટી આકૃતિઓ દોરવાને માટે અતિશય મોટો કાગળ જોઈએ. તેથી એવી મોટી વસ્તુઓની આકૃતિઓ નાની કાઢવી પડે છે. આ કારણોને લીધે વસ્તુની ખરેખરી લંબાઈ અને આકૃતિની લંબાઈની વચ્ચે પ્રમાણનો સંબંધ ગોઠવવામાં આવે છે. આ કારણને લીધે નકશામાં જે સ્કેલ આપ્યાં હોય છે તે ઉપરથી કુદરતી વસ્તુઓની લંબાઈ અને નકશાની લંબાઈનો સંબંધ નીકળી શકે છે.

અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક—ઉપલી આકૃતિમાં કુંગર એક માઈલ ઉંચો હોય અને આકૃતિની ઉંચાઈ એક ઇંચ હોય તો આકૃતિની ઉંચાઈને અંશ તરીકે અને કુંગરની ઉંચાઈને (તેના ઇંચ

કરીને) છેદ તરીકે મૂકવાથી જે અપૂર્ણાંક થાય તે અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક કહેવાય છે. જેમકે ઉપલા દર્શાતમાં  $\frac{૧૬}{૧૬} = ૧$  એ અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક છે. એજ પ્રમાણે જો ૨ ઇંચ ૩ માઇલ બતાવે તો  $\frac{૨}{૩} \times ૬૦૦૦ = ૪૦૦૦$  એ ૨ ઇંચ ૩ માઇલનું અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક છે; અથવા એ પ્રમાણ ૨" : ૩ માઇલ (કે ૩ મા. : ૨") લખાય છે.

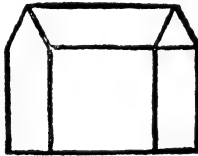
### પ્રશ્નો.

નોટ-પહેલા જે પ્રશ્નોમાં ન ક્તા દશક લગીનાં અંતરો કહેવાં.

૧. નકશામાં આપેલા સ્કેલ ઉપરથી મુંબઈ ઇલાકાના નકશામાં મુંબઈ અને પુના, અમદાવાદ અને મદ્રાસ, સુરત અને કરાંચીનાં અંતર કાઢો.

૨. હિંદુસ્થાનના નકશામાં મુંબઈ અને કાશી, કલકત્તા અને લાહોર, નાગપુર અને મદ્રાસ, અમદાવાદ અને દિલ્હીનાં અંતર કાઢો.

૩. પાસેનાં ચિત્રો જે પ્રમાણમાં કાઢ્યાં છે તેનું પ્રમાણ ૧ ઇંચે ૧૦ ફુટ છે તો તેની ઉંચાઈ ઓ કાઢો.



૪. પાસેના પર્વતની ઉંચાઈ કાઢો.

સ્કેલ ૧" = ૮૦૦૦ ફુટ.



૫. ૧ ઇંચે ૧ માઇલ આવે એવા સ્કેલથી ૩ ફુટ માઇલનું અંતર દોરો.

૬. ૧" = ૨ માઇલના પ્રમાણથી ૬ માઇલ લાંબો રસ્તો દોરો.

૭. જે ગામે ૪.૫ માઇલ દૂર છે તો ૧ સે. મી. = ૧ માઇલના પ્રમાણથી તેનું અંતર બતાવો.

૮. એક વાંસ ૩૦ ફુટ ઉભો દાટ્યો છે તો ૧ સે. મી. = ૩ ફુટના પ્રમાણમાં તેની આકૃતિ કાઢો.

૯. એક કિલ્લો ૧૨૦ ફુટ ઉંચો છે તો તેની ઉંચાઈ ૩" = ૫ ફુટના સ્કેલમાં દોરો.

નોંદ—નીચેના પ્રશ્નોમાં કાટખૂણો દોરવાની રીતની જરૂર પડે છે માટે તે રીત સમજ્યા પછી એ પ્રશ્નો છોડવા.

૧૦. ૧૦ ફુટ લાંબા ને ૫ ફુટ પહોળો લંબચોરસ દોરો. (સ્કેલ ૧"=૧૦').

૧૧. ૩૦૦ ફુટ લાંબા અને ૨૦૦ ફુટ પહોળા લંબચોરસ ખેતરની આકૃતિ કાઢો. (સ્કેલ ૧ સે. મી. = ૧૦૦ ફુટ.)

૧૨. ૨૫૬ ફુટ લાંબા અને ૧૯૨ ફુટ પહોળા લંબ ચોરસ બગીચાની આકૃતિ કાઢો. (અંતર પ્રમાણ ૧"=૧૬ ફુટ.)

૧૩. નીચેની બાજુવાળા લંબચોરસોને ૬ : ૧ ના પ્રમાણમાં દોરો:-  
૬, ૧૨; ૧૮, ૨૪; ૧૨, ૧૫ ઇંચો; ૨૪, ૩૦; ૩૩, ૪૮ સે. મી.

(નોંદ—૬ : ૧ એટલે પ્રકૃતિના ૬ ઇંચ = આકૃતિનો ૧ ઇંચ.)

૧૪. નીચેની બાજુવાળા ચોરસો ૧૨ : ૧ ના પ્રમાણમાં દોરો:-  
૧૨, ૧૮; ૩૦, ૩૬ ઇંચો; ૩૬, ૪૮; ૨૪, ૪૮ સે. મી.

૧૫. એક લંબચોરસ કિલ્લાની અંદરની લંબાઈ અને પહોળાઈ અનુક્રમે ૩૧૦ અને ૧૭૦ ફુટ છે. અને કિલ્લાની ભીંતની જડાઈ ૧૦ ફુટ બધી બાજુએ છે તો ભીંતની સાથે તેના તળીયાની આકૃતિ દોરો. (અંતર પ્રમાણ ૧"=૧૦૦ ફુટ.)

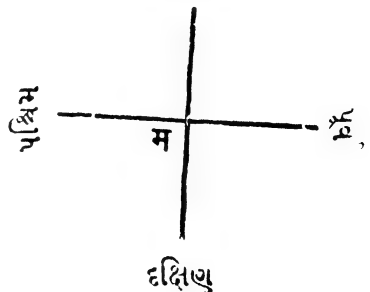
૧૬. ૨૦ ફુટ અને ૧૫ ફુટ લંબાઈ પહોળાઈ હોય એવા લંબચોરસ ચોરસોની આકૃતિ દોરો, તેના સામસામેના ખુણાનું અંતર માપી ખરેખર અંતર કહો. (યાગ્ય સ્કેલ લેવું.)

૧૭. એક સીડી (અથ) નો એક અ છેડો જમીન ઉપર છે અને બીજો વ છેડો એક ભીંત (કંઈ) ઉપર છે. ક ભીંતનો પાયો છે. કઅ = ૩૦ ફુટ અને કવ = ૪૦ ફુટ છે તો સીડી કેટલી લાંબી છે ?

૧૮. ઉપલા ૧૭ મા પ્રશ્નમાં અક = ૧૫ ફુટ અને વક = ૩૬ ફુટ છે તો અથ સીડીનું માપ કાઢો.

ઉત્તર

સૂચના. પાસે પ્રમાણે બમ્બે પાસે પાસેની મુખ્ય દિશાઓ વચ્ચે મ આગળ કાટખૂણો હોય છે તે વિદ્યાર્થીને કહી નીચેના પ્રશ્નો છોડાવવા.



૧૯. એક કીડી ઉત્તરે ૪.૫" નળ છે અને પછી પૂર્વમાં ૧૦.૮" નળ તો પ્રથમ સ્થળેથી તે કેટલે દૂર ગઈ હશે ?

૨૦. અ પશ્ચિમમાં ૭.૫ સે. મી. નળ છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૦.૦ સે. મી. નળ તો મૂળ જગ્યાએથી તેનું કેટલું અંતર થયું ?

નોટ—નીચેના પ્રશ્નોમાં યોગ્ય સ્કેલ લેવાં.

૨૧. એક લખોટાને દક્ષિણમાં ૧૩.૨" ફેંક્યો અને ત્યાંથી પાછો

• પૂર્વમાં ૧૧.૦" ફેંક્યો તો મૂળ જગ્યાએથી તે હવે કેટલો દૂર છે ?

૨૨. એક માણસ અથી ઉત્તરે ૧૭ માઇલ અને ત્યાંથી પૂર્વે ૧૨ માઇલ નળ તો તે અથી કેટલે દૂર ગયો તે કહો.

૨૩. એક ખેતીઓ કથી દક્ષિણે ૨૩ માઇલ અને પછી પશ્ચિમમાં ૨૧ માઇલ નળ તો તે મૂળ જગ્યાએથી સીધું કેટલું ગયો ?

૨૪. અ, વ થી ૧૨ માઇલ પૂર્વે ગયો અને પછી ૧૮ માઇલ દક્ષિણે અને પાછો પૂર્વે ૧૨ માઇલ ગયો ત્યારે અ, વ થી હવે કેટલો દૂર છે ?

૨૫. અ, વ ની દક્ષિણે ૧૭ માઇલ છે; ક, વ ની પૂર્વે ૧૧ માઇલ છે. હ, ક ની ઉત્તરે ૯ માઇલ છે તો અ થી હ નું અંતર કહો.

૨૬. અ, વ ની પશ્ચિમે ૪ માઇલ છે; અ ની ઉત્તરે ક ૯ માઇલ છે; અને ક ની પૂર્વે હ ૧૧ માઇલ છે તો વ હ અંતરની લંબાઈ કહો.

૨૭. અ, હ ના વાયવ્યમાં ૧૨૫ માઇલ અને હ, ક ના ઇશાનમાં ૧૭૫ માઇલ છે તો અ ક અંતરની લંબાઈ કહો.

૨૮. બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ ૧૨ માઇલ છેટે છે અને એક વહાણ એકથી ઇશાનમાં અને બીજાથી વાયવ્યમાં છે તો વહાણનું અંતર બન્નેથી શું ?

૨૯. દમણથી મહાલક્ષ્મી અગ્નિ ખુણામાં છે અને દેહેણથી ૨૭ માઇલ દૂર પૂર્વમાં છે તો દમણથી દેહેણ કેટલું ? અને દમણથી મહાલક્ષ્મી કેટલું ?

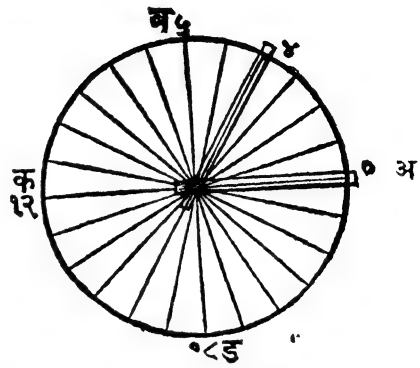
નોટ, દમણ-દેહેણ ઉત્તર દક્ષિણ છે.

૩૦. અ, વ બે સ્થળો ઉત્તર દક્ષિણ છે. ક, અ થી અગ્નિમાં અને વ થી ઇશાનમાં છે. જો અ ક + વ ક ૩૦૦ ફુટ હોય તો અ ક કેટલું ?

### § ૩. ખુણો.

(ક). ખુણા કેવી રીતે બને છે ?

પાસે પ્રમાણેની એક  
આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢો;  
અથવા મોટા કાગળ ઉપર  
કાઢી તેને પાટીઆ ઉપર ટાં-  
કણીઓ મારી સજ્જ કરો.  
કાગળની બે પાતળી પટીઓ  
કાપી તેના એકેક છેડામાં છિદ્ર  
પાડી તેમાં ટાંકણી મારી આ-  
કૃતિના મધ્ય બિંદુમાં બરાબર



બેસાડો. આ પ્રમાણે બે પટીઓને કંપાસના હાથ ગણી લઈ એક  
પટી સ્થિર રાખી ( આડી પટી ) બીજી પટીને ઉપરથી ધીમે ધીમે  
ફેરવો. જે જગ્યાએ ટાંકણી મારી છે તે જગ્યાએ બંને પટીઓની  
વચ્ચે ગાળો પડશે. આ ગાળો વિદ્યાર્થીઓને બતાવી પૂછવું કે આ  
બે પટીની વચ્ચે શું થયું ? ગાળો. આ ગાળાને ખુણા કહે છે.  
આ પ્રમાણે બે લીટીઃ અથવા બે બાજુની વચ્ચે જે ગાળો  
થાય છે તેને ખુણા કહે છે. પાસેની ઘણી વસ્તુઓ બતાવી કહેવું  
કે બે લીંતની વચ્ચે, ટેબલની કારો વચ્ચે, પાટીઆની કારો વચ્ચે,  
ચોપડીની કારો વચ્ચે, ખુણા થાય છે. પછી બે પટીઓની વચ્ચે  
કેટલો ગાળો થયો છે તે બતાવી યાદ રખાવવું; અને ઉપલી પટી  
ઉપરથીજ ફેરવીને પહેલા ગાળાના કરતાં હવે બેવડો ગાળો કરી  
પૂછવું, કે પહેલાં કરતાં હવે ગાળો મોટો થયો છે ? પહેલાં પટીનો  
છેડો વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી ( કેટલા અંશમાંથી ) ફર્યો હતો ?  
હવે તે કેટલો ફર્યો છે ? પહેલાં કરતાં હવે એ ગાળો કેવડો થયો  
છે ? વિદ્યાર્થીઓ “બેવડો” એમ જવાબ આપશે. જવાબ ખરો મળે  
ત્યાં સુધી ઘણી રીતે પ્રશ્નો કર્યાજ કરવા.

\* “લીટી” એટલે સીધી લીટી એવા અર્થ આ પુસ્તકમાં લીધો છે.



આ પ્રમાણે ઉપલી પટીને ધીમે ધીમે ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવતા જવું અને પૂછવું કે આ \*સાંકડા ખુણા (ઉન કાટખુણ) કરતાં આ ન્યૂનતાપૂરક [ દ્વિકાટખુણપૂર્ણી ] ખુણો મોટો કે નાનો છે ? મોટો. આ ખુણો જે મોટો છે તે જેમ જેમ પટી ઉપર ફેરવીએ છીએ તેમ તેમ શું થાય છે ? નાનો. આ (ઉન કાટખુણ) મૂળ ખુણો શું થાય છે ? મોટો. પટીને વધારે ફેરવવી અને કાટખુણો [ ૦ થી ૬ ] થાય ત્યાં સુધી ઉપલી પટી લઈ જવી. પછી પૂછવું કે [ મૂળ ખુણો ] આ ખુણો અને [ ન્યૂનતાપૂરક ] આ ખુણો વચ્ચે શું ફેર છે ? “કાંઈ નહિ; બન્ને સરખા છે.” પછી બતાવીને કહેવું કે આ ખુણો કાટખુણો કહેવાય છે. કાટખુણાનાં બીજાં અનેક ઉદાહરણો વિદ્યાર્થીને બતાવવાં અને તેઓને પૂછી કઢાવવાં.

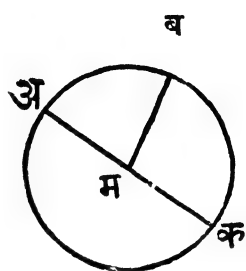
પછી પટીને પાછી ડાબા હાથ તરફ સહેજ ફેરવવી. આ પ્રમાણે થતો ખુણો કાટખુણા કરતાં મોટો કે નાનો છે ? મોટો. એનો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો (દ્વિકાટખુણ પૂર્ણી) નાનો કે મોટો થાય છે ? નાનો. પટીનો છેડો છેક ક સુધી લઈ જવો. અને એ પ્રમાણે પૂછવું; અને મૂળ ખુણા અને દ્વિકાટખુણ પૂર્ણી વચ્ચેનો તફાવત કઢાવતા જવું. ક આગળ પટીનો છેડો આવે ત્યારે પૂછવું કે આ ખુણો (મૂળ ખુણો) કાટખુણા કરતાં કેટલો મોટો છે ? ૧ આગળ છેડો હવે ત્યાંના કરતાં હવે કેટલો મોટો એ ખુણો છે ? હવે કેટલા કાટખુણા થયા ? વગેરે.

એક કાટખુણો ફરતી વેળા પટીનો છેડો વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી ફર્યો ? ચોથા. કેટલો ભાગ ફરવાથી એ કાટખુણા થાય ? અર્ધો. કેટલો ભાગ ફરવાથી અર્ધો કાટખુણો થાય ? આઠમો. વગેરે,.....

**સૂચના**—અગાઉનો ભાગ શીખવ્યા પહેલાં વર્તુળ, મધ્યબિંદુ, પરિધ, વગેરે શબ્દોની માહિતી વિદ્યાર્થીને કરાવવી. એ શબ્દોની

વ્યાખ્યા મ્હોડે કરાવવાની જરૂર નથી, પરંતુ શરૂઆતમાં તેના અર્થ બરાબર સમજે અને તેનો ઉપયોગ બરાબર કરે તો બસ છે.

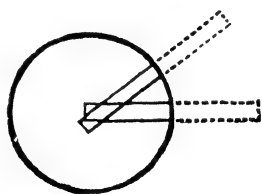
**વ્યાખ્યા—**જો કોઈ આકૃતિની એક એવી વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંહેના એક સુકરર ખિંદુમાંથી કોઈ પણ સીધી લીટીનું અંતર લઈએ તો તે અંતર હંમેશાં એકનું એકજ રહે તો તે આકૃતિ વર્તુળ છે. આવી વક્ર લીટી તે પરિધ કે પરિધિ છે.



**વ્યાખ્યા—**વર્તુળમાં જે (મ) સુકરર ખિંદુથી પરિધ સુધી સરખી લીટી દોરી હોય તે ખિંદુને વર્તુળનું મધ્ય ખિંદુ કહે છે. અને આ સરખી લીટીઓ ત્રિજ્યા કહેવાય છે. પરિધના કોઈ પણ ભાગને કોઈસ કે ચાપ કહે છે. વર્તુળમાં પરિધ સુધી બંને બાજુ મધ્યખિંદુમાંથી જતી લીટી વ્યાસ છે.

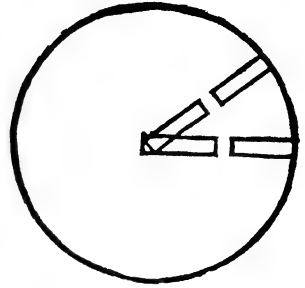
(સ્વ). ખુણાઓનું મહત્ત્વ.

પાસેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એ પટ્ટીઓની વચ્ચે અર્ધાં કાટખુણો થાય તેમ પટ્ટીઓ ગોઠવેા. ચાર પટ્ટી એ પટ્ટીઓની સાથે બીજી એવડીજ પટ્ટીઓ બાંધી દરેક પટ્ટી એવડી કરેા. પટ્ટી પૂછો કે પટ્ટીઓને શું કીધું? આ ખુણો પહેલાંના કરતાં એવડો થયો છે? પહેલાં કેવડો ખુણો હતો? ઉપલી પટ્ટીને ફેરવતાં વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પહેલી વખતે રોકાયો હતો? આ-હમો ભાગ. હવે પટ્ટી એવડી કીધા પટ્ટી વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પટ્ટી ફરી છે? આહમો ભાગ. આ ઉપરથી પટ્ટીઓ એવડી કીધાથી પહેલી વખતના ખુણામાં કાંઈ ફેર પડ્યો છે? ખુણો મોટો કરવાને પટ્ટીઓને લાંબી કીધી હોય તો તે મોટો થઈ શકે ખરો?



નહિ. તો મોટો કરવાને માટે શું કરવું જોઈએ ? ઉપલી પટ્ટીને ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવવી જોઈએ.

પાસે પ્રમાણે બીજો વર્તુળ કઢી પટ્ટીઓ ગોઠવી, બંને પટ્ટીઓને હવે અર્ધી કરો. અને પૂછો કે પટ્ટીઓનું શું કીધું ? પહેલાં બે પટ્ટીઓની વચ્ચે વર્તુળનો કેટલામો ભાગ રોકાયો હતો ? પટ્ટીઓ અર્ધી કરવાથી હવે કેટલો રોકાયો છે ? પટ્ટી ટુંકી કરવાથી ખુણા



નાનો થયો છે ? નહિ. તો ખુણા નાનો કરવાને આપણે શું કરવું જોઈએ ? પટ્ટીને નીચેથી ફેરવવી જોઈએ. ચારે પટ્ટીઓ નાની કરવાથી ખુણા નાનો થઈ શકે ખરો ? નહિ.

ગમે તે કોઈ સરખા પણ નાના મોટા

હાથવાળા બે ખુણા પાટીઆ ઉપર કાઢો. આ

બેમાં મોટો કયો છે ? મોટા હાથવાળો ખુણા

મોટો છે એવો જવાબ મળશે; પછી ડીવાઈડર્સ

લઈ તેનું માથું ખુણા ઉપર મુકી બંને હાથ

એક ખુણાના હાથ ઉપર આવે તેમ પહોળું

કરો; પછી ડીવાઈડર્સને તેમનું તેમજ ઉંચકી બીજા ખુણા ઉપર માથું

ખરાબર મુકી હાથો ખુણાના હાથ ઉપર ગોઠવો. અને પૂછો કે પહેલી

વખત ખુણાના જોડાણ ડીવાઈડર્સને પહોળું કીધું હતું ? પછી ડીવાઈડર્સને

સાંકળું અથવા પહોળું કીધું ? ડીવાઈડર્સને તેમને તેમજ

બીજા ખુણા ઉપર મૂક્યું કે પહોળું કરીને મૂક્યું ? છોકરાઓ પાસે

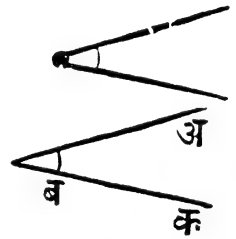
પણ ડીવાઈડર્સના ખુણા સાથે ખુણાઓનાં માપ સરખાવાવી જોવાં.

અથવા વર્તુળના મધ્ય બિંદુ સાથે ડીવાઈડર્સના માથાને રાખી વર્તુળનો

કેટલામો ભાગ પહેલા ખુણા સાથે માપ્યા પછી તે રોકે છે, અને

બીજા ખુણા સાથે માપ્યા પછી તે રોકે છે તે પ્રત્યક્ષ બતાવવું. અને

પૂછવું કે આ બંને ખુણા વચ્ચે કાંઈ ફેર છે ? નહિ.

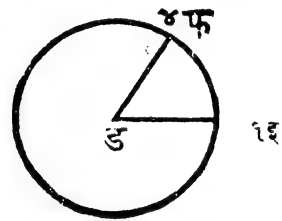


પાસે પ્રમાણેના બે ખુણા પાટીઆ ઉપર દોરો.  
મોટા ખુણાના હાથ કરતાં નાના ખુણાના હાથ મોટા  
કરો. ઉપર પ્રમાણેના સવાલ જવાબ કરી, ડીવાઇડ-  
ર્જથી સરખાવી, અથવા ડીવાઇડર્જની મદદથી વર્તુ-  
ળના ભાગ સાથે સરખાવી બે ખુણામાંથી મોટો કયો છે તે પૂછો;  
નાના હાથવાળો મોટો છે ? “ હા ”



આ પ્રયોગો પરથી ખુણાઓના નાનામોટાપણાનો આધાર શા  
ઉપર રહે ? હાથો લંબાવ્યાથી ખુણો મોટો થાય છે ? ટુંકા કર્યાથી  
નાનો થાય છે ?

વર્તુળમાં અ  
ક ને ફેરવી બ અ ક  
ખુણો પરિધના ૧ થી  
૪ ભાગ રોકે એવડો  
બનાવો. બીજા વર્તુ-  
ળમાં ઢ ફ ઉપર ઢ ફ

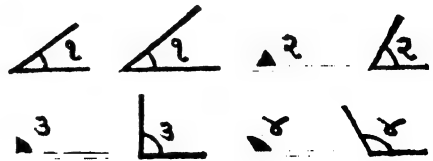


ને કેટલી ફેરવીએ તો બ અ ક ના જેવડો ખુણો થાય ? ૧ થી ૪.  
બે ખુણાઓ સરખા હોય તો આ ઉપરથી શું અનુમાન નીકળે છે ?  
વિદ્યાર્થી પાસે નિયમ કઢાવવો. ન નીકળે તો ફરીથી સમજાવવું.

“જે બે ખુણાઓના હાથો વર્તુળના સરખા ભાગમાંથી  
(સરખા અંશમાંથી) ફેરે છે તે ખુણા સરખા છે” એમ કહો.

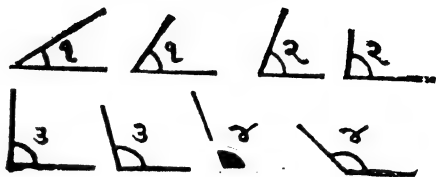
(ગ). ખુણાઓની સમાનતા કે અસમાનતા બતાવવાની રીત.

પાસે પ્રમાણે સરખા  
ખુણાઓની ચાર જોડ લો.  
૧ ને ૧ ઉપર, ૨ ને ૨ ઉપર,  
૩ ને ૩ ઉપર અને ૪ ને ૪  
ઉપર શિરોબિંદુ શિરોબિંદુ



ઉપર આવે ને ખુણાના હાથો એક બીજા ઉપર આવે તેમ મૂકો. પૂછો કે આ ખુણો આ ખુણા પર મળી જાય છે ? બરાબર મળી જાય છે ? એકનો આ હાથ બીજાના આ હાથ પર બરાબર આવેલો છે ? બીજા હાથો પણ મળી જાય છે ? મોટે આ ખુણાઓ સરખા છે.

પાસે પ્રમાણેના અસ-  
માન ખુણાઓની ચાર જોડ  
લો. શિરોબિંદુઓ બરાબર  
મળી જાય અને એકેક હાથ  
બરાબર મળી જાય તેમ ૧

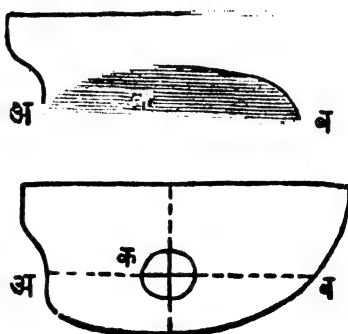


ને ૧ ઉપર, ૨ ને ૨ ઉપર, ૩ ને ૩ ઉપર, ને ૪ ને ૪ ઉપર  
જોડવો. આ ખુણાના બીજા હાથ ક્યાં પડે છે ? એ હાથ અંદર પડે  
છે કે બહાર ? અંદર. આ ખુણાઓ સરખા છે ? નાના ક્યા છે ?  
મોટા ક્યા છે ? નાના ખુણાનો ઉપલો હાથ અંદર કે બહાર પડે છે ? વગેરે.

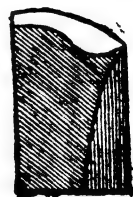
આ ઉપરથી હસાવો કે ખુણાઓનું નાનામોટાપણું ખુણા જે  
આબુ-લીટીઓની વચ્ચે થાય છે તેની લંબાઈ ઉપર આધાર રાખતું  
નથી; પણ તે હાથો વધારે કે ઓછું ફરે તેના ઉપર આધાર રાખે  
છે. ખુણાઓના હાથની વચ્ચે વધારે ઓછી જગ્યા હોય તો ખુણો  
મોટો નાનો થાય ખરો ? નહિ. આ નિયમો બરાબર હસાવ્યા પછી  
આગળ ચાલવું.

### (ઘ). કાટખુણો.

કોઈ પણ કાગ-  
ળનો કટકો લો. તેની  
વચ્ચે એક આડો અવ  
સળ વાળો; અને ફરી-  
થી એ સળની કોર  
બરાબર એક ભાગ  
બીજા પર મળી જાય તેમ  
વચ્ચે બીજો સળ



અ  
વ

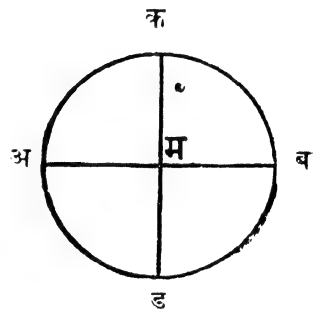


ક હ

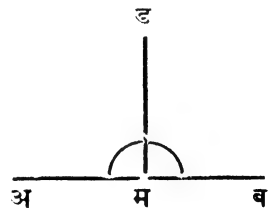
વાળો. આ પ્રમાણે બે સળની વચ્ચેનો ખુણો (ક) બતાવી પૂછો કે પહેલાં જે કાટખુણો બતાવ્યો હતો તેની બરાબર આ ખુણો છે ?

એક સળ ઉખેડો અને બે કાટખુણો બતાવો; બીજો સળ ઉખેડી ચાર કાટખુણો બતાવો. સામાન્ય વસ્તુઓના દાખલા-પાનાં, ટેબલ, પાટલી, સ્લેટ, - તથા “કાટખુણ” નો વિચાર બરાબર ઠસાવો. બીજા નાના મોટા ખુણો લઈ એક કાટખુણો સાથે સરખાવો અને એ પ્રમાણે કાટખુણો કરતાં નાના અને મોટા ખુણોઓ પણ ઠસાવો. કંપાસ ઉઘાડાવી જુઓ કે વિદ્યાર્થી કાટખુણો કરી શકે છે કે નહિ.

એક વર્તુળ કાઢી ઉપલો પ્રયોગ ફરી કરો. વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખુણો થાય છે ? અથવા સળની ઉપલી બાજુએ કેટલા ખુણો છે ? આ ખુણો સરખા છે ? અથવા સળ ઉપર મ ક સળ કેવી રીતે પડે છે ? તેની આજુબાજુના ખુણો બરાબર છે ? આ ઉપરથી કાટખુણની વ્યાખ્યા કઢાવવી.

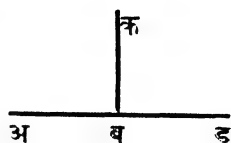


વ્યાખ્યા-જો એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે અને બન્ને બાજુના ખુણો સરખા થાય તો તે દરેક કાટખુણો કહેવાય છે. અથવા ખુણોઓના હાથોની વચ્ચે વર્તુળનો ચોથો ભાગ રોકાય તો તે ખુણો કાટખુણો છે; એટલે હાથો વર્તુળના ચોથા ભાગમાંથી ફરે છે.



ચાર પાંચ કાટખુણો સળ પાડી બતાવો. એકને બીજાની ઉપર બરાબર જો ઠવો. આ ખુણોઓ બરાબર જોઈ શકાય છે ? એક બીજાના હાથો બરાબર મળી ગયા ? ખુણોઓ બરાબર મળી ગયા છે ? આ ઉપરથી ઠસાવો કે સઘળા કાટખુણો બરાબર છે.

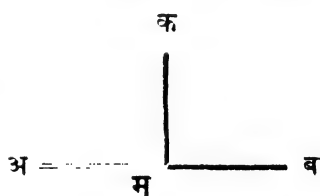
વ્યાખ્યા. એક લીટીથી બીજી લીટી સાથે કાટખુણો થાય તો તે બે લીટીઓમાંની એક બીજીને લંબ છે એમ કહેવાય છે. આકૃતિમાં અ, બ, વ, ક ને લંબ છે; અને વ, ક, બ, અ ને લંબ છે.



### (ક). લંબ દોરવાની રીત.

૧ લી રીત. કાગળનો એક કકડો લો. એ કકડામાં એક સળ વાળો. આ સળની ડારો એક બીજા પર બરાબર મળી જાય તેમ ફરીને સળ વાળો. કાગળ ઉકેલી જુઓ. બીજા સળથી પહેલા સળ ઉપર કેવડો ખૂણો થાય છે? કાટખુણો. આ ઉપરથી કાગળમાં સળ પાડી એક લીટી ઉપર લંબ દોરવા માટે શું કરવું જોઈએ? સળ કેવી રીતે પાડવો જોઈએ?

૨ જી રીત. ઉપલી રીતથી, આપેલી લીટીની બહાર ખિંદુ આપ્યું હોય, તો લંબ કેવી રીતે દોરી શકાય? આપેલી લીટી ઉપર કાગળને બેવડ વાળો. આપેલા ખિંદુમાંથી ટાંકણીથી અથવા કંપાસના અગ્ર ખિંદુથી છિદ્ર પાડો. આ બે ખિંદુની વચ્ચે સળ વાળો. કાગળને આ સળની ઉપર ફરીથી બેવડ વાળો. ડારો બરાબર મળી જાય છે? દરેક ખુણો કેવડો? કાટખુણો. કાગળ ઉકેલી જુઓ. આપેલા ખિંદુમાંથી આપેલી લીટી ઉપર લંબ દોરવા માટે કયી રીત છે?



૩ જી રીત. અ, બ આપેલી લીટી છે. ક આપેલું ખિંદુ છે. કાગળમાં એવો સળ વાળો કે અ, બ નો એક બાજુ ઉપરનો મ, અ ભાગ બીજી

બાજુ ઉપરના મ, બ ભાગ ઉપર બરાબર મળી રહે; અને ઉભો સળ ક માંથી જાય. સળોની ડારો બરાબર મળી જાય છે? આ દરેક ખુણો કેવડો? કાટખુણો. ક માંથી લંબ દોરવાને કયી રીત કામ લાગે છે?

## પ્રશ્નો.

૧. તમારા ડીરાઇડર્જના હાથ પહોળા કરી કાટખુણો કરો.

૨. તમારા સેટસ્કવેરોના સૌથી મોટા ખુણા કેવા છે ?

૩. તમારી ચોપડીનાં પાનાંના ખુણાઓ કેવા છે ?

નોટ—નીચેના પ્રશ્નોમાં ઘડિયાળમાં એક કાંટા ચાલે તો બીજો ચાલતો નથી એમ સમજવું. કાગળનું ઘડિયાળ પટ્ટીના કાંટાવાળું અને એકથી બાર અંક સુધીનું હોય તો સાફ. નહિ તો તે બનાવવું.

૪. બન્ને કાંટા ૬ ઉપર છે. એક કાંટા ૩ ઉપર આણો તો બે કાંટાની વચ્ચેનો ખુણો કાટખુણા કરતાં નાનો કે મોટો છે ?

૫. બે કાંટા ૩ ઉપર છે. એક કાંટા બાર ઉપર લઇએ તો બન્ને કાંટા વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ?

૬. બન્ને કાંટા ૩ ઉપર છે. એક કાંટા ૯ ઉપર લઇએ તો બે કાંટા વચ્ચેનો ખુણો કેવડો થયો ?

૭. બન્ને કાંટા ૬ ઉપર છે. એક કાંટા ૧૨ ઉપર લઇએ તો બે કાંટા વચ્ચેનો ખુણો કેવડો થયો ?

૮. બન્ને કાંટા ૫ ઉપર છે. એક કાંટા ૨ ઉપર લો, તો બન્નેની વચ્ચે કેવડો ખુણો થશે ? બીજાને હવે ૮ ઉપર લઇએ તો બન્ને કાંટા વચ્ચે કેવડો ખુણો થશે ?

(ચ). કોઈ પણ બિંદુની આસપાસ થતા ખુણાનો સરવાળો.

પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે મ અ  
પટ્ટી ઉપર મ બ પટ્ટી મુકો. બેની  
વચ્ચે કેવડો ખુણો થાય છે ? બન્ને  
પટ્ટી કેવી રીતે મુકેલી છે ? પટ્ટી  
મ અ ને સ્થિર રાખી મ બ ને બ  
(૧) સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો.

હવે બે પટ્ટીઓ કેમ આવી છે ? બેની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો છે ?

બ (૧)



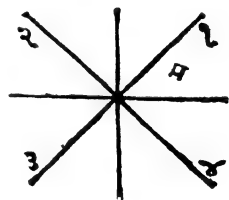
બ (૩)



કાટખુણો. એ વખતે કેટલા કાટખુણા થયા છે ? એક કાટખુણો.  
પાંચી મ અ ને એજ સ્થિતિમાં રાખી મ વ ને વ (૨) ની સ્થિતિમાં  
આવે તેમ ફેરવો. હવે મ વ (૧) અને મ વ (૨) ની વચ્ચે કેવો  
ખુણો થયો ? એ કેટલા કાટખુણા છે ? મ અ અને મ વ (૨) ની  
વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા ? એ કાટખુણા. મ વ ને ફરીથી આગળ  
મ વ (૩) ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો. મ વ (૨) અને મ વ  
(૩) ની વચ્ચે કેવો ખુણો થયો ? એ કેટલા કાટખુણા છે ? હવે  
મ અ અને મ વ (૩) ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા છે ? ત્રણ  
કાટખુણા. મ વ ને વ ફરીથી વ (૪) ની એટલે અ ની સ્થિતિમાં  
આવે તેમ ફેરવો. મ વ (૩) અને મ વ (૪) ની વચ્ચે કેવો ખુણો  
થયો ? મ અ ને મ વ (૨) વચ્ચે કેવો ખુણો થયો ? એ ખુણો કેવો  
છે ? ઘડીઆળના કાંટાની ઉત્તરી દિશામાં (દિશા અતારી) જતાં મ અ  
અને મ વ ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા ? ચાર કાટખુણા.

વળી કાગળમાં કાટખુણો થાય તેમ સજો વાળી કાગળ ઉકેલી  
અતાવો કે સજોના \*છેદનબિંદુની આજુબાજુ કેટલા ખુણા થયા ?  
એ ખુણા કેવા છે ? કેટલા કાટખુણા છે ?

વળી પાસે પ્રમાણે એ લીટી કાટખુણે  
દોરો. છેદનબિંદુ (મ) આગળ કેટલા કાટખુણા  
છે ? મ ૧ દોરો. એ ચાર કાટખુણામાંથી કોઈ  
ભાગ ઘટયો છે ? કોઈ વધ્યો છે ? મ ૨, મ  
૩, મ ૪, વગેરે દોરી એ નિયમ ડસાવો.



આ પ્રમાણે એક બિંદુની આસપાસ એક લીટી ફરતી ફરતી  
ઉપરથી નીચે આવી તેજ સ્થિતિમાં પાંચી આવે તો કેટલા કાટખુણા  
થાય છે ? એ લીટી કેટલા કાટખુણામાંથી ફરે છે ? ચાર કાટખુણા.

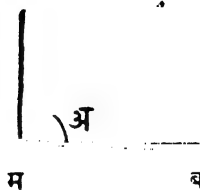
એક બિંદુ આગળ ગમે તેટલી જુદી જુદી લીટીઓ દોરીએ  
તો તે લીટીઓની વચ્ચેના ખુણાનો સરવાળો શું થાય છે ?

\* બે લીટી (સીધી કે વાંકી) જે બિંદુમાં છેદે કે મળે તે છેદનબિંદુ છે.

આ નિયમ હસાયા પછી નીચેની વ્યાખ્યાઓ પાઠી કરાવવી.

ક

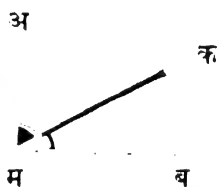
વ્યાખ્યા—એક કાટખુણાથી નાના ખુણાને ઉનકાટખુણ (ઉન = ઓછો, કાટખુણાથી ઓછો) કે સાંકડો ખુણો કહે છે.  
 $\angle$ અ કે  $\angle$ વમક સાંકડો ખુણો છે.



વ્યાખ્યા—એક કાટખુણાથી લ મોટો પણ બે કાટખુણાથી નાનો ખુણો હોય તેને અતિકાટખુણ (અતિ = મોટો, કાટખુણાથી મોટો) કે પહોળો ખુણો કહે છે.  
 $\angle$ વમલ પહોળો ખુણો છે.



વ્યાખ્યા—બે ખુણાનો સરવાળો એક કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને એક કાટખુણ પૂર્ણિયા કોટિખુણો કહે છે.  
 $\angle$ વમક, કે  $\angle$ કમઅ કોટિખુણો છે.



વ્યાખ્યા—બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને દ્વિકાણખુણ પૂર્ણિયા કે ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કહે છે.

$\angle$ વમર, કે  $\angle$ કઅર ન્યૂનતાપૂરક છે. ક



વ્યાખ્યા—કોઈ પણ સીધી લીટીની અંદરના કોઈ બિંદુ આગળ તે લીટીની એકજ આગુએ જો ખુણો હોય છે તે દ્વિકાટખુણ છે.



## પ્રશ્નો.

૯. નીચેના ખુણાઓમાં સાંકડો ખૂણો કયો ? પહોળો ખૂણો કયો ? અને કાટખૂણો કયો ?



૧૦. નીચેના ખૂણાઓમાં કોટિખૂણા કયા ? અને ન્યૂનતાપૂરક કયા ?



૧૧. ઉપર પ્રમાણે દર્શાવેલ ખુણાઓ કાઢી પ્રશ્ન ૯ અને ૧૦ પ્રમાણે પ્રશ્નો પૂછી ખુણાઓનો પ્રકાર બરાબર ઠરાવો.

### (છ). ખુણા ઓળખવાની રીત.

બે લીટીઓ દોરી એક ખુણો બનાવો.

અને પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે અક્ષરો મૂકો.

જે બે લીટીઓની વચ્ચે ખુણો થાય છે તેને

તે ખુણાની શાખા લીટી કે હાથ કહે છે.

અથ, અંક ખુણાના હાથ છે. એ શાખા લી-

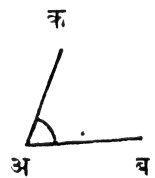
ટીઓ જ્યાં મળે છે તે બિંદુને ખુણાનું શિરોબિંદુ કે કોણબિંદુ

કહે છે. ઉપરની આકૃતિમાં અ બિંદુ શિરોબિંદુ છે. ખુણાનું નામ

આપવા માટે આપણે ખુણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર વચ્ચે

મૂકી તેની અંતુષ્ઠાણુ શાખા લીટી આગળના બીજા અક્ષરો મૂકીએ

છીએ; જેમકે ઉપરો ખુણો વઅક, અથવા કઅવ કહેવાય છે.



વળી કોઈ પણ આકૃતિને અક્ષ-

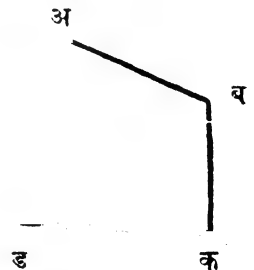
રથી ઓળખવા માટે કોઈ પણ ખુણાના

શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર લઈ લાંબી

અનુક્રમે આવતા અક્ષરો (ઉપરથી કે

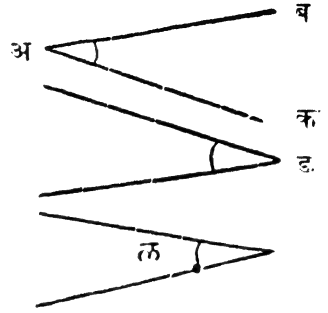
નીચેથી) સાથે લખબોલવાનો (મૂળ અક્ષર

આવે ત્યાં સુધી, પણ તે અક્ષર નહિ.)



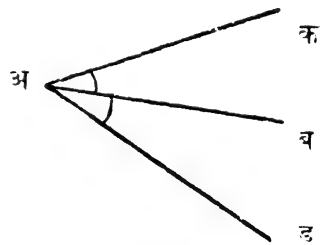
રિવાજ છે. ઉપલી આકૃતિ અવકઢ, વકઢઅ વગેરે, અથવા અઢકવ, ઢકવઅ, વગેરે બોલાય છે. સામાન્ય રીતે જે અક્ષરો વપરાયા હોય તેમાંના પહેલા (મૂળાક્ષરના) અક્ષરથી શરૂ કરવાનો રિવાજ છે. જેમકે ઉપલી આકૃતિ અવકઢ બોલાય છે.

પુણાઓને ઓળખવા માટે ઉપર સિવાયની બીજી રીતો પણ છે. જેમકે પાસેનો પુણો વઅકથી ઓળખાય એટલુંજ નહિ, પરંતુ કોઈ વખતે પુણાની શાખા લીટીના બહારના છેડા ઉપર અક્ષર ન લખી પુણા આગળજ અંદરથી કે બહારથી એક અક્ષર મૂકાય છે; જેમકે વઅક પુણો ઢ અથવા પુણો લથી પણ ઓળખાય છે.



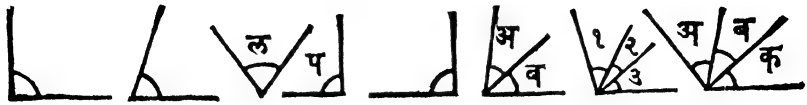
**સંજ્ઞા** (ટુંકી રીત). “પુણો” શબ્દને માટે  $\angle$  આવું ચિહ્ન પુણાની અગાઉ મુકવાનો રિવાજ છે. જેમકે  $\angle$  વઅક એટલે પુણો વઅક;  $\angle$  ઢ = પુણો ઢ;  $\angle$  લ = પુણો લ.

**વ્યાખ્યા**—પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે જે પુણાઓની વચ્ચે એકજ શાખા લીટી હોય અને એકજ બિંદુમાં તે પુણાઓ મળતા હોય તો એ પુણાઓને પાસે પાસેના પુણા કહે છે.  $\angle$  કઅવ,  $\angle$  વઅઢ પાસે પાસેના પુણા છે.



૨ અઢ ની ઉપર અ સ્થિર રાખી અક ને ફેરવો. અક માં તે આવે ત્યારે અટકો. કયો પુણો થયો? ઢઅક. પછી ફરીથી અઢ થી લઈ અવ ની સ્થિતિમાં અટકો. કયો પુણો થયો? ઢઅવ; અને અવ ને હળુ આગળ લઈ અક આગળ અટકો. કયો પુણો થયો? વઅક. ઢઅવ અને વઅક પુણાને ભેગા ફરીએ તો કયો પુણો થાય? ઢઅક. આ ઉપરથી શું સમજે છે તે કહો.

## પ્રશ્ન.

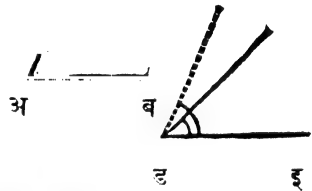


૧૨. ઉપલી આકૃતિમાંના ખુણાઓને નામ આપો. કયા કયા ખુણા પાસે પાસેના ખુણા છે? નામ આપી તે ખુણાઓ કહો.

(જ) ખુણાઓની સરખામણી.

એ ખુણામાં કયો કોનાથી મોટો છે તે પારખવાની રીત.

પાસે પ્રમાણે વચક, ઇડફ એ ખુણા-  
ઓ લો. વચક ખુણા ઉપર તેલ ઓ કા-  
ગળ અથવા કોઈ પાતળો (ઉપરથી ની-  
ચેનો ખુણો દેખાય એવો) કાગળ મૂકો;  
અને નીચેના વચક ખુણાની નકલ પે-  
ન્સીલથી કાગળ ખરસા વિના કરો. એ



કાગળને ઉંચકીને અ, 'ઢ ઉપર પડે અને અવ, ઢઉ ઉપર પડે તેમ  
ગોઠવો. અક, ઇફ ની બહાર પડે છે? ઢફ ઉપર ઢક'ને લાવવા માટે  
શું કરવું જોઈએ? ત્યારે ઇઢક' ખુણો નાનો કે મોટો થશે? ત્યારે  
ઇઢક' ખુણો ઇઢફના કરતાં નાનો કે મોટો છે? ઇઢક' ખુણો, વચક  
ના કરતાં મોટો કે નાનો છે? કે અરાખર છે? ત્યારે વચક ખુણો,  
ઇઢફ ખુણા કરતાં મોટો કે નાનો છે.

વ અ ક ખુણાને નાનો દોરી એજ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરવા.

તેલીઆ કાગળ અથવા પાતળા કાગળ ઉપર આપેલા ખુણાની  
નકલ કરવી હોય તો ખીજી કોઈ રીતે તેવડા ખુણો બનાવી ઉપર  
પ્રમાણે પ્રયોગ કરવો.

## પ્રશ્નો.

૧૩. તેલીઆ કાગળ ઉપર પાંચ ખુણાની નકલ કરી કાગળ ઉંચકી લઈ  
ફરીથી ખુણો ગોઠવી તપાસી જુઓ કે ખુણો અરાખર થયો છે કે નહિ.

\*આપેલા ખુણાના જેવડો ખુણો નીચેની રીતે પણ બનાવી શકાય છે:--

૧૪. પાસેના ખુણા-  
ઓની જોડામાં બબ્બે ખુણા



સરખાવી કયો કોનાથી મોટો છે તે બતાવો.

૧૫. પાસેના ખુણા-  
ઓની જોડામાં બબ્બે ખુણા  
સરખાવી મોટો કયો અને નાનો  
કયો તે કહો.

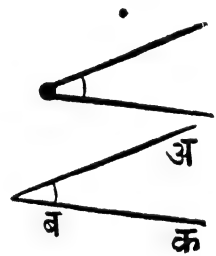


૧૬. પાસેના ખૂ-



ણાઓ સરખાવો.

(૧) અ બ ક ખુણાની નીચે કાગળ  
મુકો. ઉપરથી, અ, બ, ક માંથી ટાંકણીથી  
છિદ્રો પાડો. ખુણો ઉપાડી લઈ નીચેના કાગ-  
ળમાં જ્યાં છિદ્રો પડ્યાં છે ત્યાં ક' બ',  
બ' અ' સાંધો. તો ક' બ' અ' ખુણો ક બ અ  
ખુણાની ખરેખરી નકલ છે.



(૨) બ અ ક ખુણો અ બ ને અ ક ની ઉપર ફેરવીએ ત્યારે  
બને છે માટે અ બ ત્રિજ્યા વર્તુળના ક બ ભાગમાંથીજ ફરી છે. માટે  
વર્તુળના ક બ ભાગ જેટલાજ ભાગમાંથી ઉપલી લીટીને ફેરવીએ તો  
ક અ બ ખુણા જેવડો ખુણો થશે. માટે અ ક ના જેવડી હ પ લીટી  
લો. અને હ ખિંદુ મધ્યખિંદુ લઈ અ ક ના જેવડી (હ પ બરાબર)  
ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળનું કૌંસ દોરો. અને ક બ માપી લો. પ મધ્યખિંદુ  
અને ક બ ત્રિજ્યા લઈ બાજુનું કૌંસ દોરો. આ કૌંસ આગલા કૌંસને  
લ માં છેદે છે હ લ સાંધો. ખરું જોતાં આપણે ક અ બ ને ન ઉચ્ચ-  
કતાં તેના ત્રણ ભાગો (ત્રણ બાજુ) જુદી પણ તેવીજ સ્થિતિમાં  
મુક્યા છે. માટે પઢલ ખુણો ક અ બ ખુણા બરાબર છે.

નોંદ. જાંચ દશ ખુણાઓ કાગળ ઉપર કઢાવી તેનાં જેવડા ખુણા  
ત્રિધાર્થીઓ પાસે કઢાવી પહેલી અને બીજી રીત ખાસ કરીને ઠસાવવી.

૧૭. પાસેના ખુણાઓમાં સૌથી



મોટો અને સૌથી નાનો કયો ?

૧૮. હાથથીજ દશ કાટખૂણા કાઢો. અને બખ્ખેને સરખાવી જુઓ. કાંઈ ફેર લાગે છે કે નહિ ?

૧૯. હાથથીજ દશ સાંકડા ખૂણા કાઢો.

૨૦. હાથથીજ દશ પહોળા ખૂણા કાઢો.

### (જ) ખુણાના વિભાગ.

કાગળના કકડામાં સળો વાળી એક કાટખુણો બનાવો. અને તે કાપી કાઢો. કાટખુણાની શાખા લીટીઓ એક બીજા પર બરાબર મળી જાય તેમ સળ વાળો. કાટખુણાના કેટલા સરખા ભાગ થયા છે ? દરેક ભાગ કેટલો કાટખુણો છે ? અર્થાં બેવળ વાળેલા ભાગને ઉપર પ્રમાણેજ ફરીથી બેવળ વાળો. હવે કાટખુણાના કેટલા ભાગ થયા છે ? દરેક ભાગ કેટલો કાટખુણો છે ? ચતુર્થાંશ.

જે પ્રમાણે રૂપીઆના સોળ ભાગ કરીએ તો દરેક ભાગને આનો કહીએ છીએ, તે પ્રમાણે એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ કીધેલા છે અને તે દરેકને અંશ કહે છે. કોણમાપક સાહિત્ય ઉપરના અંશ બતાવવા અને તેની સંખ્યા બરાબર સમજાવવી; પછી ખાત્રી કરવી કે એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ (અંશ) કરેલા છે.

એક લીટીને બીજી લીટીની આસપાસ વર્તુળના આકારમાં ફેરવવાથી ખુણો થાય છે એમ આપણે ઉપર જોયું છે. એક આખા વર્તુળના ૩૬૦ (સરખા) ભાગ કરેલા છે; અને એ પ્રમાણે એક કાટખુણાના ૯૦ ભાગ કરેલા છે. આ ઉપરથી કોઈ પણ ખુણો માપવો હોય તો તે વર્તુળના ૩૬૦ મા ભાગ પરથી મપાય છે.\*

પૃથ્વી સૂર્યની આસપાસ ૩૬૫ દિવસમાં ફરી રહે છે, એટલે એક વર્તુળ પુરો કરે છે. આ ઉપરથી વર્તુળના એટલે ચાર કાટખુણાના ૩૬૦ ભાગ કીધેલા લાગે છે. ૩૬૫ ના કરતાં ૩૬૦ સંખ્યા વધારે સારી વિભાજન્ય છે. સામાન્ય રીતે મહિનાના દિવસ ૩૦ અને વરસના ૩૬૦ દિવસ છે

**સંજ્ઞા**—અંશ શબ્દને માટે (અંશના) આંકડાની ઉપર આવું ચિહ્ન (મીડું) જમણી આળુના ઉપલા ખુણા ઉપર મૂકવામાં આવે છે. જેમકે ૧૩° એટલે ૧૩ અંશ; ૪૦" એટલે ૪૦ અંશ. ૩૧૫° = ૩૧૫ અંશ વગેરે.

### પ્રશ્નો.

૨૧. એક કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે? અર્ધા કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે?  $\frac{1}{2}$  કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે?  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{12}$ ,  $\frac{1}{15}$ ,  $\frac{1}{18}$ ,  $\frac{1}{20}$  કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે?  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{4}{5}$ , કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે?

૨૨. ઘડિયાળમાં ૩ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૨૩. ઘડિયાળમાં ૫ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૨૪. ઘડિયાળમાં ૬ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૨૫. ઘડિયાળમાં નીચે બતાવેલા વખતે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

(૧) ૨.૦; (૨) ૪.૦; (૩) ૮.૦; (૪) ૯.૦;

(૫) ૧૧.૦; (૬) ૧૨.૦; (૭) ૧.૦; (૮) વગેરે.

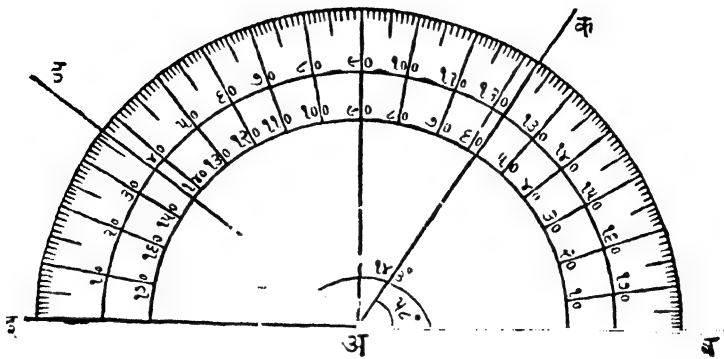
૨૬. પાટીઆ ઉપર નીચેની દિશાઓ દોરી બંને દિશાઓ વચ્ચે કેટલા અંશ છે તે કહો:—

(૧) ઇશાન અને પૂર્વ; (૨) અગ્નિ અને દક્ષિણ; (૩) નૈઋત્ય અને પશ્ચિમ; (૪) વાયવ્ય અને દક્ષિણ; (૫) અગ્નિ અને ઉત્તર; (૬) ઇશાન અને પશ્ચિમ; (૭) ઉત્તર અને દક્ષિણ; (૮) પૂર્વ અને પશ્ચિમ.

### (જ) ખુણા માપવાની રીત.

કોઈ પણ (બ અ ક) ખુણા માપવાનો હોય તો નીચે પ્રમાણે તે માપી શકાય છે:—કાણમાપક (પ્રોટ્રેક્ટર) ને બ અ ક ખુણા ઉપર એવી રીતે મૂકવું કે એ સાદિત્યની સીધી કોર અ બ સાથે ઉપરથી બેતાં બરાબર મળી જાય. અને તેની સાથેજ પ્રોટ્રેક્ટરનું મધ્યબિંદુ ખુણાના શિરોબિંદુ અની સાથે મળે. જુઓ કે આપેલા ખુણાની બીજી શાખા લીટી અ ક પ્રોટ્રેક્ટરની નીચેથી ઉપરના કયા અંશમાંથી જાય છે. અ બ ના ૦ અંશથી લઈ અંશ ગણતાં અ ક સુધીમાં કેટલા અંશ આવે છે? ૫૮. માટે બ અ ક ખુણા ૫૮° નો છે.





ટીપ. આપેલો ખુણો માપવા માટે કોણ માપકની નીચે ખુણાની એક શાખા લીટી સાહિત્યની આડી કોર સાથે અને ખુણાનું શિરોબિંદુ સાહિત્યના મધ્યબિંદુ સાથે યરાયર મળી જાય છે. ત્યાર પછી બાકી બે શાખા લીટીથી થતો ખુણો સાહિત્યની જમણી બાજુએ કે ડાબી બાજુએ માપવો છે. જો અ ક ખુણાની અ ક પહેલી શાખા લીટી જમણી બાજુએ ખુણો કરે છે; અને જો અ ક ખુણાની બીજી શાખા લીટી અ ડ પછી જમણી બાજુએ ખુણો કરે છે માટે અ ક ઉપર આવેલા અને અ ડ ઉપર આવેલા અંશના જુદા અંકો પૈકી જમણી બાજુ ઉપરથી ૦ અંકથી શરૂ થતા અંશના અંકો ગણવા. પરંતુ જો અ ક ખુણો માપવો હોય તો જો અ સાથે અંકથી થતો ખુણો ડાબા હાથ તરફ માપવો છે. માટે જ આગળના ૦ અંકથી શરૂ થતા અંશ ગણવા  $\angle \text{અક} = 30^\circ$  નો છે.

**સૂચના—**પ્રોટ્રેક્ટરથી આપેલા ખુણા માપવામાં કયી વખતે જમણી બાજુના અને કયી વખતે ડાબી બાજુના અંશના અંકથી શરૂ કરવું જોઈએ, એ વિદ્યાર્થીના લક્ષમાં યરાયર ઠસાવવું જોઈએ.

### પ્રશ્નો.

૨૭. તમારા સેક્સકેન્સના ખુણાઓના આકાર કાગળ ઉપર પાડી તે માપો.

૨૮. તમારું ડીવાઈડર્સ પહેાળું કરો. તેના હાથની વચ્ચેના ખુણાના અંશ આશરે કહો. તેનો આકાર કાગળ ઉપર કાઢી તે ખુણો માપી જુઓ.

(અન્યમાયશથી અને માપથી કાઢેલા અંશોમાં ત્રણેક અંશનો ફેર ચાલશે.)

૨૯. પાંચ ખુણાઓ દોરો. એ ખુણાઓ માપો અને તે કેટલા કેટલા અંશના છે તે કહો.

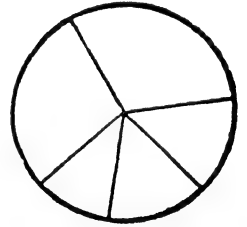
૩૦. નીચે આપેલા ખુણાને પહેલાં આખા માપો; પછી દરેક બેડના પેટા ખુણાઓ જુદા જુદા માપો; પછી સરવાળો કરી આખા ખુણાના બેડલા અંશ એકંદર થાય છે કે નહિ તે જુઓ.



૩૧. પ્રશ્ન ૩૦ પ્રમાણે નીચેના ખુણાઓ માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ.

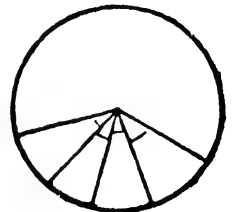


૩૨. એક વર્તુળ દોરો. પરિધ ઉપર ગમે તે પાંચ બિંદુ લઈ તેને મધ્ય બિંદુ સાથે સાંધો; પછી મધ્યબિંદુ આગળ થતા પાંચ ખુણાઓ માપી સરવાળો કરો. આ પ્રમાણે વર્તુળમાં મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખુણા છે ?

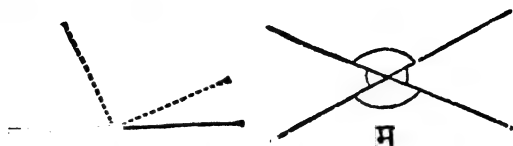


૩૩. પ્રશ્ન ૩૨ પ્રમાણે વર્તુળ દોરી પરિધ ઉપર ૬, ૭, ૮, ૯, ૧૦, વગેરે બિંદુઓ લો. અને પ્રશ્ન ૩૨ પ્રમાણે જાયા ખુણા માપો. પરિણામ શું છે ?

૩૪. વર્તુળ દોરી પરિધ ઉપર ચાર સરખા ભાગ કંપાસથી લો. એ છેદનબિંદુઓ મધ્યબિંદુ બેડે સાંધો અને એ પાસે પાસેની બધાં ત્રિજ્યા વચ્ચેના ખુણા માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? આ ખુણાઓ સરખા છે ?



૩૫. નીચેની આકૃતિના ખુણા માપી સરવાળો કરો અને તે કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે જુઓ.



(૮). ખુણો દુભાગવાની રીત.

૧ ક્ષી રીત. અ બ ક ખુણો લો.  $\angle$ અ બ ક ને એવી રીતે બેવડ વાળો કે બ અ શાખા ક્ષીટી વ ક ઉપર પડે, અને સળ બ માંથી જાય. અ બ ક આખા ખુણાના કેટલા ભાગ થયા છે? એ ભાગો એક બીજા ઉપર બરાબર બેસે છે? માટે આપેલા ખુણાના કેવા ભાગ થયા છે? બે સરખા ભાગ.

નોટ. ત્રિજ્યા, મધ્યબિંદુ, કૌસ, વગેરે શબ્દોને માટે ઉપર આવી ગએલા ભાગનું પુનરાવર્તન અત્રે કરવું.

૨ છ રીત.  $\angle$ બ અ ક લો. અ મધ્યબિંદુ લઈ કોઈ પણ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળનું કૌસ દોરો. આ કૌસ અ બ ને હ માં અને અ ક ને ઇ માં છેદે છે. હ અને ઇ મધ્ય બિંદુ લઈ અને એકજ ત્રિજ્યા લઈ બે કૌસો ફ માં છેદે તેમ દોરો. ફ અ સાંધો. ફ અ, બ અ ક ખુણાને દુભાગે છે.

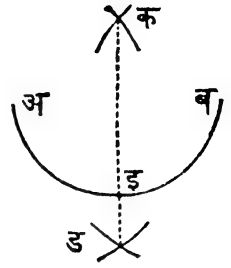
૧ ક્ષી રીત પ્રમાણે  $\angle$ બ અ ક ને  $\angle$ ક અ ફ ઉપર બેવડ વાળો જુઓ. ફ અ,  $\angle$ બ અ ક ને દુભાગે છે?

વર્તુળના આપેલા કૌસને દુભાગવાની રીત.

૧ ક્ષી રીત. અ ક બ કોઈ પણ કૌસ લો. કાગળને બેવડ વાળી કૌસનો ડાબા હાથ તરફનો ભાગ જમણા હાથ તરફના ભાગ ઉપર અ, બ ઉપર પડે તેમ, બરાબર મળી જાય તેમ સળ પાડો. આ સળ અ બ ને ક માં છેદે છે. અ બ ક કૌસના ક આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે.



૨ જી રીત. અ ઇ વ કૌંસ લો. અ, વ મધ્ય બિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઈ બે કૌંસ ક માં છેદે તેમ દોરો. અને અ, વ મધ્યબિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઈ બે કૌંસ દોરો. આ કૌંસ હ માં છેદે છે. ક હ સાંધીએ તો તે આપેલા અ ઇ વ કૌંસને હ માં દુભાગે છે.



નોટ—જે ત્રિજ્યાઓ લઈએ તે અથ અંતરના અર્ધાથી મોટી હોવા નોંધએ; નહિ તો કૌંસો એક બીજાને છેદશે નહિ.

## પ્રશ્નો.

૩૬. કોઈ પણ ખુણા લો. તેને પહેલી રીત પ્રમાણે દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ.

૩૭. કોઈ પણ ખુણા લો. બીજી રીત પ્રમાણે તેને દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ.

૩૮. કોઈપણ ખુણા લો. ૧ લી રીતે તેને દુભાગો. અને વળી ૨ જી રીતે પણ દુભાગો. આપેલા ખુણા એકજ લીટીથી દુભાગાય છે ?

૩૯. એક વર્તુળ દોરી તેનું અ ઇ વ કૌંસ લો. અ વ ને ૧ લી રીતે ક માં દુભાગો. ક ને મ મધ્યબિંદુ સાથે સાંધો. અને અ મ, વ મ પણ સાંધો. અ મ ક, વ મ ક ખુણા માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ. આ ખુણા સરખા છે ?

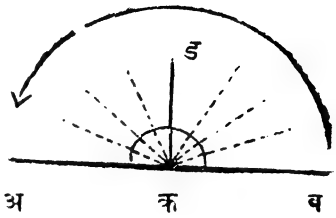
૪૦. પ્રશ્ન ૩૯ માતા કૌંસને બીજી રીતે દુભાગી એજ પ્રશ્નમાં કયા પ્રમાણે કરો.

૪૧. એક વર્તુળ લો. તેનું અ ઇ વ કૌંસ લો. અ, વ ને મ મધ્યબિંદુ સાથે સાંધો.  $\angle$  વ મ અ ને મ ક થી દુભાગો. મ ક, અ ઇ વ કૌંસને દુભાગે છે ?

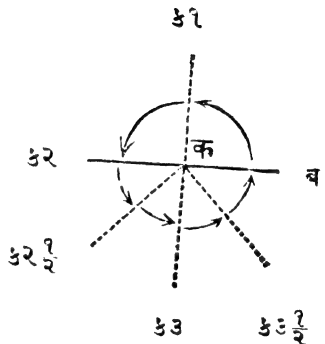
૪૨. એક  $\angle$  અ ઇ વ ક લો. તેને પ્રોટ્રક્ટરથી માપી અંશનું અર્ધું કરો. એની મદદથી  $\angle$  અ ઇ વ ક ને દુભાગો. પરિણામ સરખાવો.

## (ઢ). અતિદ્વિકાટખુણુ.

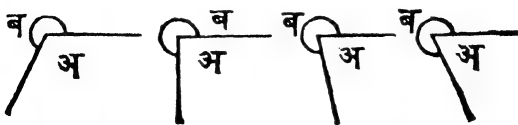
ક વ લીટીની આસપાસ ક ઢ ને  
અતાવેલી તીરની દિશામાં ફેરવીએ તો  
વ ક ઢ ખુણુ મોટો અને મોટો થશે.  
ફરતી લીટી ક ઢ માં આવે ત્યારે  
∠વ ક ઢ કાટખુણુ થશે, અને ક અ  
માં આવે ત્યારે ∠વ ક અ બે કાટખુણુ  
અથવા દ્વિકાટખુણુ થશે.



ફરતી લીટીને હળુ પણ આ-  
ગળ તીરની દિશામાં લઈ જઈએ તો  
ખુણુ મોટો અને મોટો થશે. એટલે  
ક (૨) ની આગળથી ઘડીઆળના  
કાંટાની ઉલટી દિશામાં લીટીનો છેડો  
કરૂં, ક૩, ક૩૨ આગળ લઈ જઈ-  
એ તેમ કવ આગળ ઉપરથી થએલો  
ખુણુ મોટો અને મોટો થાય છે.



અને એમાંની કોઈ પણ જગ્યાએ વક્રક ખુણુ બે કાટખુણુ કરતાં  
મોટો છે. પરંતુ ચાર કાટખુણુ કરતાં નાનો છે. આવા ખુણુને,  
એટલે બે કાટખુણુ કરતાં મોટા પણ ચાર કાટખુણુ કરતાં નાના  
ખુણુને, અતિ દ્વિકાટખુણુ (અતિ = મોટો, દ્વિ = બે) કહે છે. એ  
ખુણુને અંતર્ગામી પણ કહે છે, કારણ કે કકરની સ્થિતિ છોડ્યા  
બંધી ફરતી લીટી વ છેડથી દૂર જવાને બદલે અંદર (અંતર) જાય  
છે (ગામી). નીચેના અતાવેલા વ ખુણુ બધાજ અતિ દ્વિકાટખુણુ છે:-

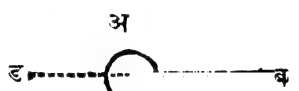


ફરતી લીટી વર્તુળના અર્ધા ભાગ કરતાં વધારે ફરે તો એથી  
દ્વિકાટખુણુ થાય છે એમ માત્રમ પડશે. વળી લીટી જેમ જેમ ફરે

છે તેમ તેમ વ ખુણો મોટો અને મોટો થાય છે, પરંતુ સામેની બાજુનો અ ખુણો નાનો અને નાનો થાય છે. માટે એ બે લીટીઓની વચ્ચે જે બે ખુણા થાય છે તેમાંથી એક (૮બ) બે કાટખુણા કરતાં મોટો, અને બીજો (૮અ) બે કાટખુણા કરતાં નાનો છે.

નોટ—બે લીટીઓની વચ્ચેનો ખૂણો લેવા કહ્યું હોય તો તે વખતે સામાન્ય રીતે નાનો (બે કાટખૂણાથી નાનો) ખૂણો લેવાનો રિવાજ છે; પરંતુ મોટો લેવાનો હોય તો તે પ્રમાણે અતિ દ્વિકાટખૂણ કે અંતર્ગામી શબ્દ વપરાય છે.

### અતિદ્વિકાટખુણ માપવાની રીત.

વ અ ક અતિ દ્વિકાટખુણ લો. 
  
વ અ ને લંબાવો તો ઉપલો વ અ ડ ખુણો બે કાટખુણા બરાબર છે. ડ અ ક ને કોણ માપકથી માપો. જે માપ આવે તે બે કાટખુણામાં ઉમેરો. સરવાળો અતિ દ્વિકાટખુણનું માપ છે. નીચેના અતિ દ્વિકાટખુણ ખુણાઓ ઉપલી રીતે માપો.

### પ્રશ્નો.

૪૩. ઘડીઆળમાં નીચે આપેલા વખતે બે કાંટાની વચ્ચે જે અતિ દ્વિકાટખુણ થાય છે તે કેટલા કેટલા અંશનો છે ?

(૧) ૫-૦; (૨) ૭-૦; (૩) ૪-૦; (૪) ૮-૦; (૫) ૩-૦;  
(૬) ૯-૦; (૭) ૧૦-૦; (૮) ૨-૦; (૯) ૧-૦; (૧૦) ૧૧-૦.

૪૪. પાંચ અતિ દ્વિકાટખુણ લઇને માપો અને તેમાં દરેકમાં કેટલા કેટલા અંશ છે તે કહો.

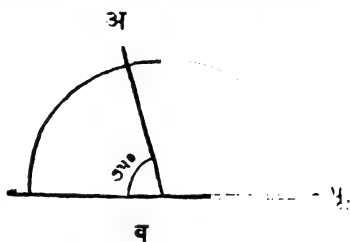
૪૫. પ્રશ્ન ૪૪ માં બે લીટીઓની વચ્ચેના નાના ખુણામાં કેટલા કેટલા અંશ છે તે માપ્યા વિના કહો.

૪૬. બે લીટીઓની વચ્ચેનો અતિ દ્વિકાટખુણ ખુણો નાના ખુણાથી ૩ ગણો છે તો તેમાં કેટલા અંશ છે ?

૪૭ બે લીટીઓની વચ્ચેનો અતિ દ્વિકાટખુણ ખુણો નાના ખુણાથી ૨, ૪, ૫, ૭, ૮, ૯, ૧૧, અને ૧૪ ગણો છે તો તેમાં કેટલા કેટલા અંશ છે ? (જુદી જુદી આકૃતિ દોરવી.)

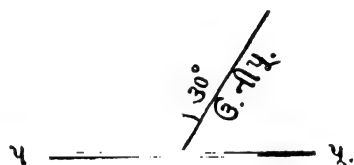
## § ૪. બેરીંગ\* અથવા કોણ અંતર.

એક સ્થળ બીજા સ્થળથી કયી દિશામાં દેખાય છે તે જોવાની રીત:—અ સ્થળ વ સ્થળથી કયી દિશામાં છે એ આપણે જાણવું છે. વ સ્થળ ધારો કે પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશામાં છે. વ થી અ સુધી એક લીટી દોરો. આ લીટી વ માંથી પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશા લીટી પ. અ સાથે કયો ખુણો કરે છે તે પ્રોટ્રેક્ટરથી માપો. ધારો કે  $\angle$  વ,  $૭૫^\circ$  છે. આ ખુણો પ-પૂ દિશા લીટીની કયી દિશાએ છે? ઉત્તરે. માટે અ સ્થળ વ થી પશ્ચિમની ઉત્તરે  $૭૫^\circ$  છે એમ કહેવાય છે.



આ અંતર વથી અનું કોણ-અંતર અથવા બેરીંગ\* કહેવાય છે.

છેદન પિંદુ મ આગળથી વનું કોણ અંતર કાઢવું હોય તો મ માંથી મુખ્ય ચાર દિશાઓ દોરો. મ વ સાંધો. મ વ લીટી કયી દિશા લીટી સાથે ખુણો કરે છે? પૂર્વ અને ઉત્તર સાથે. ઉત્તર સાથેનો ખુણો માપો. એ  $૩૦^\circ$  છે. માટે વ સ્થળ



મ આગળથી “ઉંની પૂર્વે  $૩૦^\circ$ ” અથવા “ઉં  $૩૦^\circ$  પૂં” ને કોણ અંતરે છે; અથવા “પૂંની ઉત્તરે  $૬૦^\circ$ ” અથવા “પૂં  $૬૦^\circ$  ઉં” ને કોણ અંતરે છે એમ કહેવાય છે.

\* બેરીંગ એ અંગ્રેજી શબ્દ છે અને તેનો અર્થ ગમે તે બે દિશા-ઓની વચ્ચેના ખુણાનું માપ કે કોણઅંતર છે.

## પ્રશ્નો.

### ( સ્કેલ માપના વધારાના પ્રશ્નો. )

૧. ગ થી ઢ પશ્ચિમે ૯ માઇલ, ઢ થી ઉત્તરે અ ૧૨ માઇલ અને અ થી પશ્ચિમે ૧૭ માઇલ ર છે. તો ગ ર કેટલું ? ગ થી ર નું કોણઅંતર શું ? (સ્કેલ ૧૦ મા. : ૧")

૨. હ ની ઉત્તરે અ ૧૨ માઇલ, અને દક્ષિણે ઢ ૨૪ માઇલ છે. અ ની પશ્ચિમે ક છે. ને કહ ૪૩ માઇલ છે તો કહ અને કઅ અંતર કેટલાં ? ક થી ઢ નું, અને હ નું કોણ અંતર શું ? (સ્કેલ ૧૦ મા. : ૧")

૩. અ દીવાદાંડીથી વ વહાણ ઉત્તરે છે, અને ક વહાણ ઈશાને છે. ને અવ = ૫૭ માઇલ અને અક = ૨૪ માઇલ તો વક અંતર કેટલું ? વ થી કનું કોણઅંતર શું ? (સ્કેલ ૧૦ મા. : ૧ સે. મી.)

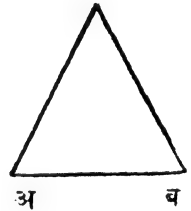
નોટ.—નીચેનામાં યોગ્ય સ્કેલ લેવાં.

ક

૪. અવક અને વઅક ખુણા દરેક  $90^\circ$  નો છે.

અવ પૂર્વ પશ્ચિમ છે તો ક, અ થી કયી દિશામાં છે ?

ક, વ થી કયી દિશામાં છે ?



૫. બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ છે, અને ૧૨ માઇલ દુર છે. એક વહાણ એક બંદરથી ઈશાનમાં છે અને બીજા બંદરથી વાયવ્યમાં છે તો વહાણનું અંતર બન્નેથી શું ?

૬. અ, વ થી પૂર્વમાં ૫ માઇલ છે અને ક, વ થી દક્ષિણમાં ૭ માઇલ છે, તો અક અંતર કેટલું ? અથી કનું કોણ અંતર શું ?

૭. એક ખેપીઓ અ ગામથી દક્ષિણમાં ૪ માઇલ નય છે અને ત્યાંથી અગ્નિ ખુણામાં ૬ માઇલ નય છે. ને તે ગ ગામમાં પહોંચે તો તે અથી સીધી લીટીમાં કેટલું ગયો ? અથી મનું કોણ અંતર કાટો.

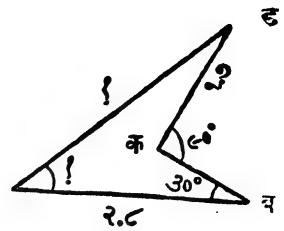
૮. અ, વ થી ૨૨ માઇલ પૂર્વમાં ગયો; પછી ૧૫ માઇલ દક્ષિણે ગયો અને પાછો પૂર્વે ૭ માઇલ ગયો ત્યારે અ, વ થી કેટલે દૂર ગયો ? વ થી અ નું કોણ અંતર શું ?



૯. એક માણસ અ થી ૬ સુધી ૨૮ માઇલ, ૩૦° ને અંતરે ૬ થી ૬ સુધી ૧૩ માઇલ અને ૬ થી ૬ સુધી કાટખુણે ૧૭ માઇલ જાય તો અહ કેટલું ? અથી ૬ નું બેરીંગ શું ?

[પાસેની આકૃતિ જુઓ.]

અ

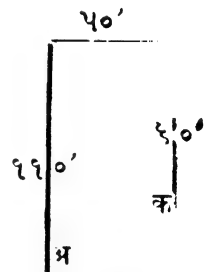


૧૦. એક આગબોટ ૧૮૦ માઇલ પશ્ચિમમાં, પછી ૧૨૦ માઈલ ઉત્તરમાં, ને પછી પૂર્વમાં જાય છે. જો પહેલી જગ્યાએથી તે ૧૫૦ માઇલ જાય તો પૂર્વમાં તે કેટલી ગઈ હશે ?

૧૧. એક વહાણવટી અ થી ઉત્તરમાં ૬ સુધી ૩૫ માઈલ, ૬ થી પૂર્વમાં ૬ સુધી ૪૭ માઈલ અને ૬ થી ઉત્તરમાં ૬ સુધી ૩૬ માઈલ જાય તો અહ અંતર શોધી કાઢો. અ થી ૬ કયા દિશામાં હશે ?

૧૨. એક ઘોડાને એક સીધી લીલોતરીવાળી વાડથી ૩૫ ફુટ દૂર બાંધ્યો છે. જો દોરડાથી તેને બાંધ્યો છે તે ૪૫ ફુટ લાંબું છે; તો વાડનો કેટલો ભાગ તે ઘોડો ચરી શકશે ?

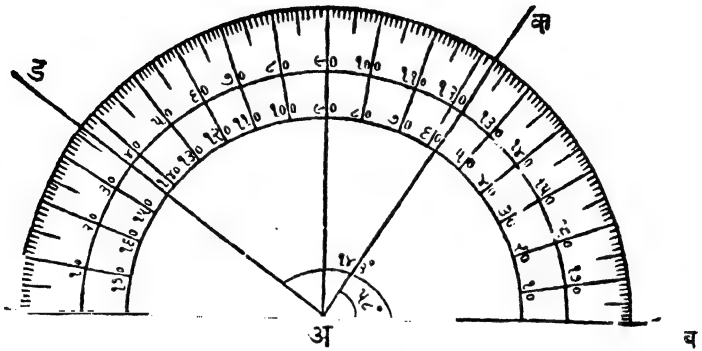
૧૩. એક ખાણમાં ૧૧૦ ફુટ લાંબી ગેલેરી છે અને પાછી આડી ૫૦ ફુટ લાંબી બીજી ગેલેરી છે. અને પાછી ત્રીજી ગેલેરી ૬૦ ફુટ લાંબી છે, તો અ થી ૬ નું સીધું અંતર શું ?



૧૪. જો માણસો ૧૦૦૦ ફુટ અંતરે ઉત્તર દક્ષિણ છે. એક દીવાદાંડી એકથી દક્ષિણની પશ્ચિમે ૨૦° અને બીજાથી ઉત્તરની પશ્ચિમે ૨૫° પર દેખાય છે; તો એ દીવાદાંડી બન્નેથી કેટલે અંતરે હશે ?

૧૫. ૬" લાંબું કંપાસ ૪૫° ને ખુણે ઉઘાડીએ તો બન્ને છેડાની વચ્ચે સીધી લીટીનું અંતર કેટલું આવે ?

## § ૫. આપેલા અંશ ઉપરથી ખુણો બનાવવાનું.



વચ્ચે એક લીટી લો. તેના અ છેડા આગળ ધારો કે  $૫૮^\circ$  નો ખુણો બનાવવાનો છે. વચ્ચે લીટીના ડાબા છેડા અ ઉપર કોણમાપકનું મધ્યબિંદુ મુકો. અને કોણમાપકની નીચેની સીધી કાંર વચ્ચે ની સાથે બરાબર મળી જાય તેમ મુકો. પછી  $૫૮$  (ધારો કે)નો ખુણો બનાવવાનો હોય તો કોણમાપકના અર્ધ વર્તુળ ઉપર વ આગળના ૦ અંશથી ગણતાં ડાબા હાથ તરફ જતાં જતાં  $૫૮$  અંશનો અંક આવે ત્યાં તે દોરારની બરાબર નીચે ક આગળ પેન્સીલના તીણા છેડાથી એક બિંદુ નીચે કાગળ ઉપર લો. કોણમાપક ઉંચકી લઇ કાઢો. તો વચ્ચે ખુણો  $૫૮^\circ$  નો છે.

નોટ—પેન્સીલની આગળ બહુજ બારીક ધડેલી હોવી જોઈએ. નહિ તો એ આગળ જતી હોય ત્યારે એકદમ બે અંશ આમ તેમ આવી જવાનો સંભવ છે. અ ક લીટી બહુજ પાતળી હોય તો ખુણો બરાબર થશે.

### પ્રશ્નો.

૧. નીચે પ્રમાણેના આપેલા અંશના ખૂણા કાઢો.

$૨૫^\circ$ ;  $૪૯^\circ$ ;  $૧૭^\circ$ ;  $૫૧^\circ$ ;  $૧૧૧^\circ$ ;  $૧૩૦^\circ$ ;  $૧૭૧^\circ$ ; અને  $૧૭૯^\circ$ ;  
 $૧૩^\circ$ ;  $૩૬^\circ$ ;  $૪૧^\circ$ ;  $૫૯^\circ$ ;  $૮૪^\circ$ ;  $૧૩૭^\circ$ ;  $૧૫૭^\circ$ ; અને  $૧૭૫^\circ$ ;

૨.  $૩૨^\circ$ નો એક ખુણો કાઢો. અને તેના શિરોબિંદુ આગળ અને

એક શાખાલીટીની સાથે ૪૬° નો ખીજો ખુણો કાઢો. આ આખો ખુણો માપો. તેમાં ૭૮° છે ? નહિ તો ભૂલ ક્યાં થઈ છે તે જુઓ.

૩. વચક ખુણો ૪૧° નો કરો અને પાસેનો કચઢ ખુણો ૪૬° નો કરો. વચઢ ખુણો માપી જુઓ. આ બંને ખુણાને અરસપરસ શું કહો છો ?

૪. વચક અને અકઢ ખુણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે પાસેપાસેના આપ્યા છે તો તે કાઢો:—વચઢ કાટખુણો છે ? ખાત્રી કરો.

૩૧°, ૫૯°; ૭૧°, ૨૦°; ૪૫°, ૪૫°; ૧૭°, ૭૩°;

૫૨°, ૩૮°; ૭૨°, ૧૮°; ૬૨°, ૨૭°; ૫°, ૮૫°.

૫. / અચક ૨૭° નો ને પાસેનો / કચઢ ૫૦° નો કરો. અચઢ ખુણો માપી જુઓ. એ કાટખુણો છે ? જો હોય તો ભૂલ ક્યાં છે તે શોધી કાઢો.

૬. ઉપરના પાંચમા પ્રશ્નમાં બંને ખુણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લો:—

૧૮°, ૭૦°; ૨૯°, ૬૦°; ૫૧°, ૩૭°; ૬૩°, ૨૫°;

૨૮°, ૬૧°; ૫૩°, ૩૬°; ૪૭°, ૪૨°; ૬૯°, ૨૦°.

બહારની શાખાલીટીઓ કાટખુણો બનાવે છે ? બનાવે તો બંને ખુણાનો સરવાળો કરી કાટખુણો હોવો જોઈએ કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

૭. અચક, કચઢ, હચઢ ખુણા અનુક્રમે ૨૬°, ૨૧°, અને ૩૨° ના કરો. અચઢ ખુણો માપી જુઓ કે તે ૭૬° નો છે ? ભૂલ હોય તો ક્યાં ભૂલ થઈ તે શોધી કાઢો.

૮. પ્રશ્ન ૭મા માં ત્રણે ખુણાઓ અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લો:—

૧૭°, ૩૧°, ૪૦°; ૩૬°, ૪૪°, ૫૧°; ૩૪°, ૩૩°, ૬૧°;

પ્રશ્ન ૭ પ્રમાણે સરવાળો કરી પરિણામ સરખાવી જુઓ.

૯. એક ૧૨૭° નો ખુણો કરો; તેમાંથી અનુક્રમે ૨૦° નો, ૩૧° નો અને ૪૭° નો ખુણો કાપી લો. બાકીનો ખુણો ૨૬° નો છે કે નહિ તે માપી ખાત્રી કરો.

૧૦. અ. પ્રશ્ન ૯ મામાં નીચે પ્રમાણેના ખુણા લો.

૧૩૭° માંથી ૫૩°, ૪૯°, ૨૨°; બાકી ૧૩°;

૭૮° માંથી ૧૭°, ૨૦°, ૧૦°; બાકી ૩૧°;

૧૭૧° માંથી ૪૧°, ૫૦°, ૩૯°; બાકી ૪૧°;

પરિણામ સરખાવી ભૂલ હોય તો સુધારો.

૧૦.  $૪૦^\circ$  નો ખુણો આશરે હાથથીજ કાઢો; તેને માપી ખાત્રી કરો. ભૂલ કેટલી આવે છે તે જુઓ.

૧૧.  $૪૫^\circ$ ,  $૩૦^\circ$ ,  $૬૦^\circ$ ,  $૭૫^\circ$ ,  $૫૦^\circ$ ,  $૮૦^\circ$ ,  $૨૫^\circ$ ,  $૩૭^\circ$ ,  $૫૩^\circ$  ના ખુણા આશરે હાથથીજ કાઢો. માપી ખાત્રી કરો. ભૂલ આવી હોય તો તે સુધારો.

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ પ્રમાણે ખુણા બરાબર આવે ત્યાં સુધી ગમે તેટલા ખુણા આશરે કાઢો અને માપી જુઓ.

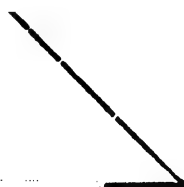
૧૩.  $૧.૨''$ ની અથ લીટી લો. અ આગળ વચક ખુણો  $૩૨^\circ$  નો કરો. વ આગળ અથક ખુણો  $૪૦^\circ$  નો કરો. અથ, વક લંબાવી ક માં તેને મળવા દો.  $\angle$  ક માપી જુઓ કે તે  $૧૦૮^\circ$  નો છે? આ આકૃતિને ત્રિકોણ\* કહે છે.



૧૪. નીચેનાં માપ ઉપરથી ત્રિકોણો બનાવી દરેકમાં ત્રીજો ખુણો માપો:-

- (૧) અથ =  $૩''$ ,  $\angle$  અ =  $૪૧^\circ$ ,  $\angle$  વ =  $૫૧^\circ$ ;
- (૨) વક =  $૩.૯''$ ,  $\angle$  વ =  $૯૯^\circ$ ,  $\angle$  ક =  $૩૧^\circ$ ;
- (૩) ફલ =  $૫.૯$  સે. મી.,  $\angle$  લ =  $૭૩^\circ$ ,  $\angle$  ફ =  $૩૭^\circ$ ;
- (૪) ગર =  $૭.૭$  સે. મી.,  $\angle$  ગ =  $૫૨^\circ$ ,  $\angle$  ર =  $૨૭^\circ$ ;
- (૫) અક્ષ =  $૫.૬''$ ,  $\angle$  અ =  $૩૭^\circ$ ,  $\angle$  ક્ષ =  $૮૮^\circ$ ;
- (૬) અક =  $૪.૫''$ ,  $\angle$  અ =  $૫૭^\circ$ ,  $\angle$  ક =  $૪૯^\circ$ ;
- (૭) વઙ =  $૬.૭$  સે. મી.,  $\angle$  વ =  $૬૬^\circ$ ,  $\angle$  ઙ =  $૭૩^\circ$ .

\*ત્રિકોણ.



\*જે આકૃતિમાં ત્રણ ખુણા (ત્રિ = ત્રણ, કોણ = ખુણા) હોય તે. જે આકૃતિની હદ ત્રણ સીધી લીટીથી યથા હોય તેને ત્રિકોણ કહે છે.

## § ૬. સીધી લીટીથી બનતા ખુણા.

અવધ કોઇ પણ સાંકડો ખુણો લો. અવ ને ડાબી બાજુ ઉપર હ સુધી લાંબાવો. ઇવહ ખુણો સાંકડો કે પહોળો છે?

અવધ એક કાટખુણા બરાબર લો. અવ ને હ સુધી લાંબાવો; જુઓ કે ઇવહ ખુણો સાંકડો કે પહોળો ખુણો છે ?



અવધ એક પહોળો ખુણો લો. અવ લાંબાવો. જુઓ કે ઇવહ સાંકડો કે પહોળો ખુણો છે ? અવધ એક અર્ધો કાટખુણો કરો. અવ લાંબાવતાં ઇવહ ખુણો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે માપી જુઓ. અવધ કે કાટખુણા બરાબર કરો. અવ લાંબાવતાં ઇવહ માપી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે કહો. અવધ કે કાટખુણા બરાબર કરો. અવ લાંબાવતાં ઇવહ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે માપી કહો. ઇવ લીટી અવહ લીટી ઉપર પડે છે અને

∠અવધ ૫૩° નો છે તો ∠ઇવહ કેટલા અંશનો છે ?

∠અવધ ૪૭° નો છે તો ∠ઇવહ કેટલા અંશનો છે ?

∠અવધ ૭૧° નો છે તો ∠ઇવહ કેટલા અંશનો છે ?

∠અવધ ૧૧૦° નો છે તો ∠ઇવહ કેટલા અંશનો છે ?

∠અવધ ૧૫૭° નો છે તો ∠ઇવહ કેટલા અંશનો છે ?

∠અવધ ૧૬૮° નો છે તો ∠ઇવહ કેટલા અંશનો છે ? વગેરે...

આ પ્રશ્નોમાં અવધ આપેલો ખુણો કાટખુણા કરતાં કેટલો નાનો અથવા મોટો છે તે જુઓ; ઇવહ ખુણો તેજ પ્રશ્નમાં કાટખુણા કરતાં કેટલો મોટો કે નાનો છે તે જુઓ. આ બંને પરિણામ પરથી ∠અવધ અને ∠ઇવહ વચ્ચે કાંઈ સંબંધ જુઓ છો ? એ સંબંધ કેવો છે ? બંને ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે ? ત્યારે તે ખુણા કેવા છે ? ન્યૂનતાપૂરક કે દ્વિકાટખુણુ પૂર્ણ. એક લીટી બીજી

લીટી ઉપર પડે તો એ પ્રમાણે થતા પાસે પાસેના ખુણાઓ વિષે શું અનુમાન કરો છો ?

“ એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે તો બીજી લીટીની એકજ બાજુ તરફના પહેલી લીટીથી થતા પાસે પાસેના ખુણા મળી એ કાટખુણા બરાબર છે. ”

### પ્રશ્નો.

૧. અકચ લીટી ઉપર ઢક લીટી પડે તો જ્યારે

$\angle$ કકઅ =  $૪૫^\circ$  હોય ત્યારે  $\angle$ ચકહ કેવડો ?

$\angle$ કકઅ =  $૧૭^\circ$  હોય ત્યારે  $\angle$ ચકહ કેવડો ?

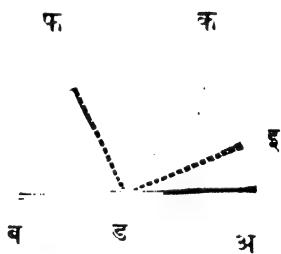
$\angle$ કકઅ =  $૫૩^\circ$  હોય ત્યારે  $\angle$ ચકહ કેવડો ?

$\angle$ કકઅ =  $૮૩^\circ$  હોય ત્યારે  $\angle$ ચકહ કેવડો ?

૨. અકચ લીટી ઉપર ઢક લીટી પડે અને કકઅ ખુણા  $૭૫^\circ$  નો કરે તો કકચ ખુણા કેટલા અંશનો છે ?

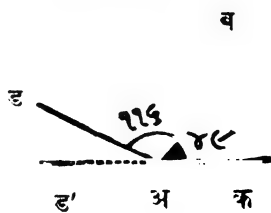
૩. અચ એક લીટી છે; અને તેની સાથે ઢક લીટી કકઅ  $૧૨૬^\circ$  નો ખુણા કરે છે, તો કકચ ખુણા કેવડો છે ?

૪. અચ એક લીટી દોરો. કહઅ કોઈ પણ ખુણો કહ દોરી કરો. કહઅ ખુણાને સળ વાળી હફ થી દુભાવો; અને કહચ ખુણાને સળ વાળી ઇફ થી દુભાવો. ઇફ ખુણો માપી જુઓ.



ઈફ, હફની વચ્ચે કેવડા ખુણો થયો ? એક કાટખુણો. આ ઉપરથી અકચ, કહચ ખુણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો ? એ એ ખુણાઓનો અરસપરસ સંબંધ શું છે ?

અચ એક લીટી લો. તેની એક બાજુએ વચક ખુણો  $૪૬^\circ$  નો કરો, અને તેની બીજી બાજુએ વચહ ખુણો  $૧૧૬^\circ$  નો કરો, કકહ ખુણો કેટલા અંશનો છે ? એ એ કાટખુણાથી મોટો કે નાનો છે ?



કઝ એકજ સીધી લીટી છે ? ત્યારે વઝક, વઝડ ખુણાનો સરવાળો કેટલો ? ત્યારે કઝ, ઢઝ એકજ સીધી લીટીમાં લાવવાને બેની વચ્ચે કેવડો ખુણો જોઈએ ? બે કાટખુણા બરાબર.

અવ ની સામસામેની બાજુ ઉપર નીચે પ્રમાણેના પાસે પાસેના ખુણા બનાવી ઉપલો પ્રયોગ કરો:—

૬૦° અને ૧૧૫°; ૫૦° અને ૧૨૦°; ૪૩° અને ૧૨૦°;  
૭૭° અને ૧૦૦°; ૧૧૨° અને ૬૧°; ૧૨૮° અને ૪૦°.

ઉપરના પ્રયોગો કર્યા પછી જો ઢઝક એકજ સીધી લીટી હોય તો કઝ અને ઢઝ ખુણા વચ્ચે શું સંબંધ હોવો જોઈએ ? આ બે ખુણાનો સરવાળો કેટલો હોવો જોઈએ ? આ ઉપરથી કાંઈ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે ?

વઝક, વઝડ ખુણા અનુક્રમે ૪૭° અને ૧૩૨° ના હોય તો ઢઝક એક સીધી લીટી છે ખરી કે ?

∠વઝક, ∠વઝડ	,,	૧૫૩°, ૨૮°;	ઢઝક	,,	,,	,,
,,	,,	૪૦, ૧૪૧°;	,,	,,	,,	,,
,,	,,	૯૦°, ૮૯°;	,,	,,	,,	,,
,,	,,	૧૫૦°, ૨૭°;	,,	,,	,,	,,
,,	,,	૬૧°, ૧૨૨°;	,,	,,	,,	,,
,,	,,	૩૩°, ૧૪૫°;	,,	,,	,,	,,

ઉપરના પ્રયોગો કર્યા પછી કાંઈ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે ? બહારની શાખા લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં હોવાને વચ્ચેની શાખા લીટીની આજુબાજુના પાસે પાસેના ખુણાનો શો સંબંધ હોવો જોઈએ ?

“જ્યારે બે પાસે પાસેના ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય ત્યારે તેની બહાર પડતી શાખા લીટીઓ (કે હાથો) એકજ સીધી લીટીમાં હોય છે.”

પાસેની આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢી પૂછો કે અવઢ, ઢવક ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? ક વ ઇ, અ વ ઇ ખુણાનો સરવાળો કેટલો છે ? (વ છેદન બિંદુ છે)

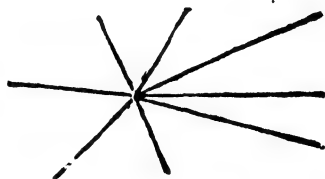
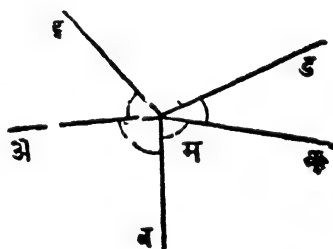
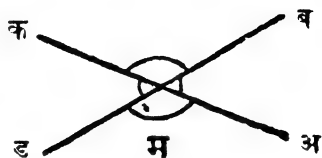
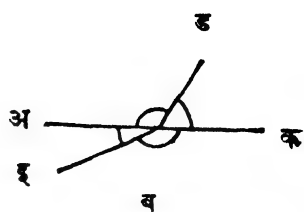
પાસેની આકૃતિમાં અ મ વ, વ મ ક નો અને ક મ ઢ, ઢ મ અ ખુણાનો સરવાળો કેટલો છે તે કોણમાપકથી માપીને કહો.

પાસેની આકૃતિમાં છેદન બિંદુ આગળના ત્રણે ખુણા માપી કહો કે તે બધા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે.

પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે મ બિંદુ આગળથી પાંચ જુદી જુદી લીટી દોરો. અને પાંચે ખુણા માપી સરવાળો કરો, અને કહો કે બધા ખુણા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ?

પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છેદન બિંદુ આગળ ૮ ખુણા એકેક જોડે લાગેલા છે તો એ આઠે ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર હોવો જોઈએ તે માપ્યા વિના કહો.

સાત, નવ, દશ ખુણાઓ એકેક જોડે લાગેલા છે અને તેઓનાં શિરોબિંદુઓ એકજ બિંદુમાં છે તો તે બિંદુ આગળના બધા ખુણા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે કહો.





એકજ બિંદુ આગળ સાત ખુણા પાસે પાસે છે. પાંચ ખુણાનો સરવાળો ૩ કાટખુણા બરાબર છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો?

એકજ બિંદુ આગળ ૭ ખુણા પાસે પાસે છે. ચારનો સરવાળો ૨ $\frac{૩}{૪}$  કાટખુણા બરાબર છે તો બાકીનાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા છે?

ક્યેજ બિંદુ આગળ પાંચ ખુણા પાસે પાસે છે. ત્રણ ખુણા અનુક્રમે ૫૭°, ૧૧૨°, ૪૩° છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો?

અકબ ખુણો કાટખૂણો કરો. અક  
ને ૬ સુધી, અને બક ને ૬ સુધી લંબા-  
વો. બકડ ખુણો કેવડો હોવો જોઈએ? ૬ ————— ૭ ————— ૮

અક૬ ખુણો કેવડો હોવો જોઈએ?

૭ક૬ ખુણો કેવડો હોવો જોઈએ?

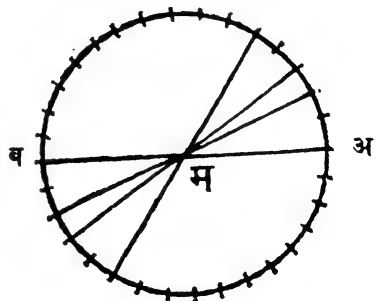
પાછલા પ્રયોગોનો આધાર લઈ સિદ્ધ કરી બતાવો કે એ દરેક ખુણો એક કાટખુણા બરાબર છે.

અકબ લીટી લો. તેના ઉપર ૭ક લીટી દોરો. બકડ ખુણો સળ વાળી દુભાગો. અક૬ ખુણો સળ વાળી દુભાગો. આ બે સળની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે તે માપ્યા વિના અનુમાનથી સિદ્ધ કરી કહો.

૭. અરસપરસ છેદતી બે લીટીઓની વચ્ચે થતા ખુણા.

પાસેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક વર્તુળ દોરો. તેના પરિધ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે સરખા કાપાઓ પાડો. (૧ પરિધ ઉપર ૮ સરખા કાપા પાડ્યા છે.)

બે પાતળી પટીઓ લો. અને તેને એકની ઉપર બીજી મુકી વચ્ચે એક ટાંકણી મારી મ મધ્યબિંદુ આગળ ગોઠવો. પહેલાં બંને

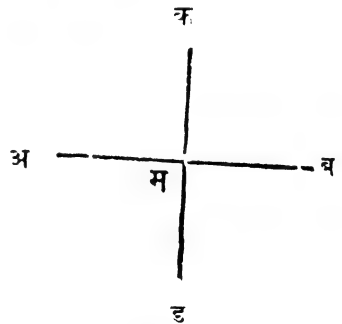
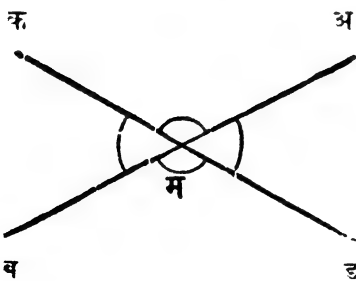


પટીઓને સાથે રાખી આડી અથવા લંબીમાં રાખો. પછી નીચેની પટી સ્થિર રાખી ઉપરની બીજી પટીને ડાબા હાથ તરફ ફેરવો. ઉપલી પટીનો છેડો  $\frac{1}{4}$  કાટખુણામાંથી ફરે ત્યારે નીચેનો છેડો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે?  $\frac{1}{4}$  કાટખુણામાંથી. ઉપલો છેડો  $\frac{3}{4}$  કાટખુણામાંથી ફરે, ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે? ઉપલો  $\frac{3}{4}$  કાટખુણામાંથી ફરે, ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે? ઉપલો  $1$  કાટખુણામાંથી ફરે ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાંથી ફરે?  $1$  કાટખુણામાંથી. વગેરે.

પટીઓમાં બીજી કાઈ જગ્યાએ ટાંકણી મારી તેઓને મ માં સંજ્ઞા કરી ઉપલો પ્રયોગ કરો. પટીઓ લાંબી ટુંકી કરી ટાંકણી ગમે ત્યાં મારી મ માં સંજ્ઞા કરી ઉપલો પ્રયોગ કરો.

ઉપલી પટી સ્થિર રાખી નીચલી પટીને ઉપર અને નીચે ફેરવી બન્ને પટીઓ વચ્ચે કેવડો ખુણો દરેક વખતે થાય છે તે ઉપલા પ્રયોગમાં જુઓ. આ પ્રયોગો પરથી તમે શું અનુમાન કરો છો? પટીઓ લાંબી ટુંકી કરીએ તો જેવડા ખુણામાંથી તે ફરે છે તે ખુણો તેની લંબાઈ (પટીઓની) ઉપર આધાર રાખે છે? નહિ.

ઉપલા પ્રયોગો ઉપરથી કહો કે અથવા અને કઈ લંબીઓમાંથી



(મ માં ટાંકણી મારી) મક વર્તુળના  $\frac{1}{4}$  ભાગમાંથી ફરે તો મઢ કેટલા ભાગમાંથી ફરે? કઈ લંબીનું ક બિંદુ  $\frac{3}{4}$  કાટખુણામાંથી ફરે તો ઢ બિંદુ કેટલા કાટખુણામાંથી ફરે? અથવા નો અ છેડો વર્તુળના

૩ લાગ એટલે ૧ કાટખુણામાંથી ફરે તો ૬ છેડો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે ? વગેરે.

એક લીટી પોતાના એક બિંદુની આસપાસ ઉપર અથવા નીચે ફરે તો તેના બંને છેડાઓ જે ખુણાઓમાંથી ફરે છે તે ખુણાઓના કયો સંબંધ છે ? એ વિષે શું અનુમાન કરો છો ?

“એક લીટી પોતાની અંદરના કોઈ પણ બિંદુની આસપાસ ફરે તો તે બિંદુથી તેની લંબાઈ ઘટે અથવા વધે તો પણ તે લીટીના છેડા સરખાજ ખુણામાંથી ફરે છે.”

અब લીટી ક બિંદુની આસપાસ એ ——— ક ફરે છે. કવ લાગ ઉપર  $82^\circ$  ના ખુણામાંથી ફરે તો કઅ લાગ કયા ખુણામાંથી ફરે છે ? કવ લાગ નીચે  $99^\circ$  ના ખુણામાંથી ફરે તો કઅ લાગ કયા ખુણામાંથી કયી તરફ ફરે છે ?

અब લીટીને કહ લીટી મ માં છેદે છે. મક લાગ મની આસપાસ ફરી મવ સાથે  $55^\circ$  નો ખુણો કરે તો મહ લાગ મઅ સાથે કયો ખુણો કરે છે ? જે ક છેડો ૬ થી લઈ  $37^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $68^\circ$ ,  $86^\circ$  ના ખુણામાંથી ફરે તો હ છેડો ૭ થી લઈ કયા કયા ખુણામાંથી ફરશે ? અમક ખુણો કેવડો છે ? ૬મહ ખુણો કેવડો છે ? બંનેનો શો સંબંધ છે ? ૬મક ખુણો  $89^\circ$  નો હોય તો અમહ, અમક, ૬મહ ખુણો કેવડા ? અમક  $90^\circ$  નો છે તો ૬મહ, અમહ, ૬મક ખુણો કેવડા ?

Δઅમક,  $59^\circ$ ,  $26^\circ$ ,  $68^\circ$ ,  $79^\circ$ ,  $93^\circ$ ,  $98^\circ$  નો લઈ બાકીના ખુણો કેવડા છે તે કહો; માપી ખાત્રી કરો.

ઉપલા પ્રયોગો અને પ્રશ્ન ઉપરથી એ ચાર ખુણામાંથી જેએનો શો સંબંધ છે તેની કાંઈ સમજ પડે છે ?

અब, કહ જે લીટી મ માં છેદે તેમ દોરો. ૬મક ખુણો કાપી લો અને અમહ ઉપર ગોઠવો. તેજ પ્રમાણે અમક ખુણો કાપી ૬મહ ઉપર ગોઠવો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ? જે લીટીઓ

અરસપરસ છેદે તો તેના છેદનબિંદુ આગળ થતા સામસામેના ખુણાઓ વિષે શું અનુમાન કરો છો ?

“બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે તો તેના છેદનબિંદુ આગળના સામસામેના ખુણાઓ ખરાબર છે.”

અબ, કહ બે લીટી મ માં છેદે છે, તો મ આગળના ખુણાઓ-માંથી ૮ અમઢ, ૮ કમઢ ખરાબર છે એમ માપ્યા વિના સિદ્ધ કરો.

## § ૮. સમાન્તર સીધી લીટીઓ.

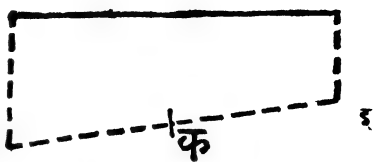
બાબે લીટીની થોડીક એવી જોડ પાટીઆ ઉપર દોરો કે કોઈ બે લંબાવતાં ડાબા હાથ તરફ મળે, કોઈ બે લંબાવતાં જમણા હાથ તરફ મળે, અને કોઈ બે બંને બાજુ લંબાવતાં સમૂળકીજ મળે નહિ. તેના એકજ બાજુ તરફના છેડાની વચ્ચેનાં અંતરો જુઓ. આ અંતરો કેટલાં કેટલાં છે ? લીટી લંબાવતાં એ અંતરો વધારે થાય છે કે ઓછાં થાય છે ? કે છે તેટલાંજ રહે છે ? કોઈ લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર વધે છે, કોઈની વચ્ચેનું અંતર ઘટે છે, અને કોઈ કોઈની વચ્ચે તેનું તેજ અંતર રહે છે. જે લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર વધે છે તેઓને લંબાવીએ તો તે મળે ખરી કે ? નહિ. તેને (બીજી બાજુ તરફ) લંબાવીએ તો તે મળે ખરી કે ? હા. જે લીટીઓનું અંતર ઘટે છે તેને લંબાવીએ તો છેડાઓ મળે છે ? મળે છે. બીજી બાજુએ લંબાવીએ તો તે મળે છે કે નહિ ? જે લીટીઓ સમૂળકીજ મળતી નથી તેને ડાબી બાજુએ લંબાવીએ તો તેના છેડા મળે છે ? નહિ. જમણી બાજુએ લંબાવીએ તો તેઓ મળે છે ? નહિ. સારે આ (૩) ની લીટીઓ પહેલી બે જાતની લીટીઓ કરતાં જુદીજ જાતની છે. (૨) ની લીટીઓ જમણા હાથ તરફ મળે છે. સારે આ (૩) ની લીટીઓ બંને બાજુ મળતી નથી. આવી લીટીઓને આપણે સમાન્તર લીટીઓ કહીએ છીએ. સમાન્તર ( સમ + અંતર = ખરાબર + અંતર ). આ લીટીઓ કયે કયે ઠેકાણે સરખે અંતરે રહે છે ? બધે ઠેકાણે.

તમારી સામેના ટેબલની સામસામેની કોરો બતાવો. એ કોરો કેવી છે ? પાટીઆની કોરો બતાવો. એ કેવી છે ? વગેરે.

પાટીઆ ઉપર એક અવ અ

બ

આડી લીટી દોરો. હવે એક બીજી લીટી લઈ તેમાં ક માં ટાંકણી મારી અવ ની નીચે પાટીઆ ઉપર મૂકો. હવે ગમે તે સ્થિતિમાં મૂકી



છે. બંને લીટીઓનાં અંતર અને વધુ અંતર માપો. આ અંતરો બરાબર છે ? નહિ. કયું મોટું છે ? અહ. હ છેડો અને વધારે પાસે લાવો. હ છેડાને અ ની પાસે લાવીએ ત્યારે હ છેડો બ ની પાસે આવે છે કે દૂર જાય છે ? દૂર જાય છે. આ સ્થિતિમાં અહ, વધુ માપો. આ અંતરો સરખાં છે ? નહિ. કયું મોટું છે ? અહ. હ ને હજુ પણ અ ની પાસે લો. હ, બ ની પાસે આવ્યું કે દૂર ગયું ? દૂર ગયું. અહ, વધુ અંતરો માપો. આ અંતરો બરાબર છે ? હા. હ ને અ ની પાસે લઈ ગયા ત્યારે હ, બ ની પાસે આવ્યું કે દૂર ગયું ? હ ને અ ની પાસે લઈ જતાં જતાં કોઈ પણ વખતે હા, હવે અંતર સરખાં થશે ખરાં ? હા. આવી સ્થિતિમાં હવે, અવ ની વચ્ચે અહ જેવડી એક પટ્ટી કાપી ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફ સરખી રાખી લઈ જાવ. આ પટ્ટીના છેડાઓ અવ, હવે ની વચ્ચે હંમેશાં બરાબર રહે છે ? હા. આવી સ્થિતિમાં બે લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર હંમેશાં એકજ રહે છે ત્યારે એ લીટીઓ સમાન્તર કહેવાય છે.

પાટીઆ ઉપર અવ જેવી એક

૪

આડી લીટી દોરો. મ બિંદુ આગળ

૩

ટાંકણી મારી હવે જેવી એક લીટી

૨

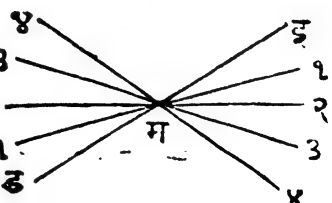
મૂકો. મ બિંદુની આસપાસ જે હવે

૧

લીટી ફરે તેની જુદી જુદી સ્થિતિ

૬

૧, ૨, ૩, ૪ થી બતાવી છે. હવે ને અ



બ

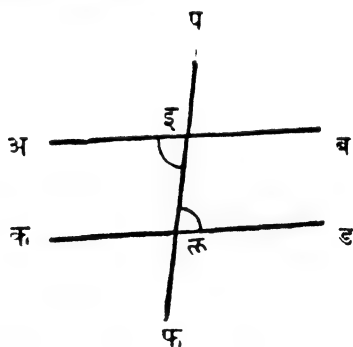
હ તરફ લંબાવીએ તો અવ લીટીને તે મળશે ખરી ? હા. કયા હાથ તરફ તે મળે છે ? ડાબા હાથ તરફ. હવે લીટીને ૧-૧ ની સ્થિતિમાં લો. હવે તેને હ તરફ લંબાવો તો અવ ને ડાબા હાથ તરફ તે મળશે ? હા. હવે તેને હમુ પણ ૩-૩ ની સ્થિતિમાં ફેરવો. હવે તેને હ તરફ લંબાવો તો અવ ને તે મળશે ખરી ? નહિ. ત્યારે શું થશે ? હવે તે જમણા હાથ તરફ અવ ને મળશે. હવે તે ૪-૪ ની સ્થિતિમાં મુકો. હવે હવે તે કયા છેડા તરફ લંબાવતાં તે અવ ને મળશે ? જમણા છેડા તરફ.

આ પ્રયોગમાં હવે લીટી કોઈ કોઈ વખતે હ તરફ લંબાવતાં અવ ને ડાબા હાથ તરફ મળે છે, અને કોઈ કોઈ વખતે હ તરફ લંબાવતાં અવ ને જમણા હાથ તરફ મળે છે; ત્યારે આ બે જનતની સ્થિતિમાં કોઈ એવી સ્થિતિ છે ખરી કે કોઈ પણ છેડા તરફ લંબાવતાં હવે લીટી અવ ને મળેજ નહિ ? હા. એવી કયા સ્થિતિ તે છે ? હવે (૨-૨). આવી સ્થિતિમાં અવ, હવે સમાન્તર છે એમ કહેવાય છે.

(ક). ખુણાનાં નામ.

અવ, કહ બે લીટીઓ દોરો.

પ્રથમ લીટી આ બે લીટીને અનુ-ક્રમે ૩, ૪ માં છેદે તેમ દોરો. આ આડી લીટીથી કેટલા ખુણા થાય છે ? ૩ આગળ ચાર, અને ૪ આગળ ચાર.



અહીં અને અહીં ખુણા વ્યુત્ક્રમ (ઉલટી બાજુના) ખુણા છે; તેમજ અહીં ને અહીં વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે; અહીં, અહીં, અહીં અને અહીં બે ચાર બહારના ખુણા કહેવાય છે; કારણ કે આપેલી લીટીઓની બહાર બે ખુણા આવેલા છે.

૮ફફ અને ૮ફલઢ મળતા આવતા ખુણા કહેવાય છે.

તેમજ ૮અફ અને ૮ફલક પણ                   "                   "

તેમજ ૮ફલક અને ૮લફઅ પણ                   "                   "

તથા ૮ફલઢ અને ૮લફઅ પણ                   "                   "

૮અફ, ૮અફલ, ૮કલફ, ૮લફલ, અંદરના ખુણા કહેવાય છે, કારણ કે તે આપેલી લીટીની અંદરની ખાણુએ છે. ૮અફ, અને ૮ફલક, વફ ની એકજ ખાણુએ છે તેથી તેઓ આડી લીટીની એકજ ખાણુ તરફના અંદરના ખુણા કહેવાય છે. તેમજ ૮અફલ અને ૮ફલઢ પણ વફ ની એકજ ખાણુએ છે તેથી તેઓ એકજ ખાણુ તરફના અંદરના ખુણા છે.

નોટ—જુદી જુદી આકૃતિ કાઢી ઉપરના ખુણાઓની પુરેપુરી સમજણ આપવી.

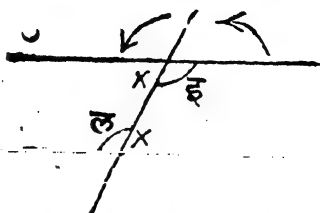
એકસરસાઈઝ બુકમાં જુદી જુદી સમાન્તર લીટીઓની ચાર પાંચ જોડ લો. દરેક જોડને છેદનારી કાઈ પણ આડી લીટી દોરો. આ આડી લીટી અને સમાન્તર લીટીની વચ્ચે થતા દરેક જોડના ગમે તે કાઈ એ વ્યુત્ક્રમ ખુણા માપી જુઓ. દરેક જોડના બાકીના વ્યુત્ક્રમ ખુણા માપી જુઓ; અને પરિણામ સરખાવી જુઓ. દરેકમાં વ્યુત્ક્રમ ખુણાનો અરસપરસ કાંઈ સંબંધ છે ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કાઢો છો ?

એ સમાન્તર લીટીઓની એક જોડ લઈ તેને છેદનારી એક આડી લીટી દોરો. એક વ્યુત્ક્રમ કાપી તેને બીજા વ્યુત્ક્રમ ખુણા ઉપર (કાપેલાનો વ્યુત્ક્રમ) મુકો. આ ખુણાઓ બરાબર એક બીજા ઉપર મળી રહે છે ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

સમાન્તર નહિ હોય એવી લીટીઓ દોરો. તેનાથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ માપી જુઓ. આ ખુણાઓ બરાબર છે ? નહિ. આ પ્રયોગો ઉપરથી સમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખુણા અને અસમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓમાં કાંઈ તફાવત છે કે નહિ ? હોય તો શું ફેર છે તે કહો.

“સમાન્તર લીટીઓને છેદનારી આડી લીટીથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે.”

વળી એકસરસાઇઝ ખુકમાં બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. છેદ-  
નારી એક આડી લીટી દોરો. સમા-  
ન્તર લીટીઓ અને આડી લીટીની  
વચ્ચેનો જમણા હાથ તરફનો ભાગ  
કાપી લો. તેને ઉંચકીને તીરની દિ-  
શામાં ફેરવીને ડાબા હાથ તરફના



ભાગ ઉપર ખુણા ઉપર ખુણા આવે તેમ મૂકો. આ પ્રમાણે કરતાં  
વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર મળી જાય છે ? શું અનુમાન કરો છો ?

સમાન્તર અને અસમાન્તર લીટીઓની બે જોડ જુદી જુદી  
દોરો. દરેકને છેદનારી આડી લીટી દોરો. સમાન્તર લીટીની જોડમાં  
બહારનો કોઈ પણ ખુણો માપો અથવા કાપી લો; અને તેજ  
જોડનો અંદરનો તેને મળતો આવતો ખુણો માપો અથવા કાપી લો.  
અસમાન્તરની જોડમાં પણ એમજ કરો. સરખાવતાં માત્રમ પડે  
છે કે સમાન્તર લીટીની જોડમાં બહારનો ખુણો અંદરના મળતા  
આવતા ખુણાની બરાબર છે ? અસમાન્તરોમાં એ ખુણા બરાબર છે  
કે નહિ ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. અને આડી લીટીથી થતા અંદ-  
રના એકજ બાજુ તરફના બે ખુણાઓ માપો. બન્નેનો સરવાળો  
કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ?

બીજી બાજુ ઉપરના બે અંદરના ખુણાઓનો પણ સરવાળો  
કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? બે કાટખુણા.

બે સમાન્તર લીટી લો. તેને છેદતી આડી લીટી દોરો. સમા-  
ન્તરો અને આડી લીટીની વચ્ચેના અંદરના ચારે ખુણા બરાબર  
કાપી લો. ડાબા હાથ ઉપરના બે ખુણાઓને એક લીટીની સાથે  
બરાબર મૂકો. શું અનુમાન કરો છો ? આ ખુણાઓ મળી બે  
કાટખુણા બરાબર છે ? બીજી જોડમાં પણ એમજ કરો. આ ખુણા-  
ઓ મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? બે કાટખુણા.



લંબાવતાં ડાબી બાજુએ મળે એવી બે લીટી દોરો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. જમણી બાજુ પરના અંદરના ખુણાઓ માપો. આ ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા બરાબર છે ? નહિ. ત્યારે બે કાટખુણા કરતાં તે મોટા કે નાના છે ? મોટા. ડાબા હાથ તરફના અંદરના બે ખુણાઓનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે ? નહિ. ત્યારે તે મોટો કે નાનો છે ? નાનો.

લંબાવતાં જમણા હાથ તરફનું અંતર ઓછું અને ઓછું થતું જાય એવી બે લીટીઓ લો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે તેના અંદરના ડાબા હાથ ઉપરના અને જમણા હાથ પરના ખુણાઓ માપો. ડાબા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે ? નહિ. તે મોટો છે કે નાનો ? મોટો. જમણા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે ? નહિ. તે મોટો છે કે નાનો ? નાનો.

ત્યારે સમાન્તર લીટીઓ ઉપરના ઉપલા પ્રયોગો પરથી શું શું અનુમાન કરો છો ? એવી લીટીઓના કયા કયા ગુણ છે ?

બે સમાન્તર લીટીઓને એક આડી લીટી છેદે તો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે;

(૨) બહારનો ખુણો માંહેના મળતા આવતા (સામેન્ન આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના) ખુણાની બરાબર છે.

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાઓનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે.

સમાન્તર લીટીઓના ઉપલા ગુણો અસમાન્તર લીટીઓને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ ? નહિ.

નોટ—નીચેની અને ઉપર પાછીની બીજી વ્યાખ્યા, જે આપી છે, તે વિદ્યાર્થીને ફક્ત અત્રે સમજાવવાનીજ છે, પાછળથી તે મ્હોડે કરાવવી.

વ્યાખ્યા—કોઈ પણ લીટીઓ, “ એકજ સફાઈમાં ” એવી રીતે આવી હોય કે તેને ગમે તે બાજુ તરફ લંબાવતાં તેઓ એક બીજીને મળે નહિ તો તે સમાન્તર લીટીઓ કહેવાય છે.

ઉપલી વ્યાખ્યામાં “ એકજ સદ્ગ્રામમાં ” એવા શબ્દો શા કારણથી વાપર્યા હશે ? એક પેન્સીલ પૂર્વ પશ્ચિમ દિશામાં ટેબલની ઉપર મુકો. બીજી પેન્સીલ તેને અસમાન્તર હોય તેમ ઉત્તર દક્ષિણ દિશામાં પહેલી પેન્સીલથી સહેજ ઉંચે રાખો. આ પેન્સીલ-લીટી લંબાવતાં કદી પણ મળશે નહિ. ત્યારે આ પેન્સીલો સમાન્તર છે ? નહિ. આ કારણથી ઉપલી વ્યાખ્યામાં “ એકજ સદ્ગ્રામમાં ” શબ્દો મુક્યા છે. બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે છે. ત્યારે જો એક વ્યુત્ક્રમ ખુણો ૫૧° નો હોય, તો બીજો વ્યુત્ક્રમ ખુણો કેવડો ?

“ ૧૧૩° ” “ ” “ ” “ ”  
એક બહારનો ખુણો ૪૯° “ તો બીજો મળતો આવતો ખુણો કેવડો ?

“ ૭૩° ” “ ” “ ” “ ”

“ ૧૦૪° ” “ ” “ ” “ ”  
અંદરના એકજ બાજુ ઉપરના બે ખુણાઓમાંના

એક ખુણો ૬૩° હોય તો બીજો કેવડો ?

“ ૯૦° ” “ ” “ ” “ ”

“ ૧૩૭° ” “ ” “ ” “ ”

(સ્ત્ર) એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે તો કયા ખુણા સરખા થાય છે ? વ્યુત્ક્રમ ખુણા. એ ખુણા આડી લીટીની કયી બાજુએ હોય છે ? વિરુદ્ધ બાજુએ. ત્યારે એક લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવી હોય તો કાંઈ નિયમ નીકળે ખરો કે ? અ બિંદુમાંથી વક્ર ની સમાન્તર એક લીટી દોરવાની છે તો શું કરીશું ?

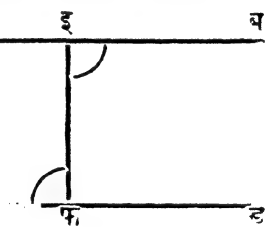
અ માંથી વક્ર ના કોઈ પણ બિંદુ વ ડ ક  
હ સુધી એક લીટી દોરો. અહીં ખુણો  
માપો. અથવા તેની પાતળા કાગળ ઉપર  
નકલ કરો. આ ખુણો વ્યુત્ક્રમ ખુણો  
ગણીએ તો બીજો વ્યુત્ક્રમ કયાં આવવો ફ અ ફ

જોધએ ? અ આગળ. કયી બાજુએ ? જમણી બાજુએ. અ આગળ  
 Lબદઅની વિરુદ્ધ બાજુ ઉપર ઢાઢ ખુણો Lબદઅની બરાબર કંપા-  
 સથી અથવા કોણ માપકથી કરો. અથવા ટાંકણી મારી છિદ્ર પાડી  
 કરો. ત્યારે કયી લીટી વકતી સમાન્તર છે ? કઢા.

વળી અમાંથી વકતી સમાન્તર લીટી દોરવાની છે. એ સમા-  
 ન્તરોને છેદતી આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણા-  
 ઓનો શો સંબંધ છે ? એ ખુણા મળી એ કાટખુણા બરાબર છે.  
 અ માંથી ઢ સુધી એક આડી લીટી દોરો. Lઅઢવ અંદરનો ખુણો છે ?  
 હા. ત્યારે બીજો અંદરનો ખુણો કેવડો હોવો જોઈએ ? Lઅઢવનો  
 ન્યૂનતાપૂરક. ત્યારે અઢવ ખુણો માપો. તેનો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કેવડો ?  
 આ ખુણા બરાબર અ આગળ અઢ સાથે ઢઅફ ખુણો કંપાસથી  
 અથવા પ્રોટેક્ટરથી બનાવો. ત્યારે અફ અને અઢવ લીટી કેવી છે ? સમાન્તર.

અવ લીટી લો. તેની બહાર અ  
 (નીચે કે ઉપર) ફ એક ખિંદુ લો.  
 અવમાં એક ઇ ખિંદુ લો. ઇફ સાંધો.

એક આકૃતિ કાઢી Lઅફની  
 બરાબર Lઈફઢ કરો. આ ખુણા



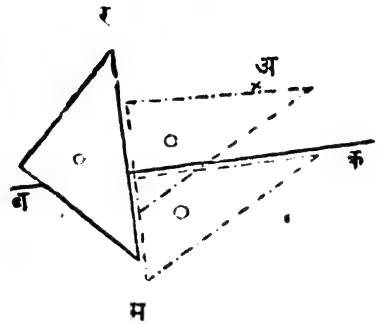
ઓ કેવા છે ? વ્યુત્ક્રમ. એ બરાબર છે ? હા, કયી જતની લીટીઓ-  
 માં વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર હોય છે ? સમાન્તર. ત્યારે અવ, કઢ  
 કેવી લીટીઓ હોવી જોઈએ ? સમાન્તર.

બીજી આકૃતિ કાઢી Lઅફનો ન્યૂનતાપૂરક Lઈફઢ કરો. Lઅફ  
 અને Lઈફઢનો શું સંબંધ છે ? તે બન્નેનો સરવાળો એ કાટખુણા બરા-  
 બર છે ? એ એ ખુણાઓ આડી લીટીની એકજ બાજુ ઉપર અંદ-  
 રના ખુણાઓ છે ? કયી જતની લીટીઓમાં આવા અંદરના એ ખુણાઓ  
 એ કાટખુણા બરાબર છે ? સમાન્તર. ત્યારે અવ, કઢ કેવી લીટીઓ  
 હોવી જોઈએ ? સમાન્તર.

ત્રીજી આકૃતિ કાઢી ફફ ને લ સુધી લંબાવો.  $\angle$ લ ફ બ બરાબર  $\angle$ ફ ફ બ કરો. આ ખુણાઓ કેવા છે? મળતા આવતા ખુણા. એ બરાબર છે? મળતા આવતા ખુણાઓ ક્યારે બરાબર હોવા જોઈએ? અબ, ફ બ સમાન્તર હોય ત્યારે.

### સમાન્તર લીટી દોરવાની રીત.

અ માંથી બ ક ની સમાન્તર એક લીટી દોરવાની છે. બ ક લીટી સાથે સેટસ્કવેરની કાટખુણો કરતી એક કોર બરાબર મુકો. એ સેટસ્કવેરની બીજી કોર સાથે બીજો સેટસ્કવેર (યા પટ્ટી) બરાબર મુકો. પહેલા સેટસ્કવેરને બીજાની કોર સાથે અ બિંદુ તરફ



ખસેડો. અ બિંદુ બરાબર સેટસ્કવેરની કાટખુણો પડતી કોરની નીચે આવે ત્યારે અ માંથી એક આડી લીટી પેન્સીલ કોર સાથેજ રાખી દોરો. આ પ્રમાણે અ માંથી દોરેલી લીટી બ ક ની સમાન્તર છે. કોરણ કે બ ક સાથે સેટસ્કવેર જે ખુણો પહેલાં કરે છે તેજ ખુણો બીજી વખતે સેટસ્કવેર અ માંથી દોરેલી લીટી સાથે પણ કરે છે. અને આ ખુણાઓ મળતા આવતા છે.

અ બ એક લીટી દોરો. અ બ ની સમાન્તર ક હ દોરો. ક હ ની સમાન્તર ફ ફ દોરો. અ બ, ક હ કેવી લીટી છે? ક હ, ફ ફ કેવી લીટી છે? સમાન્તર. અ બ, ક હ નું અંતર વધે ઘટે ખરું? નહિ. ક હ, ફ ફ નું અંતર વધે ઘટે ખરું? નહિ. જ્યારે એ અંતરો એકજ રહે છે ત્યારે અ બ, ફ ફ નું અંતર કેવું હશે? એકજ. ત્યારે અ બ, ફ ફ નો કેવો સંબંધ હોવો જોઈએ? સમાન્તર. ત્યારે જે લીટીઓ એકજ લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ કેવી હોવી જોઈએ? સમાન્તર.

## એકજ લીટીને થણી સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

અ બ એક લીટી લો. તેની બહાર ઉપર કે નીચે ક, ઢ, ઇ, ફ લખિંદુ લો. અ બ સાથે સેટસ્કવેરની બાજુની કાર બરાબર મુકો. અને બીજી બાજુની કાર સાથે કુટપટી મુકો. (અથવા બીજો સેટસ્કવેર મુકો.) આ કુટપટી સાથે પહેલા સેટસ્કવેરને જોઈએ તે પ્રમાણે ઉપર અથવા નીચે ક, ઢ, ઇ, ફ, લખિંદુઓ પહેલી કારની બરાબર નીચે આવે તેમ ખસેડો અને તે વખતે કારની નીચેથી કારની સાથે પેન્સીલ રાખી ક, ઢ, ઇ, ફ, લખાંથી લીટીઓ દોરો. આ લીટીઓ આપેલી અથવા લીટીને સમાન્તર છે.

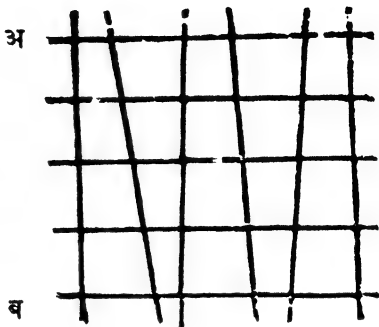
ચાર ખિંદુઓ ગમે ત્યાં લઈ ઉપલીજ રીતે અ બ ની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.

બઅક ખુ- ણો લો. ઇ આ ગળથી અથવા સ માન્તર ઇડદો- રો; અને અક સમાન્તર ઇફ દોરો. ૮અઅ-	અ	ક	અ	ક
	ઇ	ફ	ફ	ઇ

તે ૮ઇ માપી જુઓ. આ બે ખુણાઓનો કાંઈ સંબંધ છે? (૧) માં ૮અ ની ઉપર ૮ઇ મુકો. આ ખુણાઓ સરખા છે? હા. (૨) માં ૮અ, ૮ઇ ખુણા કાપી લઈ એક લીટીની સાથે ઉપર યા નીચે બંને પાસે પાસે મુકો. આ બે ખુણાની બહારની શાખા લીટીઓ લીટીની સાથે બરાબર મળી જાય છે? હા. ત્યારે એ બે ખુણાનો શો સંબંધ છે? એ બે ખુણા મળી બે કાટખુણા છે? અથવા બંને અરસ-પરસ ન્યૂતાપૂરક છે? હા.

(ગ) આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીઓથી થતા અંતર્ભાગો.

અવ ઉભી લીટી લો. તેની ઉપર ગમે તે પાંચ બિંદુઓ સરખે એકજ અંતરે લો. એ બિંદુઓમાંથી દોરેલી પાંચ ગમે તે સમાન્તર લીટીઓને છેદે તેમ ઉભી લીટીઓ દોરો. પહેલી લીટી ઉપર સમાન્તરોની વચ્ચે થતા ચાર અંતર્ભાગો માપો. એ સરખા છે?

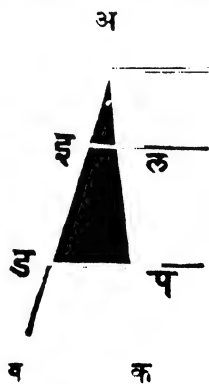


ખીજી લીટી ઉપરના અંતર્ભાગો માપો. એ સરખા છે? હા. ત્રીજી ના માપો. એ સરખા છે? હા. ચોથીના માપો. એ સરખા છે? હા. પાંચમીના માપો. દરેક લીટીના એ અંતર્ભાગો સરખા છે? હા. વગેરે. ત્યારે આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

“ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તરોની વચ્ચે થતા કોઈ પણ એક લીટીના અંતર્ભાગો સરખા હોય તો તેજ સમાન્તરોને છેદતી ખીજી કોઈ પણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ બરાબર છે.”

અવ, અક બે લીટી કોઈ પણ ખુણો કરે એમ દોરો. અવ ઉપર ૬ બિંદુ લો. અવ ઉપર ૬ બિંદુ એવું લો. કે ૬ ૬ અંતર અડ ના કરતા બમાણ હોય. અ, ૬, ૬ માંથી ત્રણ સમાન્તરો દોરો. સમાન્તરો અ ક ને લ, પ માં છેદે છે. અલ, લપ નો શો સંબંધ છે? લ પ અંતર અર્ધું કરો. તે અર્ધા ભાગને અલ ઉપર મુકો.

ઉપલા પ્રયોગમાં ૬ ૬ અંતર અડ થી ત્રણ ગણું, ચાર ગણું, પાંચ ગણું, છ ગણું, લો. પછી ૬, ૬ માંથી સમાન્તરો દોરો. આ સમા-



નતરો અ ક ને લ, પ માં છેદે છે, ત્યારે અ લ, લ પ માપો. અ લ, લ પ સરખાવો. લ પ, અ ક થી કેટલાગણું છે ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

### (ઘ) સમાન્તર લીટીઓ વચ્ચેનું અંતર.

અ વ, ક ઢ બે સમા- અ  
નતરો દોરો. તેની ઉપર ત્રણ  
ચાર અંતરો બતાવ્યા પ્રમાણે ક  
દોરો. સમાન્તર લીટીની વચ્ચેનાં આ અંતર માપો. આ અંતરો બધાં  
સરખાં છે ? નહિ. આ અંતરો સમાન્તરો સાથે જે ખુણા કરે તે  
માપો. આ ખુણાઓ સરખા છે ? ૧ નીચેની સમાન્તર સાથે જે  
ખુણો કરે તેવડોજ ખુણો ૨ પણ કરે છે ? નહિ. ૩, ૪, વગેરે પણ  
તેવડોજ ખુણા કરે છે ? નહિ. ૩ જે ખુણો કરે તે બરાબર ધ્યાનમાં  
રાખો. જમણા હાથ પર જમણે તેમ તેમ ૨, ૩, ૪, ૧ ના કરતાં  
ક ઢ સાથે મોટા ખુણા કરે છે કે નાના ? મોટા. કયું અંતર ક ઢ  
સાથે કાટખુણો કરે છે ? ૩. એજ અંતર અ વ ની સાથે કયો ખુણો  
કરે છે ? કાટખુણો. ૩ અંતર બધાં અંતરોમાં નાનામાં નાનું છે ?  
હા. એના કરતાં નાનું અંતર કોઈ પણ બાજુ ઉપર દોરી શકાય  
ખરું કે ? નહિ. તેથી બે સમાન્તરોની વચ્ચે જે લંબ અંતર છે તે  
સૌથી નાનું છે અને તેથી બે સમાન્તરોનું અંતર તેઓની વચ્ચે  
કાટખુણે લેવાય છે. ત્યારે બે સમાન્તર લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર  
કયા નિયમે કાઢવું જોઈએ ? જે અંતર બે સમાન્તરોને લંબ  
હોય તેજ અંતર લેવું. તમારી લીટીવાળી નોટબુકમાં જે લીટીઓ  
સમાન્તર છે તેની વચ્ચેનાં અંતરો ઈચ અને મી. મી. માં માપો;  
અને સરખાવો. બે સમાન્તરને લંબ હોય તેમ એક લીટી દોરો.  
આ લીટી બીજી સમાન્તરને મળે તેમ લંબાવો. આડી લીટી અને  
બીજી સમાન્તર વચ્ચેનો ખુણો માપો. એ ખુણો કેવો છે ?

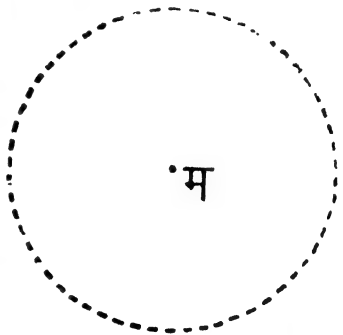
ત્રણ, ચાર, પાંચ, સમાન્તરે દોરો. એકને લંબ હોય તેવી એક લીટી દોરો. આ લીટી બીજી સમાન્તરોને છેદે તેમ લંબાવો. આ આડી લીટી અને બાકીની સમાન્તરોની વચ્ચેના બધા ખુણા માપો અને સરખાવો; આ ખુણાઓ કેવા છે ? આ પ્રયોગો પરથી શું અનુમાન કરો છો ?

“ જો અથવા વધારે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને જો કોઈ પણ લીટી લંબ હોય તો તે લીટી બીજી સમાન્તરોને પણ લંબ હોય છે ”

## ૬. ત્રિકોણ.

### (ક) વર્તુળ.

પાટીઆ ઉપર વાપરવાના કંપાસના છેડામાં ચાક મૂકી કંપાસના બંને છેડાને એક ફૂટ દૂર લો. પાટીઆ ઉપર મ બિંદુ લઈ તેના ઉપર કંપાસનું લોખંડનું અગ્રિબિંદુ મૂકી કંપાસને બીજે છેડેના ચાકથી એક બિંદુ પાટીઆ ઉપર મૂકો. આ બિંદુ મ થી કેટલું દૂર છે ? એક ફૂટ. ચાકના છેડાનેજ સહેજ બસેડી બીજું બિંદુ લો. આ બિંદુ મ થી કેટલું દૂર છે ? એક ફૂટ. આ પ્રમાણે ચાકના છેડાનેજ સહેજ સહેજ બસેડી એક એક બિંદુ મૂકી એ દરેક બિંદુ મ થી કેટલું દૂર છે એ વિદ્યાર્થી પાસે કઢાવવું. આ બધાં બિંદુ મ થી કેટલે કેટલે અંતરે છે ? એક ફૂટ. બધાં સરખેજ અંતરે છે ? હા. પછી મ ઉપર લોખંડનું બિંદુ રાખી એક ફૂટનું જે અંતર બંને છેડાની વચ્ચે લીધું છે તેજ કાયમ રાખી ચાકના બીજા છેડાથી વર્તુળનો આખો પરિધ દોરો. પરિધ ઉપર એકાદ બિંદુ લો. આ બિંદુ મ થી કેટલું દૂર છે ? એક ફૂટ. (બીજું





લઘ) આ બિંદુ મ થી કેટલું દૂર છે ? એક ફૂટ. આ (પરિધ) લીટી ઉપરનાં કયાં કયાં બિંદુ મ થી એક ફૂટ અંતરે છે ? આ લીટી ઉપરનાં કેટલાં બિંદુ મ થી એક ફૂટ અંતરે છે ? બધાં. વર્તુળના મધ્યબિંદુ અને પરિધનાં બિંદુઓ વચ્ચેના અંતર વિષે આ ઉપરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે ? “ પરિધ ઉપરનાં બિંદુઓ મધ્યબિંદુથી બધાંજ સરખે અંતરે આવેલાં હોય છે.”

મધ્યબિંદુથી ૧૧ ફૂટ અંતરે એક બિંદુ લો. આ બિંદુ મધ્ય બિંદુથી કેટલું દૂર છે ? એક ફૂટથી વધારે કે ઓછે અંતરે છે ? એ વર્તુળની બહાર છે કે અંદર ? મધ્યબિંદુથી ૧૧ ઇંચ અંતરે એક બિંદુ લો. ઉપર પ્રમાણે પ્રશ્ન કરી પૂછો કે મધ્ય બિંદુથી એક ફૂટ અંતરે આવેલું બિંદુ પરિધની બહાર અથવા અંદર હોઈ શકે ખરું ? નહિ.

ટ્રાઇગનનાં સાહિત્યોમાંથી કોઈ એક ગોળ વસ્તુ લો. તેના પરિધ ઉપર બરાબર એક પાતળી દોરી વિંટાળો. બરાબર એક વખત વિંટાળ રહે કે જોટલી દોરી વિંટળાઈ હોય તેટલી કાપી લો. આ કટકો ફૂટ-પટ્ટીથી માપો. એજ ગોળ વસ્તુનો વ્યાસ માપો. પહેલા કટકાની લંબાઈ આ લંબાઈ સાથે સરખાવો. પરિધની લંબાઈ વ્યાસની લંબાઈથી કેટલા ગણી છે ?

ટેબલ ઉપર એક પૈસો અથવા રૂપીઓ મુકો. અને તેની આસપાસ દોરો વિંટાળી ઉપલો પ્રયોગ કરો. પરિધ અને વ્યાસની લંબાઈ કયા પ્રમાણમાં છે ?

સાત ઈંચ વ્યાસનો એક વર્તુળ દોરો તેના પરિધના એક બિંદુથી શરૂ કરી આસપાસ દોરો વિંટાળો. એક ફેરો બરાબર પુરો થઈ રહે ત્યારે દોરો કાપી લો. આ દોરો પરિધની લંબાઈ બરાબર છે ? પરિધ અને વ્યાસની લંબાઈનું પ્રમાણ શું છે ?

૨.૮', ૯.૧ સે. મી., ૧.૪', વગેરેના વ્યાસ લઘ વર્તુળ દોરી ઉપલોજ પ્રયોગ કરો. પરિધ વ્યાસથી કેટલા ગણો મોટો લાગે છે ? એ વિષે આ ઉપરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે ? હા. કયો નિયમ ? પરિધ વ્યાસથી ૩.૧૪ ગણો છે. અથવા પરિધ અને વ્યાસ ૨૨ : ૭ ના પ્રમાણમાં છે.

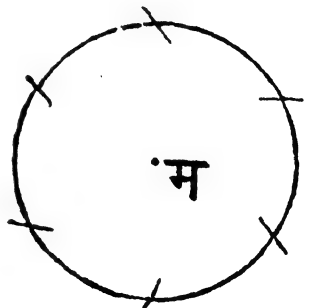
એક વર્તુળ દોરો. પરિધ ઉપર અ, બ, ક, ઢ, ઇ, વગેરે ખિંદુઓ પાસે પાસે લો. એ ખિંદુઓમાં ટાંકણીઓ મારો. અ થી શરૂ કરી ટાંકણી અંદર રહે તેમ તેની આસપાસ દોરો વિંટાળો. એક ફેરો પુરો થાય કે દોરો કાપી લો. આ દોરો પરિધની લંબાઈ આશરે બતાવે છે એમ માલમ પડશે. એ દોરો વર્તુળની ત્રિજ્યાથી કેટલા ગણો છે ? આશરે સવા છ ગણો.

ઉપલાજી પ્રયોગમાં અ, બ, ક, ઢ, ઇ, વગેરે તદ્દન પાસે પાસે મુકો. અને એ પ્રયોગ કરો. આ વખતે દોરાની લંબાઈ પહેલી વખતના જેટલીજ છે ? ના. વધારે કે ઓછી છે ? વધારે.

એ પ્રમાણે અ, બ, ક, ઢ, ઇ, વગેરે તદ્દન પાસે પાસે આવે તેમ પ્રયોગ કરો. આ વખતે પરિધ ઉપર દોરો બરાબર આવે છે કે નાહ ? આવે છે.

આ પ્રયોગો પરથી માલમ પડે છે કે પરિધ ઉપર અ, બ, ક, ઢ, ઇ, વગેરે જેમ જેમ પાસે પાસે લઇએ તેમ તેમ અ બ અને તેની ઉપરના કૌંસની વચ્ચેનો તફાવત ઓછો થતો જાય છે, અને અ, બ, ક, ઢ વગેરે છેક તદ્દન પાસે લઇએ તો પરિધ અને અ બ ક ઢ...ની વચ્ચે કાંઈજ તફાવત રહેતો નથી. આ ઉપરથી ઇસ.વો કે વર્તુળમાં દોરેલા બહુકોણની બાજુઓની સંખ્યા જેમ વધે, એટલે બાજુઓ દરેક બહુજ નાની થાય છે તેમ એ બહુકોણની બાજુઓ પરિધની પાસે અને પાસે આવે છે; અને આખરે તેની પરિમિતિ પરિધના જેવડીજ થઇ રહે છે.

કાગળ ઉપર કોઈ પણ વર્તુળ દોરો. પરિધના કોઈ પણ ખિંદુથી શરૂ કરી ત્રિજ્યાના જેવડા જેટલા ભાગ થાય તેટલા કરો. છેલ્લા અંતરનો બીજો છેડો પહેલા ખિંદુ ઉપર બરાબર આવે છે ? પરિધ ઉપર કેટલા ભાગ પડ્યા છે ? છ. આ ભાગોની વચ્ચે



વચ્ચે પરિધ ઉપર જે જે બિંદુઓ છે તેને અનુક્રમે સાંધો. આ દરેક જ્યા\* માપો. દરેક કેટલી લાંબી છે? ત્રિજ્યાના જેટલી.

### (સ્વ) વર્તુળ અને ત્રિકોણ.

૧.૫" ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો. ૩.૨" ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો.

૭.૪ સે. મી. ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો. એ પ્રમાણે ચાર પાંચ બીજા વર્તુળ દોરો.

મ બિંદુ આગળથી એક તોપનો ગોળો બધી બાજુ ૩ $\frac{૧}{૨}$  માઇલ સુધી જાય છે તો કેટલી જગ્યામાં તોપના ગોળા પડી શકે? (૧ મા : ૧")

અ આગળ ઉભો રહી એક માણસ શિકાર કરે છે. તેની બિંદુની ગેળી ૪૦૦ વાર સુધી જઈ શકે તો કેટલા ભાગમાંથી તે માણસ જનાવરને મારી શકશે? (૪૦ વાર : ૧ સે. મી.)

બે કિલ્લાઓ ૧૦ માઇલને અંતરે છે. દરેકમાંથી તોપનો ગોળો ૫ માઇલ અંદર પડી શકે છે. જે સદાશમાં બંનેના ગોળા આવી પડે તેની આકૃતિ ૧ મા : ૧ સે. મી. ના પ્રમાણમાં કાઢો.

એક માળી એક ગોળ બગીચામાં (ત્રિજ્યા ૫૦') તેની કેર ઉપર ઉભો રહી ૭૦ ફુટ આસપાસ પાણી છાંટી શકે છે તો જે સદાશમાં પાણી ન જાય તેની આકૃતિ પાડો. (૧૦ ફુટ : ૧").

૨" દૂર હોય એવાં બે અ, બ બિંદુ લો. અ થી ૨" દૂર આવેલાં બધાં બિંદુઓ બતાવો. (અ મધ્ય બિંદુ લઈ ૨" ત્રિજ્યાનાં વર્તુળનો પરિધ દોરો.) બ થી ૨" દૂર આવેલાં બધાં બિંદુઓ બતાવો, અ અને બ બંનેથી ૨" દૂર આવેલાં કેટલાં બિંદુઓ છે? બે. ધારો કે તે ક, ઢ છે. કઅ, કબ; ઢઅ, ઢબ સાંધો. અબ, બક, કઅ દરેક કેટલી લાંબી છે? અબ, બઢ, ઢઅ દરેક કેટલી લાંબી છે?

૩.૫" દૂર આવેલાં અ, બ બિંદુ લો. અ થી ૪.૧" દૂર આવેલાં બધાં બિંદુ બતાવો. બ થી ૨.૭" દૂર આવેલાં સઘળાં બિંદુ બતાવો.

\* જ્યા-પરિધ ઉપરનાં કોઈ પણ બે બિંદુને જોડનારી લીટી જ્યા કહેવાય છે.

અ થી ૪.૧" દુર અને વ થી ૨.૭" દુર આવેલાં કેટલાં બિંદુઓ છે ? બે. ધારો કે તે ક, ઢ છે. અઢ, બઢ કેટલી કેટલી લાંબી છે ? અક, વક કેટલી કેટલી લાંબી છે ?

ઉપલા પ્રયોગોમાં આપણે કેવાં બિંદુઓ શોધ્યાં છે ? બે આપેલાં બિંદુથી આપેલે અંતરે આવેલાં. ત્યારે આપેલે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધવાને માટે આ ઉપરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે ખરો ? હા. બે આપેલાં બિંદુથી આપેલે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધવાને માટે કયો નિયમ છે ?

આ બિંદુને આપેલાં બે બિંદુ જોડે સાંધીએ તો જે આકૃતિ થાય છે તે જુઓ. એમાં કેટલા ખુણા છે ? ત્રણ. કેટલી આગુ છે ? ત્રણ.

૨.૭" દુર આવેલાં અ, વ બે બિંદુ લો. અથી ૨.૫" દુર અને વથી ૩.૩" દુર આવેલું ક બિંદુ શોધી કાઢો. અવ, વક કાઢ સાંધો. અવ કેટલી લાંબી છે ? વક કેટલી લાંબી છે ? કઅ કેટલી લાંબી છે ? અવક કેવી આકૃતિ થઈ ? ત્રણ ખુણા અને આગુ વાળી.

ઉપર પ્રમાણેનો પ્રયોગ જુદી જુદી લાંબાઈઓ લઈ ચાર પાંચ વખત કરો.

ઉપલા પ્રયોગમાં અ વ, ક વ, ક અ લાંબાઈઓ આપેલી છે. એવી લાંબાઈનો જે ત્રિકોણ થાય તે દોરવાને એ પ્રયોગો પરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે ?

“અવ, વક, કઅ ત્રણ આગુનો ત્રિકોણ બનાવેલો હોય તો અવ દોરો. અ મધ્યબિંદુ અને કઅ ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરો. વ મધ્યબિંદુ અને કવ ત્રિજ્યાનો બીજો વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળો જે બિંદુમાં છેદે તે બિંદુને અ, ક જોડે સાંધો. અવક માગેલો ત્રિકોણ છે.”

ઉપલા પ્રયોગોમાં અ વ ક, અ વ ઢ ત્રિકોણો થયા છે તે કામ રીતે સરખા થાય એવું કાંઈ માત્રમ પડે છે ?

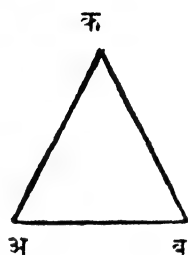
નીચેનાં માપ પરથી ત્રિકોણો કાઢો:—

અ વ ૯.૭ સે. મી.	વ ક ૯.૫ સે. મી.	ક અ ૭.૭ સે. મી.
„ ૭.૭ „	„ ૯.૩ „	„ ૯.૩ „
„ ૫.૧ ઇંચ,	„ ૪.૨ ઇંચ,	„ ૩.૭ ઇંચ.

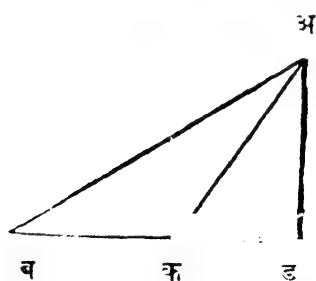
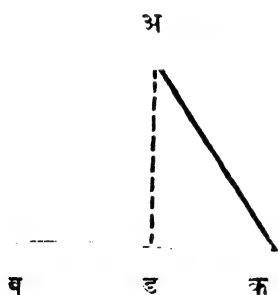
અવ ૩.૨ ઇંચ,	વક ૪.૨ ઇંચ,	કઅ ૧.૭ ઇંચ,
„ ૪.૨ „	„ ૩.૧ „	„ ૧.૩ „
„ ૧૧૧ મી. મી.	„ ૮૨ મી. મી.	„ ૬૧ મી. મી.
„ ૭૮ „	„ ૫૩ „	„ ૬૪ „

### (ગ) બાજુ ઉપરથી ત્રિકોણનો પ્રકાર.

ત્રિકોણને જે બાજુ ઉપર ઉભો રહેલો આપ-  
 • જો ધારીએ હીએ તે બાજુ ત્રિકોણનો પાયો કહે-  
 વાય છે. અ વ ઉપર ત્રિકોણ ઉભો છે એમ ધારીએ  
 તો અ વ પાયો છે; વ ક ઉપર તે ઉભો છે એમ  
 ધારીએ તો વ ક પાયો છે; ક અ ઉપર તે ઉભો  
 છે એમ ધારીએ તો તે ક અ પાયો છે.

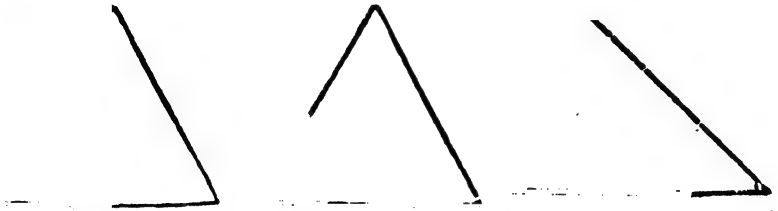


પાયાની સામેના ખુણાને શિરોખિંદુ આગળનો ખુણો  
 કહે છે. શિરોખિંદુમાંથી પાયા ઉપર દોરેલી રાંધને ત્રિકોણની ઉંચાઈ  
 કહે છે. નીચેના અવક ત્રિકોણોમાં અદ દરેક ત્રિકોણની ઉંચાઈ છે.



પાટીઆ ઉપર એકાદ (૧) સમબાજુ ત્રિકોણ, (૨) એકાદ  
 સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ, (૩) એકાદ વિષમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. (૧)  
 બતાવી બાજુઓ સરખાવો. બાજુઓનો કાંઈ સંબંધ માલમ પડે  
 છે? (૨) બતાવી બાજુઓ સરખાવો. કેટલી બાજુઓ સરખી છે ?  
 એ. (૩) બતાવી કેટલી બાજુઓ બરાબર છે ? એક બાજુ બરાબર

હોય એવો ત્રિકોણ આવી શકે ખરો ? એમ બોલવામાં શું ભૂલ થાય છે તે કહો.



(૧)સમબાજુ ત્રિકોણ. (૨)સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ. (૩)વિષમબાજુ ત્રિકોણ.

વ્યાખ્યા-જે ત્રિકોણમાં ત્રણ બાજુ બરાબર હોય તેને સમબાજુ ( સમ = બરાબર ) ત્રિકોણ કહે છે.

વ્યાખ્યા-જે ત્રિકોણમાં ગમે તે બે બાજુ બરાબર હોય તેને સમદ્વિબાજુ ( સમ = બરાબર, દ્વિ = બે ) ત્રિકોણ કહે છે.

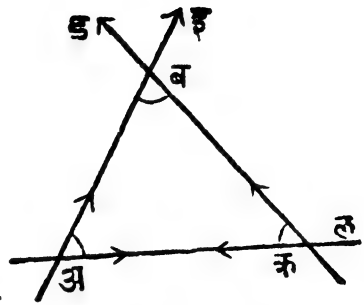
વ્યાખ્યા-જે ત્રિકોણમાં કોઈ પણ બે બાજુ બરાબર નથી હોતી તેને વિષમબાજુ ( વિષમ = બરાબર નહિ ) ત્રિકોણ કહે છે.

થોડાક સમબાજુ, થોડાક સમદ્વિબાજુ, થોડાક વિષમબાજુ ત્રિકોણો વિદ્યાર્થી પાસે કંપાસથી અને ટુટપટીથી દોરાવો. પછી ફક્ત હાથથીજ દોરાવો.

( ઘ ) ત્રિકોણના ત્રણ ખુણાનો સરવાળો.

ગમે તે એક ત્રિકોણ કાઢો. તેના ત્રણ ખુણા કાપી લો. એ ત્રણ ખુણાને એકેકની પાસે પાસે મૂકી એક લીટીની ઉપર મૂકો. એ ત્રણ ખુણા મળી કેટલો સરવાળો થયો ? એ સરવાળો બે કાટ-ખુણા બરાબર છે ? હા. ગમે તે એક ત્રિકોણ કાઢો. તેના ત્રણ ખુણાને કોણ માપકથી માપો; ને તેનો સરવાળો કરો. આ સરવાળો કેટલો છે ?  $180^\circ$ . આ પ્રમાણે ઘણી વખત કરો. આ પ્રયોગો ઉપરથી ત્રિકોણના ખુણાના સરવાળા વિષે કાંઈ નિયમ લાગે છે ? હા. કયો નિયમ લાગે છે ? ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.

અવક ડોઘ પણ ત્રિ-  
કોણ લો. ઢક ઉપર એક  
પેન્સીલ તીરની દિશામાં મૂકો.  
ક તરફ તેનો પાતળો છેડો  
અને અ આગળ જાડો છેડો  
રહેવા દો. પેન્સીલ કયી દિ-  
શામાં છે ? પશ્ચિમથી પૂર્વમાં. પ.



અ આગળ છેડાને રાખી પેન્સીલને અવ ની દિશામાં લઇ જવ.  
પેન્સીલ હવે ક્યાં છે ? અવ ઉપર. પાતળો છેડો કયી દિશામાં છે ?  
અવની દિશામાં. કયા ખુણામાંથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે ?  $\angle$ અ  
માંથી. હવે પેન્સીલને વ આગળ લઇ જવ અને વડ દિશામાંથી વડ  
દિશામાં મૂકો. પેન્સીલ હવે ક્યાં છે ? વડ ઉપર. કયી દિશામાં ?  
વડની. પેન્સીલને હવે કયા ખુણામાંથી ફેરવી છે ? અવકમાંથી. પહેલાં  
કયા ખુણામાંથી ફેરવી હતી ?  $\angle$ અમાંથી. એ વખત મળી કયા ખુણા-  
માંથી ફેરવી છે ?  $\angle$ અ +  $\angle$ વ માંથી. હવે પેન્સીલને ક આગળ કવ  
ઉપર નીચે સેરવો. પેન્સીલ હવે ક્યાં છે ? કવ ઉપર. ડોઘ પણ  
ખુણામાંથી અન્યારે ફેરવી છે ? નહિ. પેન્સીલને  $\angle$ વકઅમાંથી ફેરવો.  
પેન્સીલ હવે ક્યાં છે ? કઅ ઉપર. અત્યારે કયા ખુણામાંથી પેન્સી-  
લને ફેરવી છે ?  $\angle$ વકઅ માંથી. પહેલાં કયા કયા ખુણામાંથી ફેરવી  
હતી ?  $\angle$ અ અને  $\angle$ વ માંથી. એકંદરે આપણે પેન્સીલને કયા કયા  
ખુણામાંથી ફેરવી છે ?  $\angle$ અ +  $\angle$ વ +  $\angle$ ક માંથી. ત્રિકોણના ત્રણે  
ખુણામાંથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે ? હા. અત્યારે પેન્સીલ કયી  
દિશામાં છે ? પૂર્વથી પશ્ચિમ છે ? પહેલાં તે કયી દિશામાં હતી ?  
પશ્ચિમથી પૂર્વ. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખુણામાંથી ફેરવતાં પેન્સીલની  
દિશા કેટલી બદલાઇ ગઇ ? વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી તે ફરી ?  
અર્ધા. કેટલા કાટખુણામાંથી તે ફરી ? બે કાટખુણા. ત્યારે ત્રિકોણના  
ત્રણે ખુણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો ? ત્રિકોણના  
ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.

## પ્રશ્નો.

૧. ત્રિકોણમાં નીચેના બે ખુણા આપ્યા હોય તો ત્રીજો ખૂણો કેવો?  
(૧)  $૫૪^\circ$ ,  $૭૬^\circ$ ; (૨)  $૪૧^\circ$ ,  $૯૧^\circ$ ; (૩)  $૫૩^\circ$ ,  $૫૭^\circ$ ; (૪)  $૬૧^\circ$ ,  $૭૬^\circ$ ; (૫)  $૭૨^\circ$ ,  $૯૧^\circ$ ; (૬)  $૧૧૫^\circ$ ,  $૨૩^\circ$ ; (૭)  $૪૭^\circ$ ,  $૫૧^\circ$ .

૨. નીચે પ્રમાણેનો એકેક ખૂણો આપેલો છે અને બાકીના બંને ખુણા સરખા છે એવા ત્રિકોણના ખુણાનાં માપ શું?

$૫૨^\circ$ ,  $૪૭^\circ$ ,  $૨૬^\circ$ ,  $૪૨^\circ$ ,  $૬૮^\circ$ ,  $૭૨^\circ$ ,  $૪૧^\circ$ , અને  $૧૫^\circ$ .

૩. પ્રશ્ન ૨માં જે સરખા ખુણા છે તે દરેક તેમાં જે ખુણો આપ્યો છે તેના જેવો છે તો ત્રિકોણના ખુણાનાં માપ શું?

૪. જો ત્રિકોણમાં ત્રણે ખુણા સરખા હોય તો દરેક ખૂણો કેવો?

૫. નીચેના ખૂણાવાળા ત્રિકોણો કોઈ પણ પાયા ઉપર આવી શકે ખરા?

(૧)  $૯૦^\circ$ ,  $૬૦^\circ$ ,  $૩૦^\circ$ ; (૨)  $૭૧^\circ$ ,  $૯૦^\circ$ ,  $૨૦^\circ$ ; (૩)  $૧૩૫^\circ$ ,  $૨૧^\circ$ ,  $૨૩^\circ$ ; (૪)  $૪૭^\circ$ ,  $૩૩^\circ$ ,  $૯૯^\circ$ ; (૫)  $૩૧^\circ$ ,  $૩૨^\circ$ ,  $૧૧૫^\circ$ ; (૬)  $૧૨^\circ$ ,  $૬૨^\circ$ ,  $૧૦૬^\circ$ ; (૭)  $૨૫^\circ$ ,  $૪૫^\circ$ ,  $૧૧૦^\circ$ ; (૮)  $૫૦^\circ$ ,  $૭૦^\circ$ ,  $૬૧^\circ$ ; (૯)  $૧૩^\circ$ ,  $૫૫^\circ$ ,  $૧૧૦^\circ$ .

૬. ઉપરના પ્રશ્નમાં ત્રિકોણ ન બની શકે તો તેનું શું કારણ છે?

૭. ત્રિકોણ ન બને તેવા ખુણાની દશ જોડો બોલો.

૮. એક લીટી દોરો; તેના બંને છેડા ઉપર એકેક લીટી સાંકડો ખુણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે?

૯. એક લીટી દોરો. તેના બંને છેડા ઉપર એકેક લીટી કાટખૂણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે? કારણ કહો.

૧૦. એક લીટી દોરો. તેના બંને છેડા ઉપર એકેક લીટી પહોળો ખુણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે?

૧૧. કોઝપણ ત્રિકોણમાં નીચેના ખૂણાની કયી કયી જોડો હોઈ શકે?

૧ લો ખૂણો.	૨ જો ખૂણો.	૩ જો ખૂણો.
(૧) કાટખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.
(૨) કાટખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.
(૩) સાંકડો ખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.
(૪) પહોળો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.
(૫) કાટખૂણો.	કાટખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.



(૬) સાંકડા ખુણા.	સાંકડા ખુણા.	પહોળા ખુણા.
(૭) પહોળા ખુણા.	પહોળા ખુણા.	પહોળા ખુણા.
(૮) કાટખુણા.	કાટખુણા.	કાટખુણા.

## (ક) ખુણા ઉપરથી ત્રિકોણનો પ્રકાર.

પાટીઆ ઉપર એકાદ કાટખુણ (૧),  
એકાદ પહોળાખુણ (૨) અને એકાદ સાંકડાખુણ  
(૩) ત્રિકોણ દોરો. (૧) બતાવી આ ખુણા  
કેવો છે? કાટખુણા. એ ત્રિકોણમાં બીજો કાટ  
ખુણા આવી શકે ખરો? નહિ. ત્રિકોણમાં  
કેટલા કાટખુણા આવી શકે? એકજ. જે કાટખુણ ત્રિકોણ.  
ત્રિકોણમાં એક ખુણા કાટખુણા હોય તેને કાટખુણ ત્રિકોણ કહે છે.

(૨) બતાવી આ ખુણા કેવો  
છે? પહોળા ખુણા. એ ત્રિકોણમાં  
બીજો પહોળા ખુણા આવી શકે  
ખરો? નહિ. ત્યારે ત્રિકોણમાં કેટલા  
પહોળા ખુણા આવી શકે? એકજ.  
જે ત્રિકોણમાં એક ખુણા પહોળા ખુણા  
હોય તેને પહોળાખુણ ત્રિકોણ કહે છે.

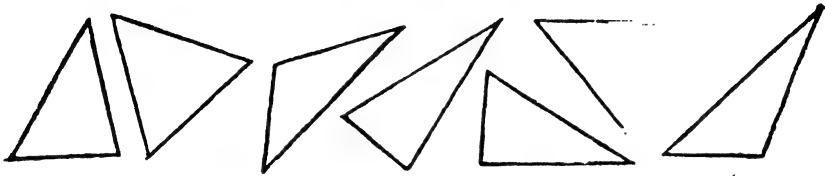
(૩) જે ત્રિકોણ બતાવો. આમાં કેટલા સાંકડા ખુણા છે?

(૧) માં કેટલા સાંકડા ખુણા છે?  
બે. (૨) માં કેટલા સાંકડા ખુણા છે? બે.  
ત્યારે કોઈ પણ ત્રિકોણમાં ઓછામાં ઓછા  
કેટલા સાંકડા ખુણા આવી શકે? બે. ત્યારે  
બેજ સાંકડા ખુણા જેમાં હોય એવા ત્રિકો-  
ણને સાંકડાખુણ ત્રિકોણ કહીએ તો ચાલે સાંકડાખુણ ત્રિકોણ.  
ખરું? નહિ. કારણ.....બે સાંકડા ખુણાવાળા ત્રિકોણને સાંકડાખુણ  
ત્રિકોણ કહીએ તો (૧) અને (૨) માં શું ભુત્ર થાય છે? ત્યારે

કાટખુણુ ત્રિકોણુ અથવા પહોળાખુણુ ત્રિકોણુ ન કહી શકાય એવા ત્રિકોણુમાં કેટલા ખુણા સાંકડા હોવા જોઈએ ? ત્રણ. આ ઉપરથી સાંકડાખુણુ ત્રિકોણુ કેને કહે છે તે કહો. જે ત્રિકોણુમાં ત્રણે ખુણા સાંકડા ખુણા હોય તેને સાંકડાખુણુ ત્રિકોણુ કહે છે.

### પ્રશ્નો.

૧૨. નીચેની આકૃતિઓના ત્રિકોણો ખુણાના પ્રકાર પ્રમાણે કેવા છે ?



૧૩. એક કાટખુણુ ત્રિકોણુ દોરો. તેના બે સાંકડા ખુણા કાપી લઈ કાટખુણા ઉપર પાસે પાસે જોડવો. એ બન્ને ખુણા નીચેના ખુણા ઉપર બરાબર મળી રહે છે ?

૧૪. પ્રશ્ન ૧૩ માં સાંકડા ખુણા માપી તેનો સરવાળો કરો.

એ બે ખુણા મળી એક કાટખુણા બરાબર છે ? એ બે ખુણાને અરસ પરસ શું કહી શકો ?

૧૫. કાટખુણુ ત્રિકોણુમાં એક સાંકડો ખુણો  $૫૩^\circ$ ,  $૩૭^\circ$ ,  $૪૮^\circ$ ,  $૭૧^\circ$ ,  $૧૬^\circ$ ,  $૫૬^\circ$ ,  $૬૭^\circ$  કે  $૩૬^\circ$  હોય તો બીજા સાંકડો ખુણો કેવો ?

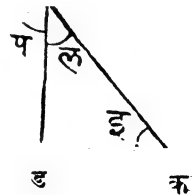
૧૬. કાટખુણુ ત્રિકોણુમાં બે સાંકડા ખુણા અરસપરસ કાટખુણા છે કે નહિ તે કોઈ પણ પાંચ કાટખુણુ ત્રિકોણુ લઈ તપાસી જુઓ.

૧૭. અંક ત્રિકોણુમાં  $\angle$  અંક કાટખુણો છે. અને અંક, વંક ઉપર લંબ છે.

તે  $\angle$  વંક =  $૪૨^\circ$  હોય તો  $\angle$  પ કેવો છે ?  $\angle$  લ કેવો ?  $\angle$  ઇ કેવો ?

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭ માં  $\angle$  વંક =  $૩૫^\circ$ ,  $૪૭^\circ$ ,  $૬૩^\circ$ ,  $૫૧^\circ$ ,  $૧૬^\circ$ ,  $૨૩^\circ$  કે  $૭૧^\circ$  હોય તો  $\angle$  ઇ,  $\angle$  લ,  $\angle$  પ દરેકનું વ મહત્વ કાઢો.

૧૪૨



## (ચ). ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા.

કોઈ પણ અવક ત્રિકોણ દોરો. તેની ચક્ર બાજુ ૩ સુધી લંબાવો. અકરૂ ખુણો ત્રિકોણની બહાર છે કે અંદર? બહાર. અકરૂ ખુણાને ત્રિકોણનો બાહ્ય ખુણો કહે છે. ત્રિકોણની ત્રણ બાજુને બંને દિશામાં લંબાવો. ત્રિકોણના કેટલા બાહ્ય ખુણા છે? છ. પણ ત્રિકોણના દરેક શિરોબિંદુ આગળના સામસામેના કેટલા ખુણા છે? બે. એ એ સરખા છે? હા. તેથી દરેક શિરોબિંદુ આગળના એકજ બહારના ખુણાને બાહ્યખુણા તરીકે ગણવામાં આવે છે અને તેથી ત્રિકોણની ત્રણ બાજુને અનુક્રમે લંબાવીએ તો એ પ્રમાણે થતા બહારના ત્રણ ખુણા ત્રિકોણના બાહ્યખુણા લેવાય છે.

અવક એક ત્રિકોણ દોરો. અ, બ અને ક એ ત્રણે ખુણાનો સરવાળો શું? એ કાટ-ખુણા. ત્યારે  $\angle અ + \angle બ$  નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો?  $\angle ક$ . તેમજ  $\angle બ + \angle ક$  નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો?  $\angle અ$ . અને  $\angle અ + \angle ક$  નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો?  $\angle બ$

અ

બ

ક

એક ખીજે અવક ત્રિકોણ દોરો. તેની ચક્ર બાજુ ૩ સુધી લંબાવો.  $\angle અકરૂ$  નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો?  $\angle અકરૂ$ . અને ઉપરના પ્રયોગ પ્રમાણે ખીજે જવાબ શું?  $\angle અ + \angle બ$ . ત્યારે  $\angle અકરૂ$  અને  $(\angle અ + \angle બ)$  નો શું સંબંધ હોવો જોઈએ? તે બરાબર હોવા જોઈએ. આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા અને અંદરના ખુણાનો શું સંબંધ હોવો જોઈએ? એ વિષે કોઈ નિયમ નીકળે છે?

“ત્રિકોણનો કોઈપણ બાહ્ય ખુણો ત્રિકોણની માંહેના તે બાહ્યખુણાની પાસેના ખુણા સિવાયના બાકીના બે ખુણાના સરવાળા બરાબર છે.”

## ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો.

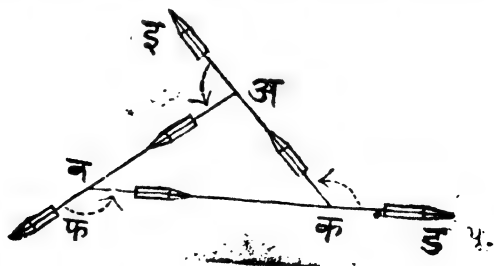
કોઇ પણ અથવા ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવો. બહારના ત્રણે ખુણા કાપી કાઢો. અને તેને પાસે પાસે એકજ શિરોબિંદુ આગળ ગોઠવો. એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર.

અથવા ત્રિકોણ દોરી તેના બાહ્ય ખુણાઓ માપો; તેનો સરવાળો કરો. કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર. એક અથવા ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવો. બ આગળના અંદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. ક આગળના અંદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. અ આગળના એજ બંને ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. ત્યારે અ, બ, ક આગળના ત્રણે અંદરના અને ત્રણે બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? ૭ કાટખુણા. અને ત્રિકોણના ત્રણે અંદરના ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો શું? ચાર કાટખુણા.

આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્યખુણાના સરવાળા વિશે શું અનુમાન કરો છો? એ સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

પછી નીચે પ્રમાણેનો પ્રયોગ કરાવી એ નિયમ બરાબર ઠસાવો.

અથવા એક ત્રિકોણ લો. બક ઉપર એક પેન્સીલ મૂકો. અને તેનો ખડો છેડો ક આગળ લાવો. પ. પેન્સીલનો તીણો છેડો કયા દિશામાં છે?



પૂર્વમાં. એ લક્ષમાં રાખો. પેન્સીલને ક આગળના બહારના ખુણામાંથી ફેરવી કબ ઉપર લાવો. પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ૮અકબમાંથી. પેન્સીલને અ આગળ ખસેડી અ આગળના બહારના

ખુણામાંથી તેને અબ ઉપર આવે તેમ ફેરવે. હવે પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ૮ફઅબ માંથી. પેન્સીલને ૪ આગળ ખસેડી ૪ આગળના બાહ્યખુણામાંથી ફેરવે. હવે પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ૮ફઅબમાંથી. ત્યારે પેન્સીલ એકંદર કયા કયા ખુણામાંથી ફરી? ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્યખુણામાંથી. પેન્સીલનો તીણો છેડો કયી દિશામાં છે? પૂર્વમાં. પહેલાં કયી દિશામાં તે હતો? પૂર્વમાં. ત્યારે પેન્સીલ ફરીને પાછી તેજ દિશામાં આવી. પેન્સીલને ઘડી ઘડીએ ફેરવી ત્યારે તે પૂર્વમાંજ હંમેશાં હતી? નહિ. તેની દિશા બદલાતી હતી. ત્યારે એ પ્રમાણે ફરતાં આ પ્રયોગમાં તે કેટલા આંટા ફરી? એક આખો આંટો. અને એક આખો આંટો ફરે ત્યારે વર્તુળનો કેટલામો ભાગ તે ફરી હશે? આખો વર્તુળ. ત્યારે કેટલા કાટખુણામાંથી તે ફરી? ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્યખુણાનો સરવાળો શું? ચાર કાટખુણા.

(છ) બહુકોણ આકૃતિના બાહ્યખુણાનું મહત્ત્વ.

વ્યાખ્યા—ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ચતુષ્કોણ કહે છે.

વ્યાખ્યા—ચાર કરતાં વધારે સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિને બહુકોણ કહે છે.

વ્યાખ્યા—પાંચ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને પંચકોણ કહે છે.

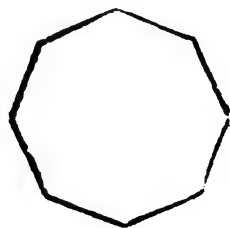
વ્યાખ્યા—૭ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને સપ્તકોણ કહે છે.



ચતુષ્કોણ.



પંચકોણ.



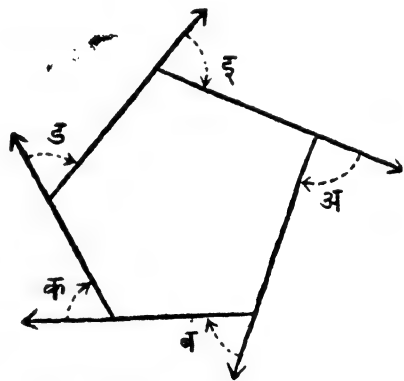
સપ્તકોણ.

વ્યા૦—સાત, આઠ, નવ, દશ અને બાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને અનુક્રમે સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ, નવકોણ, દશકોણ, અને દ્વાદશકોણ, કહે છે.

કોઈ પણ ચતુષ્કોણ દોરો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો. અને બહારના ખુણાઓ કોણ માપકથી માપો. સરવાળો કરો. એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? ચાર. ચતુષ્કોણના બહારના ખુણાઓ કાપી લઈ એકેકની પાસે પાસે ગોઠવો. એ બરાબર મળી રહે છે ? હા. ત્યારે એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? ચાર.

કોઈ પણ પંચકોણ, પદ્મકોણ, સપ્તકોણ, વગેરે લો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લઈ ઉપલો પ્રયોગ કરો. દરેક આકૃતિમાં બહારના ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર થાય છે તે જુઓ. આ ઉપરથી બહુકોણના બાહ્ય ખુણાઓના સરવાળા વિષે શું નિયમ છે ? એ સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે,

પછી પાસેની આકૃતિ લઈ એ નિયમ હસાવવાને પાના ૮૬ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પ્રયોગ કરો. અને પ્રશ્નોત્તર કરી બતાવો કે કોઈ પણ \*સીધી લીટી આકૃતિના બાહ્યખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.



(જ) બહુકોણના અંદરના ખુણાનું મહત્ત્વ.

૧ લી રીત. કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિ લો. તેનાં શિરોબિંદુઓને સામેના ગમે એક શિરોબિંદુ જોડે સાંધો. આમ કરવાથી ચતુષ્કોણના ત્રિકોણ થાય છે. અને દરેક ત્રિકોણના અંદરના ખુણા કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? એ. તેથી ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણાનો

\*સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિ તે સીધી લીટી આકૃતિ.

સરવાળો કેટલા ત્રિકોણના ખુણાના સરવાળા બરાબર છે ? બે.  
એટલે કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ?  $2 \times 2 = 4$  કાટખુણા. એજ  
પ્રમાણે બરાબર ઠસાવો કે

પંચકોણ = ૩ ત્રિકોણ, ખુણાનો સરવાળો =  $2 \times 3 = 6$  કાટખુણા.

પદ્મકોણ = ૪ ત્રિકોણ; „ =  $2 \times 4 = 8$  કાટખુણા.

અષ્ટકોણ = ૬ ત્રિકોણ; „ =  $2 \times 6 = 12$  કાટખુણા.

નવકોણ = ૭ ત્રિકોણ; „ =  $2 \times 7 = 14$  કાટખુણા.

**૨ જી રીત.** ઉપર પ્રમાણેની સીધી લીટી આકૃતિ દોરો.  
દરેકના અંદરના ખુણાઓ પ્રોટ્રેક્ટરથી માપો અને સરવાળો કરો.  
ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પરિણામ આવે છે ?

**૩ જી રીત.** કોઈપણ અઘકક યતુષ્કોણ દોરો. તેની બાજુઓ  
અનુક્રમે લંબાવો. અ આગળના બંને ખુણાનો સરવાળો શું ? બે  
કાટખુણા. બ આગળના બંને ખુણાનો સરવાળો શું ? બે કાટખુણા.  
વગેરે. ત્યારે યતુષ્કોણની ચાર બાજુઓ છે, એટલે ચાર શિરોબિંદુઓ  
છે, તેથી યતુષ્કોણના અંદરના અને બહારના ખુણાઓનો સરવાળો  
શું ? આઠ કાટખુણા છે ? ત્યારે આ ખુણાઓનો બાજુની સંખ્યા  
સાથે કાંઈ સંબંધ છે ? જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટ-  
ખુણા. ફક્ત બહારના ખુણાનો સરવાળો શું ? ચાર કાટખુણા. ઉપલા  
સરવાળામાંથી એ બાદ કરો તો યતુષ્કોણના અંદરના ખુણાનો સર-  
વાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? ચાર.

પંચકોણ, પદ્મકોણ, વગેરે આકૃતિ લઈ ઉપલો પ્રયોગ કરો.  
પંચકોણના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? જેટલી  
બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાંથી ચાર કાટખુણા જતાં જે બાદ  
બાકી રહે તેની બરાબર.  $5 \times 2 = 10$ ;  $10 - 4 = 6$  કાટખુણા.  
પદ્મકોણના અંદરના ખુણાઓનો શું સરવાળો ?  $6 \times 2 = 12$ ;  $12 - 4 = 8$  „  
સપ્તકોણના અંદરના ખુણાઓનો શું સરવાળો ?  $7 \times 2 = 14$ ;  $14 - 4 = 10$  „

એક સીધી લીટી આકૃતિની દશ, બાર, પંદર કે વીસ બાજુઓ છે તે તેના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ?

આ પ્રયોગો ઉપરથી કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિના અંદરના બધા ખુણાના સરવાળા વિષે કાંઈ નિયમ તમને લાગે છે ? સીધી લીટી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાંથી ચાર કાટખુણા ઓછા કરી જે બાદબાકી આવે તેટલા કાટખુણા બરાબર બધા અંદરના ખુણા છે.

**૪ થી રીત.** ત્રિકોણ, પંચકોણ આકૃતિના સંબંધી ૮૬ ને ૮૮ મે પાને બતાવ્યા પ્રમાણે પેન્સીલ ફેરવીને જે પ્રયોગ કર્યો છે તે પ્રયોગ ચતુષ્કોણ, પટ્કોણ, વગેરેની બાજુઓ ઉપર પેન્સીલ મુકી કરો. અને તે પેન્સીલ દરેક આકૃતિના પ્રયોગમાં કેટલી કેટલી વખત આખાં ચક્ર કરે છે તે જુઓ. આ ઉપરથી સીધીલીટી આકૃતિના અંદરના ખુણા સંબંધી ઉપલો નિયમ દસાવો.

**૫ મી રીત.** કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિ લો. તેની અંદર કોઈ પણ મ બિંદુ લો. આકૃતિનાં શિરોબિંદુઓને મ સાથે સાંધો. આકૃતિના કેટલા ત્રિકોણ થાય ? જેટલી બાજુ છે તેટલા. ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી એ કાટખુણા બરાબર છે એ નિયમ ઉપરથી આકૃતિના ત્રિકોણના ખુણાનો સરવાળો શું ? જેટલી આકૃતિની બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણા બરાબર. મ આગળના બધા ખુણાનો સરવાળો શું ? ચાર કાટખુણા. તેથી ત્રિકોણના બધા ખુણામાંથી એ ચાર કાટખુણા જતાં રહેતાં જે ખુણા રહ્યા તે કોના ખુણા રહેશે ? આપેલી આકૃતિના અંદરના ખુણા. ત્યારે આકૃતિની બાજુની સંખ્યા “અ” હોય તો તેના બધા અંદરના ખુણાનો સરવાળો  $(2 \times \text{અ} - 4)$  કાટખુણા છે એ નિયમ સિદ્ધ કરો.

## પ્રશ્નો.

૧૯. કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં નીચે પ્રમાણેના ત્રણ ખુણા છે તો ચોથા ખુણો કેવડો છે તે કહો:—



૧૨<sup>૦</sup>, ૧૧૫<sup>૦</sup>, ૭૩; ૯૭<sup>૦</sup>, ૮૧<sup>૦</sup>, ૫૭<sup>૦</sup>; ૬૨<sup>૦</sup>, ૬૦<sup>૦</sup>, ૧૨૭<sup>૦</sup>;  
૧૨૫<sup>૦</sup>, ૮૪<sup>૦</sup>, ૬૩<sup>૦</sup>; ૯૭<sup>૦</sup>, ૫૪<sup>૦</sup>, ૬૨<sup>૦</sup>; ૮૧<sup>૦</sup>, ૮૮<sup>૦</sup>, ૮૮<sup>૦</sup>.

૨૦. એક ચતુષ્કોણમાં બે ખુણા ૧૧૦° અને ૬૬° છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે ખુણા કેવડા છે તે કહો.

૨૧. પ્રશ્ન ૨૦ માં બે ખુણા ૫૩° અને ૫૬<sup>૦</sup>, ૬૩° અને ૭૭°, ૪૬° અને ૧૨૧<sup>૦</sup>, ૮૬<sup>૦</sup> અને ૧૩૩<sup>૦</sup>ના છે તો બાકીના ખુણા કેવડા છે ?

૨૨. એક ચતુષ્કોણમાં પહેલો ખુણો બીજાથી બમણો, બીજો ત્રીજાથી બમણો અને ત્રીજો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૨૩. એક ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણા સરખા છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૨૪. એક ચતુષ્કોણમાં પહેલો ખુણો બીજાથી ત્રીજો ભાગે છે, બીજો ત્રીજાની બરાબર અને પહેલો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૨૫. એક ચતુષ્કોણમાં બે ખુણા કાઠખુણા અને બાકીના બેમાંથી એક બીજાથી બમણો છે તો આ ખુણા કેવડા છે ?

૨૬. એક \*નિયમિત કે સમ ચતુષ્કોણમાં દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૨૭. નિયમિત પંચકોણ, ષટ્કોણ, અષ્ટકોણ, દશકોણ, અને દ્વાદશકોણનો દરેક ખુણો કેવડો છે તે કહો.

૨૮. નિયમિત ચતુષ્કોણ, પંચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ અને દશકોણનો દરેક બહારનો ખુણો કેવડો છે તે કહો.

૨૯. એક ચતુષ્કોણમાં બે પાસેના ખુણા મળી ૨૦૦° ના છે તો બાકીના ખુણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે ?

૩૦. એક ચતુષ્કોણમાં બે પાસેના ખુણા મળી ૧૭૦° ના છે તો તેની પાસેના બહારના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે ?

૩૧. એક પંચકોણમાં ત્રણ ખુણા દરેક ૮૦°ના છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૩૨. એક પંચકોણમાં ચાર ખુણા સરખા છે, અને પાંચમો ખુણો બે દરેકથી અર્ધો છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૩૩. એક પંચકોણમાં ત્રણ ખુણા સરખા છે, અને બાકીના બેમાંથી એ પૈકી એકથી અર્ધો, અને પાંચમો ખુણો ચોથા કરતાં ત્રણગણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો હશે ?

\*જો આકૃતિની બધી બાજુ સરખી અને બધા ખુણા સરખા હોય તે.

૩૪. એક ષટ્કોણમાં ત્રણ ખુણા સરખા છે અને બાકીનો દરેક પહેલા ત્રણ પૈકી એકથી અર્ધો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૩૫. એક (નિયમિત) સમ બહુકોણમાં દરેક ખુણો (૧)  $100^{\circ}$ ; (૨)  $170^{\circ}$ ; (૩)  $180^{\circ}$ ; કે (૪)  $140^{\circ}$  છે તો તેની કેટલી બાજુઓ છે ?

૩૬. ઓછામાં ઓછી બાજુવાળા સમકોણમાં દરેક ખુણો કેવડો ?

૩૭. એક સમકોણમાં બહારનો દરેક ખુણો (૧)  $30^{\circ}$ ; (૨)  $80^{\circ}$ ; (૩)  $140^{\circ}$ ; (૪)  $60^{\circ}$ ; (૫)  $280^{\circ}$ ; અને (૬)  $100^{\circ}$ ; છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુ છે તે કહો.

૩૮. જેમાં  $11^{\circ}$ ,  $13^{\circ}$ ,  $14^{\circ}$ , અને  $33^{\circ}$ નો દરેક બહારનો ખુણો હોય એવો નિયમિત બહુકોણ બની શકે કે નહિ ? કારણ આપો.

### (જ) \*સર્વસમાન અથવા એકરૂપ\*ત્રિકોણો.

નોટ—ત્રિકોણોની \*સર્વસમાનતાના નીચેના પ્રયોગો (દરેક) જુદી જુદી આકૃતિ દોરી નવ દશ વખત કરાવી તેના નિયમો બરાબર હસાવવા.

(૧) કોઈપણ અવક ખુણો લો: તેવડોજ બીજો હફ ખુણો કરો. વચ્ચે મરજી પડે તેવડી કાપો અને હફ, વચ્ચે ના જેવડીજ કાપો. વચ્ચે મરજી પડે તેવડી કાપો અને હફ વચ્ચે ના જેવડીજ કાપો. અવક અને હફ સાંધો. અવક ત્રિકોણને ઉંચકાને હફ ત્રિકોણ ઉપર મુકો, એવી રીતે કે અવ, હફના ઉપર બરાબર પડે. ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે ? આવા ત્રિકોણોની સર્વસમાનતા વિષેનો શું નિયમ આ પ્રયોગ ઉપરથી નીકળે છે ?

“જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓની વચ્ચેના અંતર્ખુણા પણ બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે બરાબર છે.”

(૨) કોઈ પણ અવક ખુણો લો અને તેવડોજ બીજો હફ

\*સર્વસમાન—જે આકૃતિઓમાં બાજુઓ અને ખુણાઓ અનુક્રમે લેતાં બરાબર હોય તે એટલે આકૃતિઓ બધી રીતે બરાબર હોય તે (ક્ષેત્રફળમાં સુધ્ધાં).

ખુણો લો. થક જોઈએ તેવડી લો અને તેવડીજ લીટી ફફ પણ લો. ફ આગળ થકઅ ખુણો જોઈએ તેવડો કરો અને તેવડોજ ફફડ ખુણો ફ આગળ પણ કરો. અથક ત્રિકોણ ઉંચકીને (અથવા પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરીને) ઢફ ત્રિકોણ ઉપર મૂકો, એવી રીતે કે થક, ફફ ઉપર બરાબર આવી રહે. ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે? આવા ત્રિકોણની સર્વ સમાનતા વિષેનો શું નિયમ આ પ્રયોગો પરથી નીકળે છે?

“એક ત્રિકોણની એક બાજુ બીજા ત્રિકોણની એક બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓ ઉપરના (છેડેના) ખુણાઓ પણ બરાબર હોય તો ત્રિકોણો સર્વસમાન છે.”

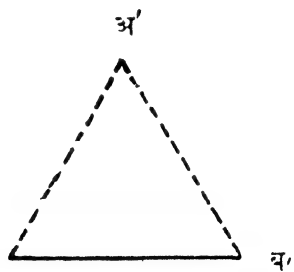
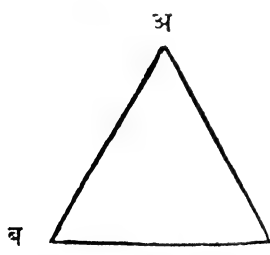
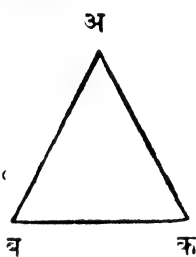
(૩) અથક ખુણો મરજ પડે તેવડો કરો. ઢફ ખુણો ૮ અથક ના જેવડોજ કરો. થક જોઈએ તેવડી કાપો અને ફફ પણ તેવડીજ કાપો. ૮ અથક ની નકલ તેલીઆ કાગળ ઉપર કરો. અને એ કાગળને ઉંચકીને એવી રીતે મુકો કે થક, ફફ ઉપર પડે અને થક ને ફફ ઉપર રાખીને તેલીઆ કાગળના ખુણાને ખસેડતાં ખસેડતાં એ ખુણાની બીજી શાખા લીટી લંબાવતાં ઢ માંથી બરાબર જાય. એ ખુણાનું શિરોબિંદુ ફ આગળ આવે ત્યારે ફફ સાંધો ત્યારે અથક, ઢફ ત્રિકોણોમાં ક્યાંક્યાં અંગો બરાબર છે? બબ્બે ખુણા અને દરેકમાંના સરખા ખુણાની એક જોડની સામેની બાજુ. હવે અથક ત્રિકોણને ઉંચકીને ઢફ ત્રિકોણ ઉપર એવી રીતે મુકો કે અથ, ઢફ ઉપર બરાબર આવી રહે. ત્રિકોણો એક બીજાના ઉપર બરાબર આવી રહે છે? હા. આવા ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે? ત્યારે શું નિયમ નીકળે છે?

“એક ત્રિકોણના બે ખુણા તે બીજા ત્રિકોણના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર હોય અને એક ત્રિકોણમાં એક ખુણાની સામેની બાજુ તે બીજા ત્રિકોણમાં તેના સરખા ખુણાની સામેની બાજુની બરાબર હોય તો એવા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે.”

ઉપલા પ્રયોગોમાં ત્રિકોણની સર્વ સમાનતા બતાવવાને માટે દરેક વખત આપણે ત્રિકોણનાં ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખૂણા પૈકી કેટલાં અંગો લીધાં હતાં? ત્રણ. ક્યાં ક્યાં? (૧) માં બે બાજુ, અને તેનો અંતર્ખૂણો; (૨) માં બે ખૂણા અને તેઓની પાસેની બાજુ; અને (૩) માં બે ખૂણા અને તેમાંના સરખા ખૂણાની એક બેડની સામેની બાજુ.

(જ) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં બાજુ અને ખૂણાનો સંબંધ.

કોઈ પણ ખૂણાની બે શાખા લીટીઓ સરખી કાપી તેના છેડાઓ સાંધી એક ત્રિકોણ બનાવો. સરખી બાજુની સામેના ખૂણાઓ માપો. આ ખૂણાઓ સરખા છે? હા. એ ખૂણા સરખી બાજુની સામેના છે? હા. એ પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત જુદી આકૃતિ કાઢી કરો. આ ઉપરથી કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુની સામેના ખૂણાઓ વિષે શું અનુમાન કરો છો તે કહો.

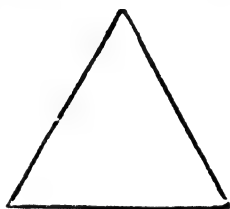


અ વ ક એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરો. (અવ = અક). અવક ત્રિકોણ બરાબર કાપી કાઢી ત્રિકોણને, બાજુ ઉત્તરાવી, કાપેલા ત્રિકોણની ખાલી જગ્યામાં, એવી રીતે જોડવો કે ત્રિકોણ ખાલી ત્રિકોણ પર આવી રહે. વ ખૂણો ક્યાં પડ્યો છે? વ' ઉપર. એ જગ્યાએ પહેલાં કયો ખૂણો હતો?  $\angle$ ક. ત્યારે  $\angle$ વ,  $\angle$ ક બરાબર છે? હા. તેજ પ્રમાણે  $\angle$ ક,  $\angle$ વ સરખા કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ છે?

કોઇ પણ અવક (અવ = અક) સમદ્વિબાહુ ત્રિકોણ કરો. કાગળને સળ વાળી બેવડ વાળો અને અવ ને અક ઉપર પડવા દો. આમ કરવાથી ૪ ખુણો ક્યાં પડે છે? ૮ક ઉપર. એ ખુણાઓ બરાબર મળી જાય છે? હા. સમદ્વિબાહુ ત્રિકોણમાં સરખી બાહુની સામેના ખુણાઓનો શું સંબંધ છે તે આ ઉપરથી કાંઈ માલમ પડે છે? હા. એ ખુણાઓ સરખા છે. આ પ્રયોગો ઉપરથી સામાન્ય નિયમ શું નીકળે છે?

“સમદ્વિ બાહુ ત્રિકોણમાં સરખી બાહુની સામેના ખુણા સરખા છે.”

એક સમબાહુ ત્રિકોણ કરો. ઉપલા પ્રયોગો કરી સમબાહુ ત્રિકોણને વિષે શું નિયમ છે તે કઢાવો. એ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા કાપી લો. અને એકમેકની ઉપર મુકી સરખાવો. શું માલમ પડે છે? એ ખુણા સરખા છે. કોણમાપકથી એ ખુણાઓ માપી જુઓ.



આ ઉપરથી સમબાહુ ત્રિકોણના ખુણા વિષે શું નિયમ નીકળે છે?

“સમબાહુ ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા સરખા છે, અને તે દરેક ખુણો  $60^\circ$  નો કે ૨૬ કાટખુણો છે.”

અ બ એક લીટી દોરો. અ અને બ આગળ સરખા ખુણા કરો. અવક ત્રિકોણ પૂરો કરો. અ બ ને એની ઉપરજ બેવડ વાળી ૮અ, ૮બ ઉપર આવી રહે તેમ ત્રિકોણ બેવડ વાળો. અ ક, બ ક ઉપર પડે છે? બરાબર મળી જાય છે? હા. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

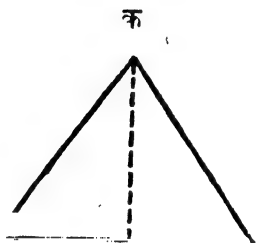
એક અ બ લીટી લો. અ આગળ; બઅક ખુણો કરો અને તેવડોજ અવક ખુણો ૪ આગળ પણ કરો. ત્રિકોણની અક, બક બાહુ માપી જોઇ શું પરિણામ આવે છે તે કહો. એ બાહુઓ સરખી છે. ત્યારે ત્રિકોણના બે ખુણા સરખા આપ્યા હોય તો તેની સામેની બાહુઓનો શું સંબંધ છે? એ વિષે શું નિયમ નીકળે છે?

“ત્રિકોણમાં સરખા બાહુની સામેની બાહુઓ સરખી છે.”

અ બ કોઈ પણ લીટી લો.  $\angle$ અબક  $2$  કાટખુણો કરો.  $\angle$ બઅક  $2$  કાટખુણો કરો. ક ખુણો માપી જુઓ. કેવડો છે ?  $2$  કાટખુણો. અબક ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા સરખા છે ? હા. અ બ, બ ક, ક અ માપી જુઓ. ત્રણે બાજુ સરખી છે ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

અ બ ૪.૫ સે. મી. લો.  $\angle$ અબક  $60^\circ$  નો કરો અને  $\angle$ બઅક પણ  $60^\circ$  નો કરો.  $\angle$ ક કેટલા અંશનો છે ?  $60^\circ$  નો. અ બ, બ ક, ક અ માપો. સરખી છે ? હા. આ ઉપર ત્રિકોણમાં બે ખુણા  $60^\circ$  ના હોય તો શું નિયમ નીકળે છે ? તેનો ત્રીજો ખુણો પણ  $60^\circ$  નો છે અને ત્રણે બાજુ સરખી છે ? ત્રણ ખુણા સરખા હોય તો ત્રિકોણ કેવો હોવો જોઈએ ? સમબાજુ.

અબક એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. તેને એવી રીતે બેવડ વાળો કે અ, બ ઉપર આવે અને ક સ્થિર રહે. ત્રિકોણના બંને ભાગો કેવા છે ? સરખા. અ, બ ખુણા કેવડા છે ?  $60^\circ$  ના. સળથી  $\angle$ ક ના કેવડા ભાગ થાય છે ?  $30^\circ$  ના.



અબક ત્રિકોણમાં ઢ ની સામેની બાજુ માપો અને ક ની (  $30^\circ$  ની ) સામેની બાજુ માપો. આ બાજુઓને સરખાવો. શું માલમ પડે છે ?

અ ઢ = ૧.૪",  $\angle$ અ =  $60^\circ$ ,  $\angle$ ઢ =  $60^\circ$  લખ ઉપરનો ત્રિકોણ કરો.

અ ઢ = ૪.૭ સે. મી.,  $\angle$ અ =  $60^\circ$ ,  $\angle$ ઢ =  $60^\circ$  લખ ,,

અ ઢ = ૨.૩",  $\angle$ અ =  $60^\circ$ ,  $\angle$ ઢ =  $60^\circ$  લખ ,,

દરેકમાં અ ક માપી અ ઢ સાથે સરખાવો. કાટખુણ ત્રિકોણમાં એક ખુણો  $30^\circ$  નો હોય તો તેની સામેની બાજુ અને કાટખુણાની સામેની બાજુ વચ્ચે શું સંબંધ છે ?

“કાટખુણ ત્રિકોણમાં  $30^\circ$  ની સામેની બાજુ \*કર્ણથી અર્ધી છે.”

\* કાટખુણ ત્રિકોણમાં કાટખુણાની સામેની બાજુ કર્ણ કહેવાય છે.

અતુષ્કોણ વગેરેમાં સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી કર્ણ કહેવાય છે.

## (ટ) બીજા સર્વ સમાન ત્રિકોણો.

(૪) અવ ૧.૪" લો. વક્ર ૨.૧" અને અક્ર ૨.૫" લઈ અવક ત્રિકોણ કરો. એજ લંબાઈએ લઈ એક બીજો ત્રિકોણ અ'વ'ક' કરો. સરખી બાજુઓ એક બીજી ઉપર પડે તેમ અવક ત્રિકોણને ઉચકીને અ'વ'ક' ઉપર મુકો. બન્ને અરસપરસ મળી જાય છે કે કાંઈ ફેર પડે છે ? બરાબર મળી જાય છે. આજ પ્રયોગ ચાર પાંચ જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? ત્રણે બાજુ સરખી આપેલી હોય એવા ત્રિકોણો વિષે કાંઈ નિયમ એ ઉપરથી નીકળે છે ?

‘એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની ત્રણ બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.’

(૫) ૮વઅક અને ૮હફ કાટખુણા લો. અવ ૧.૪" લો. અને હફ પણ તેવડીજ લો. વ મધ્યબિંદુ લઈ અક્રને ક્રમાં છેદે તેમ એક ત્રિજ્યા લઈ કૈંસ દોરો. હ મધ્યબિંદુ લઈ વક્રના જેવડીજ ત્રિજ્યા લઈ કૈંસ દોરી હફને ક્રમાં છેદો. અવક, હફ ત્રિકોણ પુરા કરો. અવક ત્રિકોણને ઉચકીને એવી રીતે હફ ત્રિકોણ ઉપર મુકો કે કાટખુણો કાટખુણા ઉપર અને વ, હ ઉપર આવી રહે. ક, ફ ઉપર બરાબર આવી રહે છે ? ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે ?

અવ, હફ ૨.૩"ની લઈ ઉપર પ્રમાણે અવક, હફ બે કાટખુણ ત્રિકોણ કરો. બન્ને ત્રિકોણોમાં શું શું સરખાં આપેલાં છે ? કર્ણ, એક બાજુ અને કાટખુણા. ૮વ, ૮હ માપો અને સરખાવો; ૮ક, ૮ફ માપો અને સરખાવો. અક્ર, હફ માપો અને સરખાવો. આ પ્રમાણે અવ, હફ ની જુદી જુદી લંબાઈ લઈ ઘણી વખત પ્રયોગ કરો. અક્ર, હફ ની સરખી જુદી જુદી લંબાઈ લઈ એ પ્રયોગ ઘણી વખત કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે તે કહો.

“ બે કાટખુણ ત્રિકોણોમાં એકની એક બાજુ બીજાની

એક બાજુની બરાબર હોય અને કોર્ણ પણ સરખી હોય તો કાટખુણુ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.”

(ઠ). ત્રિકોણમાં અસમાન બાજુ અને ખુણાનો તેની સામેના ખુણા અને બાજુની જોડે સંબંધ.

અવક કોઈપણ ત્રિકોણ, જેમાં અવ, અક કરતાં મોટી હોય તેવો લો.  $\angle$ વ,  $\angle$ ક માપો અને સરખાવો. કયો ખુણો મોટો છે ?  $\angle$ ક. અવ, અકમાં કયી મોટી છે ? અવ. ત્યારે મોટી કે નાની બાજુની સામેનો ખુણો મોટો છે ? મોટી બાજુની સામેનો ખુણો મોટો છે.



અવક કોઈ પણ વિષમબાજુ ત્રિકોણ લો.  $\angle$ વ,  $\angle$ ક ની પાતળા કાગળ પર નકલ કરો, અથવા તેને કાપી કાઢો.  $\angle$ ક ના ઉપર  $\angle$ વ મુકી બંનેને સરખાવો. કયો મોટો છે ?  $\angle$ ક. અવ, અક માપી સરખાવો. કયી બાજુ મોટી છે ? અવ. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? આ પ્રયોગ દશ વિષમ બાજુ ત્રિકોણ લઈ કરો. ત્રિકોણમાં મોટી બાજુની સામેનો ખુણો અને નાની બાજુની સામેનો ખુણો એ બેના વચ્ચે શું સંબંધ છે ? તેનો કાંઈ નિયમ નીકળે છે ?

“કોઈ પણ ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી બાજુ કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખુણો નાની બાજુની સામેના ખુણા કરતાં મોટો છે.”

અવ એક લીટી લો. અ આમળ એક વ અ ક ખુણો કરો. અને વ આમળ  $\angle$ અ વ ક,  $\angle$ વ અ ક કરતાં નાનો કરો. અ વ ક ત્રિકોણ પુરો કરો. વક, અક માપો અને સરખાવો. કયી મોટી છે ? વક મોટી છે.  $\angle$ અ અને  $\angle$ વ માં કયો મોટો છે ?  $\angle$ અ. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

અવ એક લીટી દોરો, વઅક એક ખુણો કરો અને એના કરતાં



મોટા ૮અથવા કરો. ત્રિકોણ પુરો કરી અક, વક માપી સરખાવો. કયી મોટી છે ? અક. એ બાજુ મોટા ખુણાની સામેની કે નાના ખુણાની સામેની છે ? મોટા ખુણાની સામેની. ઉપલા બંને પ્રયોગો પાંચ પાંચ વખત કરો. એ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે ?

“કોઈ પણ ત્રિકોણમાં એક ખુણો બીજા કરતાં મોટો હોય તો તે મોટા ખુણાની સામેની બાજુ નાના ખુણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.”

### પ્રશ્નો.

૩૯. કાટખૂણુ ત્રિકોણમાં કયી બાજુ મોટામાં મોટી હોય છે તે કહો.

૪૦. પહોળખૂણુ ત્રિકોણમાં કયી બાજુ મોટામાં મોટી હોય છે તે કહો.

૪૧. નીચેના કોષ્ટકમાં ખાલી જાસનો પુરો:—

ત્રિકોણ	સાંકળ ખુણુ છે ?	કાટખુણુ છે ?	પહોળખુણુ છે ?
સમબાજુ ત્રિકોણ			
સમદ્વિબાજુ ત્રિ.			
ત્રિપમબાજુ ત્રિ.			

નોટ. એકસરસાઇઝ બુકમાં આવો કોરો કાઢી જવાબ લખવા. જવાબ નક્કીજ હોય તો “હા” કે “ના” લખવું. બની શકતું હોય તો “બની શકે” કે “હોઈ શકે” લખવું.

(ડ) ત્રિકોણની બે બાજુના સરવાળા અને બાહ્યબાજીનો ત્રીજા બાજુ જેડે સંબંધ.

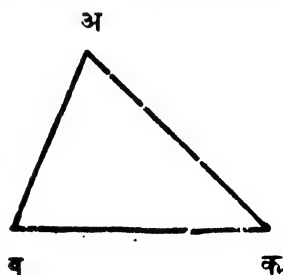
અથ કોઈ પણ લીટી લો. અથ ને મ માં દુભાજો. અ મધ્યબિંદુ અને અહ ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. બ મધ્યબિંદુ અને બહ ત્રિજ્યા લઈ એક બીજો વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે ? નહિ. અથ પાયા ઉપર એ વર્તુળો દોરી ત્રિકોણ ચર્ચ શકે છે ? નહિ. અહ, અમ થી મોટી કે નાની છે ? નાની. બહ,

બમ થી નાની કે મોટી છે ? નાની. આ વર્તુળોથી ત્રિકોણ થતો નથી ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે શું થવું જોઈએ ? વર્તુળોએ અરસ-પરસ છેદવું જોઈએ. વર્તુળો ક્યારે એક બીજાને છેદે ? અડ, અડથી મોટી જોઈએ, અથવા વડ, વડ થી મોટી જોઈએ. ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે અડ + અડ ત્રિજ્યાઓનો અથવા સાથે શું સંબંધ છે ?

અથવા કોઈ પણ લીટી લો. અથવા ને બ તરફ ડ સુધી લંબાવો. બ મધ્યબિંદુ લઈ અને  
 બક ત્રિજ્યા લઈ એક 
અ
બ
ક
ડ
  
 વર્તુળ દોરો. અ મધ્યબિંદુ અને અડ ત્રિજ્યા લઈ એક બીજા વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે કે નહિ ? કારણ શું ? એક વર્તુળ બીજાની તદ્દન અંદર રહી જાય છે. જો એક વર્તુળ બીજાને છેદે એવો દોરવો હોય તો કેવડી ત્રિજ્યા લેવી જોઈએ ? અથવા-બક થી મોટી ને અક થી નાની. આ ઉપરથી જો બાબુના સરવાળા કરતાં ત્રીજી બાબુ મોટી હોય તો ત્રિકોણ બની શકે કે નહિ તે વિષે શું કહો છો ? નહિ બની શકે.

અથવા ૨.૭", બક ૧.૩", કઅ ૧.૨" બાબુઓ લઈ ત્રિકોણ કાઢો. ત્રિકોણ શક્ય છે ? અથવા ૩.૫ સે. મી ; બક ૧.૩ સે. મી.; કઅ ૨.૨ સે. મી. નો ત્રિકોણ શક્ય છે કે નહિ ? આકૃતિઓ કાઢો. ત્રિકોણ બને છે કે નહિ ? કારણ શું ? ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવો હોય તો કઅ ઓછામાં ઓછી કેવડી લેવી જોઈએ ?

બ અને ક વચ્ચેનું અંતર કેટલું છે ? બ થી ક સુધી સીધું અંતર ન લેતાં બ થી ઉપર કે નીચે જઈ  
 બઅક એક વાંકી લીટી દોરો. બઅક, બક કરતાં ઓછી કે વધારે છે ? વધારે. કારણ કે બઅક વાંકું અંતર છે. એજ પ્રમાણે અથવા અંતર માપો. અને અકથ વાંકું અંતર માપો. કયું મોટું છે ? અકથ. કારણ કે અકથ વાંકું અંતર છે. અને અક,



અવક માપો. ક્યું અંતર મોટું છે ? અવક. કારણ કે અવક અંતર વાંકું છે ? આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? ત્રિકોણની બે બાજુનો સરવાળો અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શું સંબંધ હોવો જોઈએ ?

“કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં મોટો હોય છે.”

અવ ૪.૬" લો. વક ૨.૫" લો. કાઝ કેટલા ઈંચ કરતાં લાંબી હોય કે ત્રિકોણ થઈ શકે ? (૪.૬" - ૨.૫" =) ૨.૧" કરતાં લાંબી જોઈએ. આ પ્રયોગ જુદી જુદી લંબાઈઓ લઈ કરો. આ ઉપરથી ત્રિકોણની બે બાજુની બાદબાકી અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શું સંબંધ હોવો જોઈએ ?

“કોઈ પણ ત્રિકોણમાં કોઈ પણ બાજુ બીજી બે બાજુની બાદબાકીના કરતાં મોટી હોય છે.”

### (ઢ) અસમાન ત્રિકોણો.\*

કોઈ પણ બે નાના મોટા ખુણા લો. જાડા દોપીસ્તાની બે સરખી પટીઓ કાપી કાઢો; અને બીજી બે સરખી પટીઓ કાપો. બંને જોડમાંથી એકેક પટી લઈ એકેક છોડા ઉપર ટાંકણી મારી તે બેની વચ્ચે મોટો ખુણો રાખો. (પટીઓ જોઈએ તેના કરતાં સહેજ મોટી રાખવી કે ટાંકણી મારી શકાય). બીજી બે પટીઓમાં પણ ટાંકણી મારી તે બેની વચ્ચે નાનો ખુણો રાખી પહેલી બે પટીના ખુણા છોડાનું અંતર માપો. કયો પાંચો ઠાનાથી મોટો છે ? કયા જોડની પટીની વચ્ચેનો ખુણો મોટો છે ? બંને ત્રિકોણમાં કેટલી કેટલી બાજુઓ સરખી છે ?

∠અવક મોટો અને ∠હફ નાનો લો. વઝ, વક કોઈ પણ અંતર કાપો. વઝ ના જેવડી હફ કાપો; વક ના જેવડી હફ કાપો.

\* જે ત્રિકોણોનાં બાજુ અને ખૂણાઓ અનુક્રમે લેતાં બરાબર ન હોય એવા ત્રિકોણ; એટલે કે જે ત્રિકોણો સર્વસમાન કે એકરૂપ નથી હોતા તે.

અક, હફ સાંધો. બન્નેને માપો. કયી બાબુ મોટી છે ? અક. અક મોટી છે તેની સામેના ખુણા, હક નાની છે તેની સામેના ખુણા કરતાં મોટો છે કે નાનો ? મોટો. આ ઉપરની શું અનુમાન કરો છો ?

હક અક નાનો અને હક અક મોટો લો. અક અને હક સમાન કાપો. અક અને હક સમાન કાપો. અક, હક અંતર માપો. કયું અંતર મોટું છે ? હક. આ પ્રયોગો ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે ?

“એક ત્રિકોણની બે બાબુ બીજા ત્રિકોણની બે બાબુની અનુક્રમે બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણની સરખી બાબુની વચ્ચેના અંતરખૂણા બીજા ત્રિકોણની સરખી બાબુની વચ્ચેના અંતરખૂણા કરતાં મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણનો પાયો બીજા ત્રિકોણના પાયો કરતાં મોટો છે.”

અવ, હક બે નાની મોટી લીટી લો. અ મધ્ય બિંદુ અને અક ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. હ મધ્ય બિંદુ લઈ અને અક ના જોડીજ ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. અ અને હ મધ્ય બિંદુઓ અને એકજ સરખી ત્રિજ્યા લઈ બે વર્તુળો અવક, હક ત્રિકોણ બને તેમ દોરો. અવ, હક માપો. કયી મોટી છે ? અવ. હક, હક માપો ? કયો ખુણો મોટો છે ? હક. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? આ પ્રયોગ પાંચ જુદી જુદી લંબાઈઓ લઈ કરો. શું નિયમ નીકળે છે ?

કોઈ પણ બે કાગળની પટીઓ લો. અને તેના જોડીજ લાંબી બીજી બે પટીઓ લો. બન્ને જોડમાંથી એકેક પટી લઈ બે છેડા વચ્ચે એક ત્રીજી પટી મુકો. અને બાકીના છેડાઓને પાસે પાસે લાવો. એજ પ્રમાણે બાકીની બે પટી લઈ તેના છેડા વચ્ચે એક (પહેલાના કરતાં નાની કે મોટી) ત્રીજી પટી મુકો અને બાકીના છેડાઓને જોડી દો. આ બે ત્રિકોણમાં કયી કયી બાબુઓ બરાબર છે ? બન્નેના પાયો માપો ( ત્રીજી પટીઓ ). કયો મોટો છે ? એ પાયાની સામેના ત્રિકોણના ખુણા માપો. કયો ખુણો નાનો છે ? કયો મોટો છે ? આ ઉપરથી જે નિયમ નીકળે છે તે કહો.

“કોઈ પણ ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણનો પાંચો બીજા ત્રિકોણના પાંચા કરતાં મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણનો શિરોબિંદુ ખુલ્લો બીજા ત્રિકોણના શિરોબિંદુ ખુલ્લો કરતાં મોટો છે.”

### (જ) ત્રિકોણનાં બીજાં લક્ષણ.

કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ લો. સળ વાળી તેના પાંચા ઉપર શિરોબિંદુમાંથી લંબ દોરો. પાંચાને જે બે ભાગ લંબથી થાય છે તેને સરખાવો. આ પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત કરો. શું નિયમ નીકળે છે?

“સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાંચા ઉપર લંબ દોરીએ તો તે લંબ પાંચાના બે સરખા ભાગ કરે છે.”

અવક એક સમદ્વિબાજુ (અક = વક) ત્રિકોણ દોરો. અવ પાંચાને સળ વાળી મ માં દુભાગો. મક ને સાંધો.  $\triangle$ અમક,  $\triangle$ વમક માપો.  $\triangle$ અકમ,  $\triangle$ વકમ માપો. આ પ્રયોગ જુદા જુદા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ લઈ કરો. શું નિયમ નીકળે છે ?

“સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાંચા ઉપરના મધ્ય બિંદુ સુધી દોરેલી લીટી\* પાંચાને લંબ છે અને શિરોબિંદુ આગળના ખુલ્લાના બે સરખા ભાગ કરે છે.”

સમબાજુ ત્રિકોણ લઈ ઉપલા બંને પ્રયોગો કરો. એ નિયમો સમબાજુ ત્રિકોણને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ ? પડે છે.

અવક ત્રિકોણ લો. તેની બાજુનાં મધ્યબિંદુ શોધી કાઢો. આ મધ્યબિંદુ અને સામેનાં શિરોબિંદુ સાંધો. આ લીટીઓ (મધ્યગાઓ)\* ક્યાં મળે છે તે જુઓ. આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. મધ્યગાઓના છેદન બિંદુ વિષે આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

\* ત્રિકોણની બાજુના મધ્યબિંદુને સામેના શિરોબિંદુ જોડે સાંધવાથી થતી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે.

ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે, એટલે બધી મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે.

આ મધ્યગાઓ અરસપરસ જે બિંદુમાં મળે છે તે બિંદુ આગળથી દરેક મધ્યગાના થતા બે ભાગો માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? ત્રિકોણની દરેક મધ્યગા સામાન્ય છેદન બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે; અને દરેક મધ્યગાનો શિરોબિંદુ તરફનો ભાગ તેના પાયા તરફના ભાગથી બમણો છે.

કોઈ પણ ત્રિકોણ લો. તેના પાયા આગળના બે ખુણા દુભાગો. આ દુભાગનારી લીટી જે બિંદુમાં મળે તે બિંદુને ત્રિકોણના ત્રીજા શિરોબિંદુ જોડે સાંધો; અને એ લીટીથી શિરોબિંદુ આગળના ખુણાના થતા બે ભાગો માપો. ત્રિકોણના ગમે તે બે ખુણા દુભાગી ઉપલો પ્રયોગ કરો. ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા સળથી દુભાગો. આ પ્રયોગે ઉપરથી ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાને દુભાગનારી લીટી ક્યાં મળે છે તે વિષે શું અનુમાન કરો છો ? એ લીટીઓ એક બિંદુગામી છે.

કોઈ પણ ત્રિકોણ લો. તેની ત્રણે બાજુનાં મધ્યબિંદુ શોધો. આ મધ્યબિંદુમાંથી ત્રિકોણની (તેજ મધ્યબિંદુ વાળી) બાજુ ઉપર સળ વાળી લંબ દોરો. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. શું અનુમાન કરો છો ?

“ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુઓને દોરેલા લંબ એક બિંદુગામી છે.”

કોઈ પણ ત્રિકોણ લો. તેની બે બાજુ દુભાગો. આ બાજુનાં મધ્યબિંદુ સાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી અને દુભાગેલી બાજુની વચ્ચેના ખુણાઓ માપો અને ત્રિકોણના પાયા આગળના ખુણા માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે ? ત્રિકોણનો પાયો માપો. અને બીજી બાજુના મધ્યબિંદુ સાંધનારી લીટી માપો. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર છે અને તેનાથી અર્ધી છે.

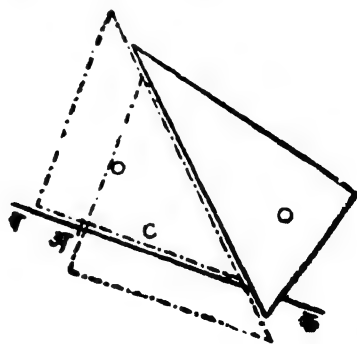
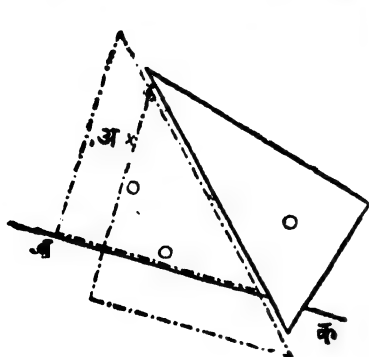
કોઈ પણ ત્રિકોણ લો. તેની ત્રણે બાજુ દુભાગો અને તેનાં મધ્યબિંદુઓ અરસપરસ સાંધો. આ લીટીથી થતા ચારે ત્રિકોણો કાપી લઈ સરખાવો. અથવા વચ્ચેના ત્રિકોણ ઉપર બહારના ત્રણે ત્રિકોણ વારા ફરતી મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટીની ઉપરથી ખેંચવાળો. પ્રયોગ વારંવાર કરી જે અનુમાન નીકળે તે કહો. ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટીઓ ત્રિકોણમાં ચાર સર્વસમાન ત્રિકોણ કરે છે.

કોઈ પણ અઘક ત્રિકોણ લો. અઘ બાજુના છેડા એક બીજા ઉપર બરાબર આવે તેમ સળવાળો. આ સળ અઘ ને કાટખુણે દુભાગે છે? ચુક ને પણ એજ પ્રમાણે કાટખુણે દુભાગે. આ બન્ને સળ મ માં મળે તો મ ને કઝ ના મધ્યબિંદુ જોડે સાંધો. આ લીટી અઘ ને લંબ છે? હા. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. શું અનુમાન નીકળે છે તે કહો.

“ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુઓને છેરેલી લંબો જે બિંદુમાં મળે તે બિંદુથી ત્રીજી બાજુના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી ત્રીજી બાજુને પણ લંબ છે.”

§ ૧૦. લંબ.

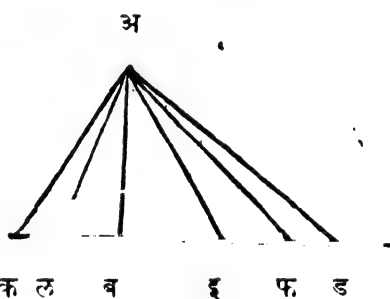
(ક). અ બિંદુમાંથી બ ક ઉપર લંબ દોરવા વિધે.



બક કોઈ પણ લીટી દોરો. તેની બહાર અથવા અંદર અખિંદુ લો. બક ની સાથે સેટસ્કવેરની કાટખુણે પડતી કોર બરાબર મુકો અને તેના કર્ણની સાથે બીજો સેટસ્કવેર (અથવા ક્રુટપટ્ટી) મુકો. આ સેટસ્કવેર સજ્જડ રાખી પહેલા મુકેલા સેટસ્કવેરને નીચે અથવા ઉપર કોરની સાથે બરાબર રાખી ખસેડો. અને જ્યારે અખિંદુ સેટસ્કવેરની કાટખુણે પડતી ઉભી કોરની નીચે બરાબર આવે ત્યારે અ માંથી એ કોરની સાથે પેન્સીલથી બક ઉપર કાટખુણે પડતી લીટી દોરો.

(ચ) સોધી લીટી ઉપર પડતા લંબનું મહત્વ.

અ કોઈ પણ ખિંદુ અને કઢ કોઈ પણ લીટી લો. અ માંથી કઢ ઉપર અબ લંબ દોરો. અલ, અઈ, અફ કોઈ પણ લીટીઓ દોરો. અબ માપો. અલ, અઈ, અફ માપો. કયી નાનામાં નાની છે ? અબ. અ માંથી કઢ ઉપર અબ ના કરતાં ક લ બ ઈ ફ ડ કોઈ નાની લીટી દોરાય ખરી ? નહિ.



ત્યારે કોઈપણ ખિંદુમાંથી એક આપેલી લીટી સુધી લીટીઓ દોરીએ તો તેમાંથી નાનામાં નાની કયી છે એ વિષે શું નિયમ છે ?

“આપેલા ખિંદુમાંથી આપેલી લીટી સુધી દોરેલી બધી લીટીઓમાં જે તેના પર લંબ છે તે નાનામાં નાની છે.”

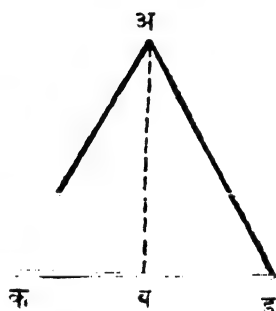
લબઅઈ, લબઅફ માપો. કયો મોટો છે ? અઈ, અફ માપો. કયી મોટી છે ? લબઅફ, લબઅઈ માપો. કયો મોટો છે ? અફ, અઈ માપો. કયી મોટી છે ? લબઅલ, લબઅક માપો. કયો મોટો છે ? અલ, અક માપો. કયી મોટી છે ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? અ માંથી કઢ સુધી જે જે લીટીઓ દોરીએ તે લીટીઓ અને અબ લંબની વચ્ચેના ખુણા અને તે લીટીઓનો શો સંબંધ છે ?



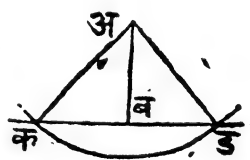
“લંબની સાથે એ (આડી, કર્ણ) લીટી જેમ જેમ મોટો ખુણો કરે છે તેમ તેમ એ લીટી મોટી થતી જાય છે.”\*

∠અલબ, ∠અકબ માપો અને અલ, અક માપો. તેમજ ∠અફ, ∠અફબ અને અફ, અફ માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન નીકળે છે? અ માંથી જે લીટીઓ કહ સુધી દારીએ તે જેમ જેમ મોટી થતી જાય તેમ તેમ તે લીટી અને કહ ની વચ્ચેના ખુણો નાનો થતો જાય છે.\*

અ બિંદુ અને કહ લીટી લો. અ માંથી કહ ઉમર લંબ દોરો. કઅબ કોઈ પણ ખુણો કરો અને તેવડોજ વઅહ ખુણો કરો. અક, અહ માપો. આ પ્રયોગ જુદા જુદા ∠કઅબ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? લંબની બંને બાજુએ જે લીટીઓ સરખા ખુણા કરે તે સરખી છે.



અ બિંદુ અને કહ લીટી લો. અ માંથી કહ ઉપર લંબ દોરો. અ મધ્ય બિંદુ અને અહ ત્રિજ્યા લઈ કહ ને ઢ, ક માં છેદે તેમ એક ઢોંસ દોરો. ઢક સાંધો. ∠કઅવ, ∠હઅવ માપો. શું અનુમાન કરો છો? અહ ત્રિજ્યા જુદી જુદી લઈ એજ પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે?



લીટીઓ દારી હોય તે લંબ સાથે સરખા ખુણા કરે છે.

\* આ પ્રયોગો પરથી કોઈ એવું સિદ્ધ થતું નથી કે ખુણો બમણો, દોઢો કે ત્રણ ગણો થાય તો લીટી પણ અનુક્રમે બમણી, દોઢી કે ત્રણગણી થાય છે; અને ઉલટું.

અવ કોઈ પણ લીટી લો. ક જિંદુ અવ ની બહાર લો. અવ થી ક નું અંતર કેટલું છે ? ક માંથી અવ સુધી ઘણી લીટીઓ દોરો. આ લીટીઓ સરખી લંબાઈની છે ? નહિ. એ બધીમાં સૌથી નાની કયી છે ? અવ ઉપર ક માંથી જે લંબ છે તે. ત્યારે એક લીટીથી કોઈ જિંદુનું અંતર કાઢવું હોય તો તે આપેલી લીટી સુધી તે જિંદુમાંથી જે લંબ દોરીએ તે લંબ તે જિંદુનું અંતર લેવાય છે. તેથી અવ થી ક નું સૌથી નાનું અંતર, એટલે અવ ઉપર ક માંથી દોરેલી લંબ લઘ્યે છીએ. આ લંબના કરતાં બીજું કોઈ અંતર નાનું છે ? આ ઉપરથી કોઈ આપેલા જિંદુમાંથી કોઈ આપેલી લીટી સુધીનું અંતર કાઢવાને માટે તે જિંદુમાંથી તે લીટી ઉપર આપણે જે લંબ દોરીએ તે તેનું અંતર કહેવાય છે.

### (ગ) નિધાન.\*

કોઈ પણ અવ લીટી દોરો. અવ ને સળથી ક માં દુભાગો અને ક માંથી અવ ઉપર લંબ દોરો. આ લંબમાં કોઈ પણ ૬ જિંદુ લો. ૬અ, ૬બ સાંધો. તેને માપો. બન્ને અંતર સરખાં છે ? હા. કહ માં ચાર પાંચ જિંદુ લઈ તેઓને અ, બ ગેઠે સાંધો અને બન્ને અંતરો માપો. કહ ઉપરનાં કોઈ પણ જિંદુનાં અ, બ સુધીનાં બન્ને અંતરો સરખાં છે ? હા. આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

કોઈ પણ લીટીના દુભાગનાર લંબ ઉપરનું કોઈ પણ જિંદુ આપેલી લીટીના છેડાથી સમાન અંતરે છે.\*

કોઈ પણ ૮અક ખુલો લો. ૮અ ને સળ પાડી દુભાગો. આ સળ ઉપર કોઈ પણ જિંદુ લઈ તેમાંથી ૪અ, ૪બ શાખા લીટી ઉપર લંબ દોરો. એ લંબ માપો. બન્ને સરખા છે ? હા. દુભાગનાર લીટી ઉપર પાંચ દશ જિંદુ લઈ એજ પ્રયોગ કરો. શું અનુમાન કરો છો ?

\* અમુક આપેલી શરત પૂર્ણ કરે એવાં જિંદુઓનો જે માર્ગ તે નિધાન કે કક્ષા કહેવાય છે.

“કોઈ પણ ખુણાની દુબાગનાર લીટી ઉપરનું કોઈ પણ ખિંડુ આપેલા ખુણાની શાખા લીટીથી સરખે (કાટખુણ) અંતરે છે.”\*

કોઈ પણ ત્રિકોણ દોરો. તેના શિરોખિંડુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર લંબ દોરો. આ લંબ એકજ ખિંડુમાં મળે છે? આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન ઉપર આવે છે?

• “ત્રિકોણનાં શિરોખિંડુઓમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબો એક ખિંડુગામી છે.”

કોઈ પણ ત્રિકોણ દોરો. તેની બાજુનાં મધ્યખિંડુમાંથી તેજ બાજુ પર લંબ દોરો. આ લંબો એકજ ખિંડુમાં મળે છે? આ પ્રયોગ પાંચ જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન ઉપર આવે છે?

“ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યખિંડુમાંથી તેજ બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબો એક ખિંડુગામી છે.”

## § ૧૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ.

(ક) સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના ગુણો.

કોઈ પણ બે સમાન્તર લીટી દોરો. તેને છેદે એમ એક આડી લીટી દોરો. આ લીટીને સમાન્તર એક બીજી આડી લીટી દોરો. આ આકૃતિમાં કયી કયી બાજુઓ સમાન્તર છે? સામસામેની. આવી આકૃતિ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કહેવાય છે.

નિશાળના ઓરડામાં કયી કયી ચીજોમાં સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ માલમ પડે છે? પટ્ટીકા, ટેબલ, સ્લેટ, ચોપડી,...કોઈ પણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ આશરે કાઢો; તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ તે તપાસી જુઓ. હાથથીજ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરાય ત્યાં સુધી એવીજ આકૃતિ સ્લેટ ઉપર પાડ્યા કરો.

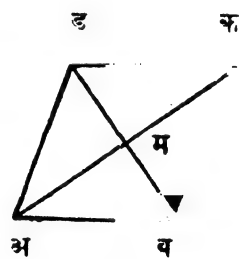
\* અમુક આપેલી શરત સંપૂર્ણ કરે એવાં ખિંડુઓના ને માર્ગ તેજ નિધાન કે કક્ષા કહે છે. એમાં દુબાગનાર લીટી આપેલાં ખિંડુનું નિધાન છે.

વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુ સમાન્તર હોય તેને સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે.

કોઈ પણ જુદા જુદા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરો. તેની સામસામેની બાજુ અને ખુણાઓ માપો અને સરખાવો. તેના કર્ણ દોરો. આ કર્ણ અને બાજુઓની વચ્ચેના ખુણા માપી સરખાવો. આ પ્રયોગ જુદી જુદી આકૃતિઓ કાઢી કરો. આ ઉપરથી સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ વિષેનો કયો નિયમ માલમ પડે છે ? “સામસામેની બાજુ અને ખુણા બરાબર છે.” “કર્ણથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણા બરાબર છે.” કર્ણથી થતા બંને ત્રિકોણો અસપરસ લઈ સરખાવો. એક ત્રિકોણ કોણી કાઢી બીજા ઉપર બરાબર જેસે એમ મુકો. જુદી જુદી આકૃતિઓ લઈ આ પ્રયોગ કરો. શું અનુમાન કરો છો ? “બંને ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે.”

નોટ—સંજ્ઞા-સમાન્તર સીધી લીટીઓને માટે || (ફળી બે લીટી)નું ચિહ્ન વપરાય છે; અને સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણને માટે || કોણ અથવા સં. ચં. વપરાય છે.

અબકઢ એક સં. ચં. લો. અક સાંધો, અઢ, કઘ કેવી લીટી છે ? ત્યારે ∠અક, ∠અકઘ બરાબર છે ? કારણ ? અઢ, ઢક કેવી લીટી છે ? ત્યારે ∠બઅક, ∠અકઢ બરાબર છે ? કારણ ? અક નું મધ્યબિંદુ મ લો. અબકઢ સં. ચં. ની નકલ કાગળ પર લો. આ નકલને અર્ધા વર્તુળમાંથી, એટલે બે



કાટખુણામાંથી ફેરવો. અક નું મ શું છે ? મધ્યબિંદુ. ત્યારે અ, ક ઉપર પડે છે ? ∠અક = ∠અકઘ છે ત્યારે અઢ, કઘ ઉપર પડે છે ? અને ∠બઅક = ∠અકઢ, ત્યારે અઢ, કઢ ઉપર પડે છે ? મઅ ક્યાં પડે છે ? મક ઉપર. ઢ ક્યાં પડે છે ? વ ઉપર. વ ક્યાં પડે છે ? ઢ ઉપર. ક ક્યાં પડે છે ? અ ઉપર.

બક કોની બરાબર થાય છે ? હા ની. અથ કોની બરાબર થાય છે ? કહ ની. ૮૪ ક્યાં પડે છે ? ૮૬ ઉપર. અને ૮૪૩૬ ક્યાં પડે છે ? ૮૬૪૪ ની ઉપર. ત્યારે આખો નકલ કરેલો સં ૪૦ મૂળ સં ૪૦ ઉપર બરાબર પડે છે ? હા. અને ૬, ૪ ઉપર પડે છે અને ૪, ૬ ઉપર પડે છે ત્યારે મથ, કોની બરાબર છે ? મહ ની. આ પ્રયોગ જુદા જુદા સમાન્તરબાજી ચતુષ્કોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ ઉપર આવે છે ?

“કોઈ પણ સમાન્તર બાજી ચતુષ્કોણમાં

(ક) સામસામેની બાજી બરાબર છે.

(ખ) સામસામેના ખુણા બરાબર છે.

(ગ) દરેક કર્ણ સ. ચ.ના બે સરખા ભાગ કરે છે. અને

(ઘ) કર્ણો અસપરસ હુલાગે છે.”

(સ્વ). જુદી જુદી જાતના સમાન્તરબાજી ચતુષ્કોણો.

અથ, અક બે સરખી લીટી કાટખુણે દોરો. ૪ માંથી ૪૬, અક ની સમાન્તર અને ૪ માંથી ૪૬, અથ ની સમાન્તર લીટી દોરો.

અથકહ સ. ચ. છે ? હા. અથકહ નાં બાજી અને ખુણા માપો. શું માલમ પડે છે ? બધી બાજી સરખી છે અને બધા ખુણા કાટ-ખુણા છે. આ આકૃતિને ચોરસ કે સમ ચોરસ કહે છે.

કાગળમાંથી બે સરખા ચોરસ કાપી એકને બીજા ઉપર જુદી જુદી રીતે ગોઠવો. શું અનુમાન કરો છો ? બન્ને ચોરસનાં બાજી અને ખુણા બરાબર છે.

અથ, અક બે અસમાન લીટી કાટખુણે દોરો. અથકહ સ. ચ. પુરો કરો. અને તેનાં બાજી અને ખુણા માપી સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ? બધી બાજીઓ સરખી નથી પણ બધા ખુણા કાટખુણા છે. આવી આકૃતિને લંબ ચોરસ કહે છે.

અવ, અક સમાન લીટી કાટખુણા સિવાયનો કોઈ પણ ખુણો કરે તેમ દોરો. અવલક સ. ચ. પુરો કરો. આ આકૃતિને રોમ્બસ અથવા વિષમ ચતુરસ કહે છે.

કોઈ પણ લંબ ચોરસ દોરી તેનાં બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ? કોઈ પણ રોમ્બસ દોરી તેનાં બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ? કોઈ પણ સ. ચ. દોરી તેનાં બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ?

“લંબ ચોરસમાં સામસામેની બાજુ સરખી છે અને ખુણા કાટખુણા છે.” “રોમ્બસમાં બધી બાજુઓ સરખી છે અને સામસામેના ખુણા સરખા છે.” “કોઈ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેનાં બાજુ અને ખુણા સરખા છે.”

### પ્રશ્નો.

- નીચેનાં માપની બાજુઓ પર સમચોરસ દોરો:—  
૫.૭ સે. મી.; ૪.૮ સે. મી.; ૩.૪"; ૨.૭"; ૬.૭ સે. મી.; ૩.૧"; ૨૫ મી. મી.; ૮.૧ સે. મી.; ૫.૧"; અને ૩.૬".
- નીચે પાસે પાસેની બે બાજુઓ આપી છે તો લંબચોરસ દોરો:—  
૩.૨ સે. મી., ૭ સે. મી.; ૪.૫", ૩.૭"; ૨.૩", ૪.૧"; ૮.૬ સે. મી., ૧.૪ સે. મી.; ૭.૮", ૫.૩"; ૬.૧", ૩.૧"; ૧.૬", ૨.૩"; ૨૨ મી. મી., ૩૬ મી. મી.; ૩.૬", ૨.૭".
- નીચેનાં માપ ઉપરથી રોમ્બસ દોરો:—  
 $\angle$  અ =  $41^\circ$ , અ =  $4.1''$ ;  $\angle$  બ =  $114^\circ$ , બ =  $3.2''$ ;  
 $\angle$  ક =  $72^\circ$ , ક =  $7.0$  સે. મી.,  $\angle$  ઢ =  $68^\circ$ , ડ =  $6.7$  સે. મી.
- નીચેનાં માપ ઉપરથી સં ચં દોરો:—  
(૧)  $\angle$  ઢ =  $34^\circ$ , ક =  $4.3''$ . ડ =  $3.6''$   
(૨)  $\angle$  ક =  $67^\circ$ , અ =  $7.8$  સે. મી., બ =  $7.1$  સે. મી.;  
(૩)  $\angle$  ક =  $114^\circ$ , ક =  $6.3$  સે. મી., બ =  $6.1$  સે. મી.;  
(૪)  $\angle$  બ =  $71^\circ$ , અ =  $3.4''$ , બ =  $2.7''$ ;  
(૫)  $\angle$  અ =  $47^\circ$ , બ =  $4.2''$ , ક =  $3.4''$ .

૫. જાડા કાગળમાંથી ચાર પટ્ટી કાપી કાઢી એક સં ચં બનાવો.  
તેને મચડી એક ખુણા કાઢખૂણો કરો. બાકીના ખુણા માપો.

૬. ઉપર પ્રમાણે એક સં ચં બનાવી મચડી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૭. એક સમચોરસ ચોકડું બનાવી તેને સહેજ મચડો. કેવી આકૃતિ થાય છે તે કહો.

### (ગ) ચોરસ વગેરેના અન્ય ગુણ.

ચોરસ, લંબ ચોરસ, રોમ્બસ અને સં ચં ના કર્ણો દોરો.  
કર્ણના ભાગો માપો ને સરખાવો. આખા કર્ણોનિ સરખાવો. દરેકને વિષે શું નિયમ નીકળે છે ?

“ચોરસના કર્ણો સરખા હોઈ કાટખુણે અરસપરસ દુભાગે છે.”

“લંબચોરસના કર્ણો સરખા હોઈ પ્રક્ટ અરસપરસ દુભાગે છે.”

“રોમ્બસના કર્ણો અસમાન હોઈ અરસપરસ કાટખુણે દુભાગે છે.”

“સ. ચ. ના કર્ણો અસમાન હોઈ ફક્ત અરસપરસ દુભાગે છે.”

વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની બધી બાજુ  
સરખી હોય અને બધા ખુણા કાટખુણા હોય  
તેને ચોરસ કે સમચોરસ કહે છે.

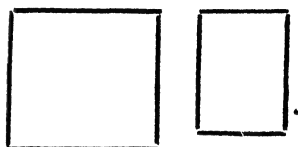
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણના બધા ખુણા  
કાટખુણા હોય પણ પાસે પાસેની બાજુ સરખી  
ન હોય તેને લંબચોરસ કહે છે.

વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની બાજુઓ  
સરખી હોય પણ ખુણા કાટખુણા ન હોય  
તેને રોમ્બસ કે વિષમ ચતુરસ કહે છે.

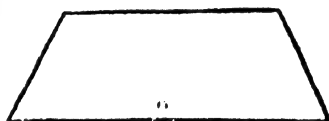
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની સામેસામેની બાજુઓ સમાન્તર હોય અને ખુણા કાટખુણા હોય કે ન હોય તેને સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે.



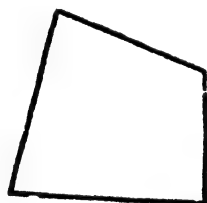
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણા કાટખુણા હોય તેને કાટખુણ ચોખુણ કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની ફક્ત બેજ બાજુઓ સમાન્તર હોય તેને ટ્રાપિઝ્યમ કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની કોઈ પણ બાજુઓ સમાન્તર ન હોય તેને વિષમબાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે.



ઉપરની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આપેલી ચોરસ, લંબચોરસ, રોમ્બસ, સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ, કાટખુણ ચોખુણ, ટ્રાપિઝ્યમ અને વિષમબાજુ ચતુષ્કોણની આકૃતિઓ બરાબર આવેલાં સુધી પહેલાં સાહિત્યોથી અને પછી હાથથીજ પેન્સીલ કે પેનથી કઢાવો.

ઉપલી વ્યાખ્યાઓમાં નિયમિત પ્રકારનો ચતુષ્કોણ જે શરૂઆતમાં કહ્યો છે તે સિવાય જે ચતુષ્કોણના ગુણો નિયમિત હોય તેવા ચતુષ્કોણ કોઈ બીજા શકે કે નહિ તે કહો.

સં. ચં. અને ટ્રાપિઝ્યમની આકૃતિઓ ફક્ત હાથથીજ કાઢો. ચોરસ અને લંબચોરસ એ બન્નેને માટે કયો એકજ શબ્દ વાપરીએ તો ચાલે ? કાટખુણ ચોખુણ.



અધા કાટખુણ ચતુષ્કોણમાં કયો ગુણ સામાન્ય છે ?

અધા ખુણા કાટખુણા છે. અને કર્ણો બરાબર છે.

ચોરસ અને રોમ્બસ કયા કયા ગુણમાં મળતા આવે છે ?

અધી બાજુઓ સરખી છે. અને કર્ણો કાટખુણે દુભાગે છે.

કયા કયા ધર્મમાં એ બન્ને જુદા પડે છે ?

અધા સ. ચ. ના કયા કયા ગુણ છે ?

સામસામેની બાજુ અને સામસામેના ખુણા સરખા છે.

લંબચોરસ અને સ. ચ. માં શું તફાવત છે ? શું મળતાપણું છે ? નીચેના કોષમાં બતાવેલાં ખાતાંમાં કયા કયા ગુણ કયા કયા આકૃતિને લાગુ પડે છે તે “ હા, ” “ ના, ” કે “ શક્ય ” શબ્દ લખી બતાવો:—

આકૃતિ	સામસામેના ખુણાને બાજુ બરાબર.	કર્ણો એક બીજાને દુભાગે છે.	ખુણા કાટ-ખુણા છે.	કર્ણો બરાબર છે.	કર્ણો કાટ ખુણે છે.	પાસે પાસેની બાજુ બરાબર છે.
સં ચં						
લંબ ચોરસ						
સમ ચોરસ						
રોમ્બસ						

નીચે પ્રમાણેના એકેક પક્ષ લઘ ચતુષ્કોણ આકૃતિ દોરો:—

(૧). સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય; કે

(૨). સામસામેના ખુણા સરખા હોય; કે

(૩). સામસામેની બંન્ને બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હોય; કે

(૪). કર્ણો અરસપરસ દુભાગે.

આ પ્રમાણેની જુદી જુદી ચતુષ્કોણ આકૃતિ દોરી તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ તે જુઓ. દરેક જાતની આકૃતિ વિષે શું નિયમ નીકળે છે ?

- (૧) સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો ચતુષ્કોણ સ.ચ. છે.
- (૨) સામસામેના ખુણાઓ બરાબર હોય તો ચતુષ્કોણ સ.ચ. છે.
- (૩) સામસામેની બેજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.
- (૪) કોણો અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.

### પ્રશ્નો.

૮. નીચેનાં માપ ઉપરથી કાટખુણ ચતુષ્કોણ દોરો:—

બાજુઓ ૩.૫" અને ૨.૪"; ૪.૭" અને ૫.૩"; ૭.૮" અને ૪.૧"  
૪.૧ સે. મી. અને ૩.૮ સે. મી.; ૯.૯ સે. મી. અને ૬.૩ સે. મી.

૯. નીચેનાં માપ ઉપરથી સં ચં દોરો:—

બાજુઓ ૪.૧" અને ૩.૩" અને એ બાજુઓની વચ્ચેનો ખૂણો ૭૫°;  
બાજુઓ ૬.૧" અને ૫.૩" અને એ બાજુઓનો અંતર્ખૂણો ૧૧૨°.  
બાજુઓ ૧૩.૩ સે. મી.ને ૧૦.૧ સે. મી. અને બાજુઓનો અંતર્ખૂણો ૬૭°  
બાજુઓ ૩.૫ સે. મી.ને ૮.૩ સે. મી. અને એ બાજુઓનો અંતર્ખૂણો ૪૫°.

૧૦. નીચેનાં માપ ઉપરથી ચતુષ્કોણ દોરો:—

નોટ. [અવકાશ ચતુષ્કોણમાં  $\angle$  અ,  $\angle$  બ,  $\angle$  ક,  $\angle$  ડ છે અને અ, બ, ક, ડ એ અનુક્રમે અ, બ, ક, ડ હોય છે.]

(૧) અ = ૬૦° સે. મી.,  $\angle$  બ = ૮૨°, બ = ૮.૨ સે. મી.,  $\angle$  ક = ૯૦° અને ક = ૭.૭ સે. મી.

(૨) અ = ૪.૧", બ = ૩.૫", ડ = ૨.૭",  $\angle$  અ = ૬૫° અને  $\angle$  બ = ૯૦°.

(૩)  $\angle$  બ = ૧૧૨°, બ = ૨.૧".  $\angle$  ક = ૯૧°, ડ = ૯૯° અને ક = ૨.૭".

(૪) ડ = ૫.૧",  $\angle$  અ = ૭૧°,  $\angle$  ક = ૫૫°, અ = ૪.૭" અને  $\angle$  બ = ૧૧૫°.

(૫)  $\angle$  બ = ૯૧°,  $\angle$  અ = ૭૫°,  $\angle$  ક = ૭૨°, ડ = ૭.૨ સે. મી. અને અ = ૪.૩ સે. મી.

(૬) અ = ૨.૭", બ = ૨.૩", ક = ૪.૩",  $\angle$  બ = ૧૧૫°, અને ડ = ૩.૪".

- (૭) અ=૩=૩=૪.૬ સે. મી.,  $\angle$  અ=૭૫° અને  $\angle$  વ=૫૧°.  
 (૮)  $\angle$  ક=૫૫°,  $\angle$  અ=૬૬°, ક=૪.૦", અ=૭.૩" અને ડ=૩.૫".  
 (૯) બ=૧.૨", અવ=૩.૨",  $\angle$  વ=૭૫°, ડ=૨.૭", અને ક=૨.૫".  
 (૧૦) વક=૩.૩",  $\angle$  ક=૧૧૩°,  $\angle$  વ=૭૨°, અ=૨.૭"ને  $\angle$  અ=૭૧°.  
 ૧૧. નીચેના ચતુષ્કોણો દોરો:—  
 (૧) અ=ક=૭.૨ સે. મી., બ=ડ=૩.૬ સે. મી. અને વઢ=૪.૨ સે. મી.  
 (૨) અ=ડ=ક=૨.૧ સે. મી., અક=૨.૭ સે. મી., બ=૩.૨ સે. મી.  
 (૩) અ=મ=ક=ડ=૬.૧ સે. મી. અને અક=૮.૩ સે. મી.  
 (૪) અ=૫.૧"; બ=૬.૨", ક=૬.૦",  $\angle$  વ=૭૨°,  $\angle$  ક=૫૧°.  
 (૫) અ=મ=ક=૩.૭", કઅ=૪.૨",  $\angle$  અ=૧૫૨°.

## પ્રકરણ ૨ જી.

### ભૂમિતિનાં મૂળ તત્ત્વો.

નોટ:—આ ભાગ પ્રાયોગિક ભાગ થઇ ગયા પછી શીખવવો.

**ભૂમિતિ શાસ્ત્ર**—એક દોરી બીજી કરતાં કેટલી મોટી છે તે તેની લંબાઈ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ. એક મેદાન બીજા કરતાં કેટલું મોટું છે તે તેની લંબાઈ અને પહોળાઈ ઉપરથી જાણીએ છીએ; વળી એક ટેબલ બીજા કરતાં કેટલું મોટું છે તે તેની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઉંચાઈ ઉપરથી જાણીએ છીએ. તેમજ એક ઘન બીજા કરતાં કેટલો મોટો છે તે તેની લંબાઈ, પહોળાઈ અને જડાઈ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ. લંબાઈ, પહોળાઈ અને જડાઈ ઉપરથી એક પદાર્થ મોટો છે કે નાનો છે તે વિષે જે નિયમો છે તે નિયમો આપણે જાણવા જોઈએ. આ નિયમો દરેક પદાર્થની લંબાઈ, પહોળાઈ અને તેની વચ્ચેના ખુણાના જે ગુણો ઉપરથી નક્કી થાય છે તે ગુણોનું વર્ણન કરવું એ **ભૂમિતિ શાસ્ત્રનું** કામ છે. [ભૂ=પૃથ્વી; જમીન; અને મિતિ=માપણી] ભૂમિતિ એટલે જમીનની માપણી. જમીન માપવાને માટે પદાર્થની લંબાઈ, પહોળાઈ, જડાઈ

અને ખુણા ઉપરથી પરિમાણો કેમ મપાય છે તે સંબંધી કાંઈ નિયમો હોય છે. અને એ નિયમોનું વિવેચન જે શાસ્ત્રમાં હોય છે તેને ભૂમિતિ કહે છે.

## પદાર્થ.

વર્ગમાં પડેલી પાંચ દશ વસ્તુઓ બતાવો. એ દરેકને આકાર કે રૂપ છે ? હા. બીજી બહારની વસ્તુઓનાં નામ આપો. એ વસ્તુઓને આકાર કે રૂપ છે ? હા. એ બધી વસ્તુઓને પદાર્થ કહે છે, કારણ કે તેઓને રૂપ અથવા આકાર છે.

આ ઘન જુઓ. એ ઘન કાંઈ જગ્યા રોકે છે ? હા. જેવડી જગ્યા એ રોકે છે અથવા જેવા પ્રકારની જગ્યા એ રોકે છે તેવો તેનો આકાર છે. આ ગોળ જુઓ. એ કેવી જગ્યા રોકે છે ? ગોળ. તેથી તેનો આકાર ગોળ છે. આ પેટી જુઓ. એ કેવી જગ્યા રોકે છે ? ચોખ્ખુ. તેથી તેનો આકાર ચોખ્ખુ છે. જે પદાર્થ જેવા પ્રકારની જગ્યા રોકે છે તેવો આકાર તેને પ્રાપ્ત થાય છે. પાણીને એક ઘડામાં રેડો. પાણીને કેવો આકાર પ્રાપ્ત થયો ? ઘડાના અંદરના ભાગ જેવો. એજ પાણીને કાઢીને તપેલામાં રેડો. હવે તેને કયો આકાર થયો ? તપેલાના જેવો. આ ઉપરથી બધા પદાર્થને માટે કાંઈ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે ? હા. શું ? દરેક પદાર્થ કાંઈ પણ જગ્યા કે અવકાશનો ભાગ રોકે છે અને તેને કાંઈ આકાર હોય છે.

બન્ને સરખી લંબાઈ, પહોળાઈ અને જડાઈના કકડાની ત્રણ જોડ લો. એક જોડના એક કકડાને લંબાઈ ઉપરથી થોડો વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં હવે શું ફેર છે ? એક બીજા કરતાં વધારે લાંબો છે. બીજી જોડના એક કકડાને પહોળાઈ ઉપરથી થોડો વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં શું ફેર છે ? એક બીજા કરતાં વધારે પહોળો છે. ત્રીજી જોડના એક કકડાને જડાઈ ઉપરથી ઓછો વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં શું ફેર છે ? એક બીજા કરતાં વધારે

જાડો છે. આ પ્રમાણે દરેક પ્રયોગ બે ત્રણ વખત કરી એક પદાર્થ બીજા કરતાં કેવડો મોટો છે તે માપવા માટે દરેક પદાર્થનો નીચેનો સામાન્ય નિયમ ઠસાવો. “ દરેક પદાર્થને લંબાઈ, પહોળાઈ અને જડાઈ હોય છે. ” આ ત્રણ પરિમાણોવાળા ધણાએક પદાર્થ બતાવવાને વિદ્યાર્થીને કહો. સર્વ પદાર્થને ત્રણ પરિમેય હોય છે તેથી તે ત્રિપરિમેયાત્મક કહેવાય છે.

જુદી જુદી લંબાઈના, પહોળાઈના અને જડાઈના પદાર્થો બતાવો. કેટલાક પદાર્થો એવા બતાવો કે તેના પરિમેયો બહુજ આરીક હોય. પૂછો કે કોઈ એવો પદાર્થ બતાવશો અથવા કહેશો કે જેને બિલકુલજ લંબાઈ, પહોળાઈ કે જડાઈ ન હોય. કોઈજ નહિ.

### લંબાઈ, પહોળાઈ અને જડાઈ.

કોઈ પણ પદાર્થ લો. એની એક બાજુ બતાવો. આ બાજુને લંબાઈ કહે છે. અને આ બન્નેને કાટખુણે મળતી આ બાડી બાજુને પહોળાઈ કહે છે. અને આ બાજુને કાટખુણે મળતી અથવા આ ઉભી બાજુને જડાઈ કહે છે. આ પ્રમાણે લંબાઈ, પહોળાઈ અને જડાઈ ગણવાનો સામાન્ય નિયમ છે. પણ પદાર્થની સાથી મોટી બાજુને લંબાઈ, તેથી નાની બાજુને પહોળાઈ અને સાથી નાની બાજુને જડાઈ કહીએ છીએ. તો પણ વિદ્યાર્થીના મનમાં બરાબર ઠસાવવું કે કોઈ પણ બાજુને લંબાઈ, કોઈ પણ બીજી બાજુને પહોળાઈ અને બાકીની ત્રીજી બાજુને જડાઈ તરીકે લઈએ તો પણ તે ચાલે છે.

### પૃષ્ઠ કે સફાઈ.

વર્ગની અંદરની અને બહારની થોડીએક ચીજો લઈ નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો. આ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે ? આ પેટીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે ? આ પાટીઆનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે ? આ ઘનનો

આકાર બધી બાબુએ સરખો લાગે છે ? આ અર્ધ ગોળનો આકાર બધી બાબુએ સરખો લાગે છે ? આ ચોપડીનો આકાર બધી બાબુએ સરખો લાગે છે ? આ પૈસો ઉપરથી જોતાં કેવો દેખાય છે ? આ ખડીઓ લંબાઈ ઉપરથી જોતાં કેવો દેખાય છે ? આ પેટી પહોળાઈ ઉપરથી જોતાં કેવી દેખાય છે ? વગેરે. ગોળ બધી બાબુએ સરખોજ દેખાય છે; પરંતુ બીજી બધી વસ્તુઓ સરખી દેખાતી નથી. આ પદાર્થ બધી બાબુએ સરખા દેખાતા નથી એનું શું કારણ છે ? એની બાબુઓ જુદા જુદા પ્રકારની છે, એટલે એનાં પૃષ્ઠ જુદા પ્રકારનાં છે. આ ઉપરથી પદાર્થનો બીજો કયો ગુણ માલમ પડે છે ? પદાર્થને પૃષ્ઠ અથવા બાબુ\* હોય છે.

જુદા જુદા નીચેના પદાર્થ બતાવી નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો:-

આ પેટીને કેટલાં પૃષ્ઠ છે ? આ ધનને કેટલાં છે ? આ પાટી-આને કેટલાં છે ? આ પૈસાને કેટલાં છે ? આ ગોળને કેટલાં છે ? આ અર્ધગોળને કેટલાં છે ? આ + દંડગોળને કેટલાં છે ? વગેરે. ગોળને એક પૃષ્ઠ છે. અર્ધગોળને બે છે. પેટી અને ધનને છ છે. પૈસાને ત્રણ છે દંડગોળને ત્રણ છે. અનેક પૃષ્ઠ હોય એવા દાખલા આપો.

ગોળ અને ધનનાં પૃષ્ઠમાં શું ફેર છે ? ધનનું પૃષ્ઠ સપાટ છે અને ગોળનું પૃષ્ઠ વક્ર છે. ત્યારે પૃષ્ઠના કેટલા પ્રકાર છે ? કયા કયા ? વક્ર પૃષ્ઠ અને સપાટ પૃષ્ઠ. સપાટ પૃષ્ઠના દશ બાર પદાર્થો બતાવો, અને દરેકને કેટલાં કેટલાં પૃષ્ઠો છે તે પૂછો. ઓછામાં ઓછાં કેટલાં સપાટ પૃષ્ઠ પદાર્થમાં હોય છે ? ચાર. ચારથી ઓછાં સપાટ પૃષ્ઠ હોય એવો કોઈ પણ બધાંજ સપાટ પૃષ્ઠોવાળો પદાર્થ બતાવી સકો ખરા કે ? નહિ.

આ બે પૃષ્ઠો ( કોઈ પદાર્થ લઈ ) જ્યાં મળે છે તેને શું કહો છો ? કોર. એ કોર કોના જેવી દેખાય છે ? લીટીના જેવી. ત્યારે બે

\* બાબુનો અર્થ સફાઈ અથવા કોર પણ થાય છે. માટે પૃષ્ઠ શબ્દ વાપરવો.

+ એક નળાકાર લાકડાનો કકડો જેના બે છેડાઓ સરખા, અને સમાન્તર વર્તુળ હોય.

પૃષ્ઠો જ્યાં મળે ત્યાં ભૂમિતિની કયી આકૃતિ થાય છે ? લીટી (વાંકી અથવા સીધી). ત્રણે પૃષ્ઠો મળે ત્યાં શું દેખાય છે ? છેડો. આ કારો મળે છે ત્યાં શું દેખાય છે ? છેડો. છેડો ભૂમિતિની કયી આકૃતિ પ્રમાણે દેખાય છે ? બિંદુ પ્રમાણે.

ધન, વિષમ ધન, શંકુ, પેટી, સેટસ્કવેરો, વગેરે લખને આ પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો:—આ પિરામિડમાં કેટલાં પૃષ્ઠ છે ? કેટલી કારો છે ? ખુણા કેટલા છે ? છેડા કેટલા છે ? બધાં પૃષ્ઠો ક્યાં ક્યાં મળે છે ? કાર-લીટીમાં. કારો ક્યાં ક્યાં મળે છે ? છેડા-બિંદુમાં. આ પિરામિડનાં કેટલાં પૃષ્ઠો એકી વખતે સાથે દેખાય છે ? વગેરે.

આ ઉપરથી ઠસાવો કે કોઇપણ પદાર્થનો ઉપલો ભાગ પૃષ્ઠ હોય છે, \* પૃષ્ઠનો છેવટનો ભાગ લીટી, અને લીટીનો છેવટનો ભાગ બિંદુ હોય છે.

આ પૃષ્ઠને લંબાઇ છે ? હા. પહોળાઇ છે ? હા. જડાઈ છે ? ના. (કોઇ વિદ્યાર્થી હાનો જવાબ આપે તો બરાબર સમજ પડે ત્યાં સુધી ઉપલોજ પ્રયોગ કરતા જવું.) એક વાસણમાં પાણી ભરો. પાણીનું પૃષ્ઠ જુઓ. આ પૃષ્ઠ વાસણના અંદરના ભાગને અડકેલું છે ? હા. જે જગ્યાએ આ પૃષ્ઠ લાગેલું છે ત્યાં નીચે પાણી લાગેલું છે ? ઉપર હવા લાગેલી છે ? ત્યારે એ પૃષ્ઠની નીચે શું છે ? પાણી ઉપર શું છે ? હવા. પાણી પુરું થાય કે તરતજ હવા લાગેલી છે. માટે આ પૃષ્ઠને કાંઇ જડાઈ છે ? એક કાચની બાટલીમાં થોડું પાણી અને થોડું તેલ રેડો. બતાવો કે જ્યાં પાણી પુરું થાય છે ત્યાંથી તરતજ તેલ શરૂ થાય છે.

એક લાકડાનો કકડો લો. તેને ઘેરતાં ઘેરતાં એવો કકડો કરો કે જાણે તેને બિલકુલ જડાઈ રહેતી નથી એમ આપણે ધારીએ. લંબાઇ પહોળાઇવાળા આ કકડાને પૃષ્ઠ કહે છે. અને તેને જડાઇ નથી (એવી કલ્પના કરેલી છે.) એક ખેતરનું ક્ષેત્રફળ કાઢવું હોય તો આપણે ફક્ત લંબાઇ અને પહોળાઇનો વિચાર કરીએ છીએ. પરંતુ તેની જડાઇનો બિલકુલ વિચાર કરતા નથી. આ પ્રમાણે ખેતરની

માપણી કરવામાં જેનો વિચાર કરીએ છીએ તેનેજ પૃષ્ઠ કહે છે. જમીન ઉપર જે છાંયડો પડે છે તેને લંબાઈ અને પહોળાઈ છે. પરંતુ જડાઈ નથી. તેથી છાંયડો એ પૃષ્ઠનો એક બહુ સારો દાખલો છે.

કોઈ પણ પદાર્થ અને અવકાશની વચ્ચેની સીમાને શું કહો છો? પૃષ્ઠ. પૃષ્ઠને કેટલાં પરિમેય છે? બે. પૃષ્ઠની કોરો કયી આકૃતિના જેવી દેખાય છે? લીટીના જેવી. વર્તુળ, પરિધ, વ્યાસ, કૈસ, જ્યાંને કેટલાં પરિમેય છે? પાતળો કાગળ અને કાગળના ઉપર જે રંગ દીધેલા છે તેને કેટલાં પૃષ્ઠ છે?

વ્યાખ્યા—જેને ફક્ત લંબાઈ અને પહોળાઈ હોય છે, પણ બિલકુલ જડાઈ હોતી નથી તેને પૃષ્ઠ કે સફાઈ કહે છે.

### પૃષ્ઠના પ્રકાર.

બે સપાટ પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઈ એકને બીજીની ઉપર મુકો. બે વક્ર પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઈ એકને બીજીની ઉપર મુકો. એક સપાટ પૃષ્ઠને બીજા સપાટ પૃષ્ઠની ઉપર આમતેમ ફેરવી જુઓ કે વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે? નહિ. વક્રપૃષ્ઠને બીજા વક્રપૃષ્ઠની ઉપર મુકી આમ તેમ ફેરવી જુઓ કે વચ્ચે પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે યરાયર વળગી જાય છે? નહિ. ત્યારે સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શું ફેર માલમ પડે છે? સપાટ પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે મેળવતાં યરાયર મળી જાય છે; અને તેઓની વચ્ચે કોઈ ખાલી જગ્યા રહેતી નથી. વક્ર પૃષ્ઠોને એક બીજાની ઉપર મેળવતાં વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે.

સપાટ પૃષ્ઠની ઉપર બે બિંદુ લો. એ બિંદુઓમાં ટાંકણી મારી તેની સાથે દોરી બાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી પૃષ્ઠમાં પડે છે કે બહાર? વક્ર પૃષ્ઠમાં બે બિંદુઓ લો. તેમાં ટાંકણી મારી દોરી બાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી પૃષ્ઠમાં પડે છે બહાર? એક વક્ર પૃષ્ઠ ઉપર બે બિંદુ લો. ઉપર પ્રમાણે દોરી બાંધી જુઓ કે તેમાં કોઈ પણ સીધી લીટી આવી શકે છે? આ ઉપરથી સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શું ફેર માલમ પડે છે? એક ગોળના



ઉપર કોઇ પણ બે બિંદુઓ સાંધીએ તો તે બિંદુઓની વચ્ચે કોઈ સીધી લીટી આવી શકે ખરી કે ? નહિ. જે પૃષ્ઠ સપાટ અથવા સીધું હોય તેને સીધી અથવા સપાટ સફાઈ કહે છે. કોઇ પણ સપાટ પૃષ્ઠને બધી બાજુએ તેની સીધી લીટીમાંજ લંબાવીએ તો જે જગ્યાએ પૃથ્વ પ્રસરે છે તે એ પૃથ્વની સફાઈમાંજ છે એમ કહેવાય છે.

લાંબી ટુંકી ત્રણ લાકડી લો અને તેને ઉભી જમીન ઉપર મુકો. આ લાકડીના છેવટના ભાગમાં શું છે ? બિંદુ. આ લાકડીના ઉપલા છેડા પર એક પાટીઉં આડું મુકો. લાકડીના છેડાના બિંદુઓની વચ્ચેથી જે પૃથ્વ જાય છે તેની સફાઈ પાટીઆની સફાઈમાં છે એમ માલમ પડે છે. આ પ્રયોગ આમ પાંચ જુદી જુદી રીતે કરો અને બતાવો કે પાટીઆ ઉપર આ ત્રણે બિંદુમાંથી જતી સફાઈ આવે છે. કોઈ પણ સપાટ સફાઈમાં બે બિંદુઓ લો. આ બિંદુને સીધી લીટીથી સાંધો; આ લીટીનો કોઈ પણ ભાગ એ સપાટ સફાઈમાંજ આવેલો છે એમ બતાવો. આ સીધી લીટીનો કોઈ પણ ભાગ સપાટ સફાઈની બહાર જાય તો તે સપાટ સફાઈ નથી. સપાટ સફાઈનું આ મુખ્ય લક્ષણ છે.

સપાટ સફાઈ નક્કી કરવાને ઓછામાં ઓછાં કેટલાં બિંદુ જોઈએ ? ત્રણ. તમારી ચોપડીની કયી બાજુ સપાટ સફાઈ છે ? અર્ધગોળની કયી બાજુ સપાટ સફાઈ છે ? જુદી જુદી લંબાઈની લાકડીઓ લઈ ઉભી જમીન ઉપર મુકો. તેના ઉપલા છેડાઓ ઉપર એક પાટીઉં આડું મુકો. લાકડીના બધા છેડાઓ આ પાટીઆની સફાઈમાંજ છે ? નહિ. થોડાક છે અને થોડાક નથી. આ ઉપરથી માલમ પડશે કે લાકડીઓના બધા છેડાઓ એકજ સફાઈમાં નથી જુદા જુદા ત્રણ છેડાઓનાં બિંદુઓ ઉપર પાટીઉં મુકી બતાવો કે આ ત્રણ બિંદુઓમાંથી જતી સફાઈ બીજા છેડાઓનાં બિંદુમાંથી જતી નથી; કારણ શું ? આ પ્રયોગ ઉપરથી સફાઈનો વિચાર બરાબર ઠસાવો,

ટેબલના ઉપલા પાટીઆની સફાઈ ને આજુ બાજુ દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ છે તે બતાવો. ટેબલના બે પગની નીચે બે

પથરા મુકી ટેબલને એક બાજુથી ઉંચું કરો. ટેબલની ઉપરના પાટીઆની સફાઈની આજુબાજુ દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ આવે છે તે ખતાવો. એક પાટીઆને બીંતની સાથે જુદી જુદી રીતે મુકો અને પાટીઆની સફાઈમાંથી બીંતનો જે ભાગ જાય છે તે ખતાવવા વિદ્યાર્થીને કહો. બીંત સફાઈ છે કે નહિ તે જાણવાને માટે શું કરવું જોઈએ ?

એક વાસણમાં પાણી ભરો. પાણીના પૃષ્ઠની સફાઈ ક્યાં છે ? એક કાગળનો કકડો લો. આ કકડો સફાઈ છે એમ સમજો. કાગળને પાણીમાં વાંકો રાખી ડુબાવો. પાણીનું પૃષ્ઠ કાગળના પૃષ્ઠથી છેદાય છે ? હા. આ બે સફાઈઓ જ્યાં અરસપરસ છેદે છે તે જગ્યાએ કેવી આકૃતિ માલમ પડે છે ? લીટી. એક વક્ર અને એક સીધું, અથવા બન્ને વક્ર પૃષ્ઠો અરસ પરસ છેદે તેમ એ પ્રયોગ કરો. જ્યાં તેઓ છેદે છે ત્યાં કેવી આકૃતિ છે ? લીટી. એ બધીજ સીધી લીટી છે ? કાંઈ વક્ર અને કાંઈ સીધી છે.

### લીટી (સીધી અથવા વક્ર).

પાટીઆ ઉપર પટી મુકી ચાકથી પાટીઆ ઉપર એક બિંદુ મુકો. ચાકને સહેજ સહેજ આગળ ખસેડી પાટીઆ ઉપર બીજાં બિંદુઓ મુકો. આ બિંદુઓથી લીટી દોરો. આ ટપકાંઓની વચ્ચે જે જગ્યા છે તેમાં ફરીથી પાસે પાસે બિંદુઓ મુકો. પહેલાં કરતાં બિંદુઓની વચ્ચેના અંતર ઓછાં થયાં છે ? એ પ્રમાણે પાસે પાસે બિંદુઓ મુકી બિંદુઓ તદ્દન નજીક નજીક આવી જાય તેમ એક લીટી બનાવો. આ પ્રયોગમાં લીટી કેમ બની છે તે વિષે શું અનુમાન કરો છો તે પુછો.

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો. તેને સીધો લીટીથી સાંધો; અને વચ્ચેથી વાંકી લીટીઓ દોરો. દોરીથી આ બધી લીટીઓ માપો. કયી લીટી સૌથી નાની છે ? સીધી લીટી. એ સીધી લીટી કરતાં નાની લીટી એ બિંદુઓની વચ્ચે દોરો. દોરાય ખરી કે ? નહિ. આ પ્રયોગ પરથી સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે ? ગમે તે બે બિંદુની વ-

ચ્યેની જે જે લીટીઓ કાઢીએ તે તે લીટીઓની લાંબાઈ ઉપરથી કહો કે કયી લીટી સીધી છે.

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો. તેમાં બે ટાંકણીઓ મારો. આ ટાંકણીની આબુબાબુ એક દોરી ખેંચી બાંધો. એ દોરીના કરતાં સહેજ લાંબી એક બીજી દોરી એ ટાંકણીની આબુબાબુ બાંધો. આ બે દોરીથી જે લીટી થાય છે તેમાં કયી સીધી લીટી જેવી દેખાય છે ? બે બિંદુઓની વચ્ચે એક સીધી લીટી અને બીજી ઘણી વાંકી લીટી દોરો. એ બધી લીટીઓમાં કયી સૌથી નાની છે એ જાણવાને કયો નિયમ આ પ્રયોગ પરથી માલમ પડે છે ?

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુ લો. તેમાં ટાંકણી મારો અને તેની આસપાસ એક દોરી ખેંચી બાંધો. બીજી દોરી પણ તેની આસપાસ ખેંચી બાંધો. આ બન્ને દોરી એક બીજી સાથે બરાબર મળી જાય છે કે જુદે જુદે સ્થાને પડે છે ? આ ઉપરથી બે બિંદુની વચ્ચે જુદી જુદી સીધી લીટી કેટલી દોરી શકાય તે વિષે શું સમજ પડે છે ? બે બિંદુની વચ્ચે એકજ સીધી લીટી દોરી શકાય છે.

બે બિંદુ લઈ તેને સીધી લીટીથી સાંધો અને ફરીથી તે બન્નેને સીધી લીટીથી સાંધો. આ બન્ને લીટીઓ એક બીજીથી જુદી જુદી છે ? ત્યારે બે બિંદુની વચ્ચે બીજી કાંઈ સીધી લીટી દોરી શકાય ખરી ? નહિ. સીધી લીટીનો કયો બીજો ગુણ આ ઉપરથી માલમ પડે છે ?

બે ત્રણ સીધી લીટીઓ અરસપરસ છેદે તેમ દોરો. આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક વાંકી લીટીને બીજી એક વાંકી લીટી અથવા સીધી લીટી છેદવા દો. બે સીધી લીટીઓ કેટલાં બિંદુમાં છેદે છે ? એકજ. વઠ લીટી કેટલાં બિંદુમાં છેદે છે ? ઘણાં ત્યારે એક કરતાં વધારે બિંદુમાં છેદે તેમ સીધી લીટી દોરી શકો ખરા કે ? નહિ. આ ઉપરથી સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે ?



એ સીધી લીટીઓ એક  
કરતાં વધારે બિંદુમાં છેદી શકે  
નહિ.



એ સીધી લીટીઓ ગમે તેમ દોરી તે સફળતા કોઈ પણ ભાગ  
રોકે છે કે નહિ તે જુઓ. આજુબાજુની જગ્યાઓ રોકાય તેમ એ  
સીધી લીટી દોરી જુઓ. મર્યાદિત થાય છે? નહિ. એ વક્ર લીટી  
દોરી આસપાસની જગ્યા રોકાય છે કે નહિ? હા. આ ઉપરથી સીધી  
લીટી અને વક્ર લીટીના કયા કયા ગુણ માલમ પડે છે? એ સીધી  
લીટીથી સફળતા ભાગ રોકી શકાતો નથી; પરંતુ વાંકી  
લીટીથી તે રોકી શકાય છે.

એક આંખ બંધ કરી બીજી આંખ આગળ ઝૂટપટીની સીધી  
કોર અથવા પાટીઆની સીધી કોર બંને છેડા આંખનીજ લીટીમાં  
આવે તેમ રાખો. એજ માફક એક વાંકી લીટી પણ આંખ અને  
તેના છેડા બરાબર સીધી લીટીમાં આવે તેમ ધરો. જુઓ કે બંનેમાં  
શું ફેર પડે છે?

એક સીધી દોરો. પાતળા કાગળ પર બરાબર તેની નકલ કરો.  
અને સળ વાળી તેના ચાર પાંચ ભાગ કરો. દરેક ભાગને ખાકીના  
ભાગો ઉપર આમ તેમ ઉપર નીચે રાખી મેળવો. મેળવતાં કોઈપણ  
વખતે બંને ભાગની વચ્ચે કાંઈ ખાલી જગ્યા રહે છે ખરી? નહિ.  
એક વક્ર લીટી લઈ પાતળા કાગળ ઉપર તેની નકલ કરી સળથી  
ચાર પાંચ ભાગ કરી ઉપર પ્રમાણે તેના ભાગો અરસપરસ બધી  
રીતે સરખાવો. બંને ભાગોની વચ્ચે કાંઈ જગ્યા રહે છે ખરી? હા.  
ત્યારે આ બંને પ્રયોગ પરથી સીધી અને વક્ર લીટીની વચ્ચે શું  
ફેર માલમ પડે છે? સીધી લીટીનો કોઈ પણ ભાગ તેના બીજા  
કોઈ પણ ભાગ ઉપર બરાબર મળી જાય છે; ત્યારે વક્ર લીટીના  
ભાગોની વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહી જાય છે.

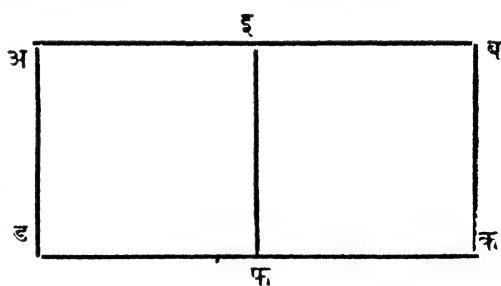
વ્યાખ્યા—જે લીટીનો કોઈ પણ ભાગ ઉંચકીને ખીજ ભાગ ઉપર છેડાઓ બરાબર રાખી મેળવતાં બન્ને ભાગો બરાબર મળી જાય તે લીટીને સીધી લીટી કહે છે.

એક ખિંદુ અ લો; અ માંથી જે સીધી લીટી દોરીએ તે કયી દિશામાં જાય છે ? મરજી પડે તે દિશામાં. ત્યારે એકજ ખિંદુ ઉપરથી કોઈ સીધી લીટીની દિશા નક્કી થઈ શકે ? નહિ. ત્યારે સીધી લીટી નક્કી કરવાને માટે ઓછામાં ઓછાં કેટલાં ખિંદુ જોઈએ ? બે. અ, બ બે ખિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી કેવી રીતે દોરશો ?

જે લીટી આપી હોય તો તેમાં સીધી કયી અને વક્ર કયી તે પારખવાને માટે તેના છેડાની આસપાસ દોરી કેવી રીતે ખાંચશો ? એક છોકરાથી ખીજ છોકરા સુધી સીધી લીટી દોરવી હોય તો તે કેવી રીતે કાઢશો ? આગમાં આડો સીધી લીટીમાં છે કે નહિ તે જાણવા માટે માળી શું કરે છે ?

અવકલ એક કાગળનો કકડો ૧૬ ઇંચ લાંબો અને ૮ ઇંચ

પહોળો લો. એમાં સળ વાળી બરાબર બે ભાગ કરી એ ભાગ કાગળમાં બતાવવાના છે. ધારો કે તે કાગળનો કકડો પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છે. એ આકૃતિ



માં ફફ લીટી શું બતાવે છે ? જે જગ્યાએ અવકલ કાગળના કકડામાં સળ વાળ્યો છે તે જગ્યા. ફફ લીટીથી શરૂ કરી એક પછી એક એમ અઢ સુધી લીટીઓ દોરો. ધારો કે એવી ૮ લીટી દોરી છે. ત્યારે અ થી ઇ સુધીની જગ્યા કેટલી લીટીથી ભરાઈ ગઈ છે ? આઠ. અઢ ની લંબાઈ શું છે ? આઠ ઇંચ. ત્યારે દરેક લીટી કાગળનો કેટલામો ભાગ બતાવે છે ? એક ઇંચ. ત્યારે દરેક લીટી એક

ધ્ય પહોળાઇનો ભાગ બતાવે તો ફફ લીટી ખરેખર એક ધ્ય પહોળા (જાડી) છે ? તે કેટલી પહોળા છે ? ફફ સળ ઉપરથી કાગળ ફાડીએ તો ફફ સળ કાગળના કયા ભાગમાં જશે ? કોઇ પણ ભાગમાં ફફ ન જાય એવી રીતે આપણે કાગળને ફાડી શકીએ ખરા કે ? હા. ત્યારે ફફ સળની ખરી પહોળાઇ શું ? કાંઈ નહિ. ફફ સળ કેવી આકૃતિ છે ? લીટી. ત્યારે ફફ સળની પહોળાઈ નથી તો ફફ લીટીની પહોળાઇ હોઇ શકે ખરી કે ? નહિ. આ ઉપરથી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે ? લીટીને પહોળાઈ નથી.

ધારો કે અબકહ જેવું કોઈ ખેતર પ, લ એ ભાઇઓને સરખે ભાગે વહેંચવાનું છે. તેથી તેઓએ અબફ, ફફકહ જેવા બે સરખા ભાગ કરી એકેક ભાગ લીધો. ધારો કે પ એ ઉપલો ભાગ અને લ એ નીચેનો ભાગ લીધો; ત્યારે પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે જે ભાગ પડ્યા છે તેની વચ્ચે કાંઈ જગ્યા રહી છે ? કાંઈ જગ્યા રહી છે એવો જવાબ મળે તો એ જગ્યા બે ભાઇમાંથી કોની પાસે જાય છે એ તમારે કહેવું જોઈએ. બન્ને ભાગો વચ્ચે જગ્યા નથી ત્યારે ફફ લીટી આપણે દોરી છે તે શું બતાવે છે ? કાંઈ જગ્યા નહિ. ફફ લીટીથી લઇ અબ લીટી ઉપર પાસે પાસેની લીટી દોરો. ધારો કે એવી ૧૦ લીટી દોરી છે. ત્યારે ફફ થી અબ સુધીની જગ્યા દશ લીટીથી ભરાઈ ગઈ છે. ત્યારે ફફ ૧૦ વાર લાંબી હોય તો દરેક લીટી કેટલી પહોળા જગ્યા બતાવે ? એક વાર પહોળા. ફફ લીટી એક વાર પહોળા જગ્યા બતાવે ત્યારે તેની ઉપરથી એક વાર જાડી કે પહોળા જગ્યા જે છે તે કોના ભાગમાં જાય છે ? પ અને લ ના ભાગોની વચ્ચે કાંઈ જગ્યા રાખવાનું કારણ નથી ત્યારે ફફ લીટી શું કામ આપણે દોરી હશે ?

ફફ લીટી કાંઈ જગ્યા ખતાવતી નથી ત્યારે ખરેખરી રીતે એ લીટી શું ખતાવે છે ? ધ નો ભાગ ક્યાં પુરો થાય છે અને ળ નો ભાગ ક્યાં શરૂ થાય છે એ ફફ થી ખતાવાય છે; ત્યારે ફફ લીટી ખરે-ખરી રીતે બન્ને ભાગો વચ્ચે શું ખતાવે છે ? બન્ને ભાગોની હદ કે મર્યાદા.

બે ઘણાજ સાફ લાકડાના ધન લો અને એ સાફ સફાઈએને ખરાખર મેળવી વળગાવીએ તો બન્નેની આકૃતિ કેવી રીતે કાઢીશું ?

પાસેની આકૃતિમાં અથ લીટી કાગળ પર થોડીક જગ્યા રોકે છે ત્યારે બે ધનની વચ્ચે કાંઈ થોડીક ખાલી જગ્યા રહે છે એવું કાંઈ આ ઉપરથી અ માલમ પડે ખરું ? નહિ. ત્યારે અથ લીટી શું કામ કાઢી હશે ? બે ભાગની હદ અથવા મર્યાદા ખતાવવાને. એક સફેદ કાગળનો કકડો લો. તેના થોડાક ભાગ ઉપર કોઈ પણ રંગ લગાડો. ત્યારે કોરો ભાગ અને રંગીન ભાગની વચ્ચેની જે હદ છે તેનો કેવો રંગ છે ? તેનો રંગ નથી ત્યારે એ હદ ખતાવનારી લીટી કેટલી પહોળા છે ? એ હદની લીટી કાંઈ પણ પહોળા (ગંડી) હોઈ શકે ખરી ? નહિ.

ઉપલા પ્રયોગમાં જ્યાં બે ભાગો એક ખીજની પાસે મળે છે અથવા બે ધન એક ખીજની સાથે વળગે છે ત્યાં તે જગ્યા કેટલી પહોળા છે ? (ખીલકુલ) નહિ. તેમ તેને લંબાઈ છે ખરી ? હા.

એ હદ ખતાવવાને માટે જે લીટી આપણે દોરીએ તેને થોડીક પહોળાઈ તો છે પણ સમૂળકીજ પહોળા ન હોય એવી જગ્યા ખતાવવાને શું કામ આપણે કાંઈક પહોળા એવી લીટી દોરી છે ? કાંઈ પણ પહોળાઈ વગર લીટી આપણે દોરી શકીએ ખરા કે ? નહિ. કાંઈક પહોળાઈ વગરની લીટી દોરી શકાય નહિ તેથી આપણે કાંઈક

પહોળી લીટી દોરીએ છીએ. ખરેખરી રીતે જોતાં લીટીને કાંઈ પણ પહોળાઈ નથી.\*

**લીટી દોરવાનો હેતુ**—કોઈ પદાર્થ ક્યાંથી શરૂ થાય છે ? ક્યાં પુરો થાય છે ? તેનો આકાર કેવો છે ? અથવા તે કયા દિશામાં જાય છે ? એ બતાવવાને માટે આપણને લીટી દોરવી પડે છે. તેથી તેને લંબાઈ છે પણ (ખરી) પહોળાઈ નથી. આવી વ્યાખ્યા લીટીની આપી છે. બહુજ પાતળો દોરો લઈએ તો તે લીટી બતાવે ખરો ? નહિ. કારણ શું ? પૃથ્વી પરના અક્ષાંશ વૃત્ત, રેખાંશ વૃત્ત, વગેરે લીટી ખરી કે ? કારણ આપો. ત્યારે લીટીને લંબાઈ, પહોળાઈ, અને

\* પાસેની એક ખેત-  
રની આકૃતિમાં કથી એક  
કરોળીએ ૬ સુધી પોતાનો  
તંતુ બાંધ્યો છે. એ ખેત-  
રનું સ્કેલ આપ્યું હોય તો  
એ તંતુની લંબાઈ આપણે  
કહી શકીએ ખરા કે? ધારો

૬

અ

ક

ચ

કે ૧ ઇંચે ૧૦ ફુટનું સ્કેલ આપ્યું છે. ત્યારે કહ તંતુ કેટલો લાંબો છે ? કહ માપો. ધારો કે તે ૧૨ ઇંચ લાંબો છે ત્યારે ૧૨ ને ૧૦ થી ગુણી જે ગુણાકાર આવે તેટલા ફુટ સમજવા. કહ લીટી કેટલી પહોળી છે ? કાંઈ નહિ એવો જવાબ મળે. કહ થી લઈ આકૃતિના છેડા સુધી એકેકની પાસે પાસે લીટી દોરો. ધારો કે ૧૮૦ લીટી એ પ્રમાણે દોરવાથી બધી જગ્યા પુરાઈ ગઈ. ૬ સુધીનું અંતર જે ૧૫ ફુટ હોય તો દરેક લીટી  $15 \times 12 = 180 = 1$  ઇંચ અંતર બતાવે છે. કરોળીઆએ તંતુ બાંધ્યો છે તે તંતુ લીટી જે એક ઇંચ પહોળાઈ બતાવે તો તે તંતુ લીટી એક ઇંચ પહોળી કેમ ન હોય ? જેમ લીટીની લંબાઈ કપરથી તંતુની લંબાઈ કાઢી છે તેમ તેની પહોળાઈ કેમ ન કાઢી શકીએ ? તંતુની પહોળાઈ બરાબર બતાવે એવી લીટી દોરો. આવી લીટી દોરી શકાય ખરી કે ? નહિ. ત્યારે લીટીને પહોળાઈ નથી એમ આપણે માની શકીએ ખરા કે ? હા.



જાડાઈ પૈકી કયો પરિમેય હોય છે ? લંબાઈજ. ત્યારે લીટીને કેટલા પરિમેય હોય છે તે કહો. એકજ.

## ખિંદુ.

એકમેકને છેદે તેમ બે લીટી અમલ, કમલ દોરો. અમલ, કમલ લીટી જ્યાં અરસપરસ છેદે ત્યાં મ આગળનો ભાગ સહેજ રહેવા દઇ આકીનો ભાગ ભૂસી-કાઢી નાંખો. મ આગળનો રહેલો ભાગ જુઓ. ત્યારે જે જગ્યાએ બે લીટીઓ છેદે ત્યાં કેવી અકૃતિ છે ? ખિંદુ.

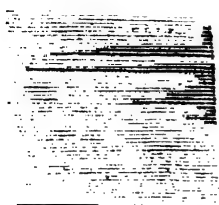
એક દશાંશ ઇંચ જાડી બે લીટીઓ મ માં છેદે તેમ દોરો. ત્યારે મ આગળની આકૃતિ કેવી છે ? ખિંદુ. એની પહોળાઈ (જાડાઈ) શું છે ? એક દશાંશ ઇંચ. એક વીશાંશ જાડી બે લીટી જે જગ્યાએ-ખિંદુમાં છેદે ત્યાં તે ખિંદુની જાડાઈ શું ? એક વીશાંશ ઇંચ. ત્યારે ખરું જોતાં ખરી લીટીને કાંઈ પણ જાડાઈ ( પહોળાઈ ) છે ? નહિ. ત્યારે કાંઈ પણ જાડાઈ વગરની બે લીટીઓ જે ખિંદુમાં-જગ્યામાં-છેદે તે ખિંદુની જાડાઈ-પહોળાઈ શું ? કાંઈ નહિ. બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે ત્યારે જે જગ્યાએ તે છેદે ત્યાં શું હોય છે ? ખિંદુ. લીટીને કાંઈપણ પહોળાઈ નથી ત્યારે ખિંદુને પણ કાંઈ પહોળાઈ છે ? નહિ. ત્યારે ખિંદુ ફક્ત અમુક જગ્યા બતાવે છે, એટલે તેને ફક્ત સ્થિતિ એટલે તેનું સ્થાનજ છે.

આ ઉપરથી ખિંદુની વ્યાખ્યા શું હોઈ શકે ? જેને ફક્ત સ્થિતિજ હોય પરંતુ કાંઈ પણ પરિમાણ-મહત્ત્વ ન હોય તેને ખિંદુ કહો છે. “મહત્ત્વ” એટલે લંબાઈ, પહોળાઈ, વગેરે.

વર્તુળનું મધ્ય ખિંદુ, બાલનો છેડો, સોયની અણી, ખુણાનો છેડો, ગુસ્ત્ર મધ્ય, વગેરેમાં ખિંદુ કાણ છે અને કાણ નથી તે કહો.

સમૂળકીજ પહોળાઈ ન હોય એવી લીટી દોરી શકાય નહિ; તેમજ સમુળકીજ લંબાઈ અને પહોળાઈ ન હોય એવું ખિંદુ પણ કાઢી શકાય નહિ. તેથી ઉપલી વ્યાખ્યાઓ જે લાટી કે ખિંદુ આપણે કાઢીએ તેને ખરેખરી રીતે લાગુ પડી શકતી નથી.

નોંટ. એક બિંદુને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણને લીટી મળે છે.



નોંટ. તેમજ એક લીટીને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે સફાઈ બનાવી શકીએ છીએ.

નોંટ. અને તેજ પ્રમાણે એક સફાઈને આગળને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે એક ઘન બનાવીએ છીએ.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો પ્રાયોગિક ભાગ સમાપ્ત.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો. સિદ્ધ ભાગ.

વિભાગ ૨ જો. પ્રમેય ભાગ.

§ ૧૨. પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ અને સ્વીકૃત કૃત્ય, વગેરે.

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો.

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયું છે કે આપેલાં સાહિત્યની મદદથી યા કાગળ વાળવાની રચનાથી જે આકૃતિઓ કરી છે તે આકૃતિનાં અમુક તરવે સાહિત્યોની મદદથી પ્રયોગ કરી આપણે અમુક સંબંધદર્શક બતાવ્યા છે; પણ તેને માટે કોઈ પણ રીતે આપણે કોઈ તર્કશાસ્ત્રની રીતે સાબિતિ આપી નથી; હવે કોઈ પણ આકૃતિ લઈ તેની અમુક સત્યતા તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ

કરવી જોઇએ, પણ તેનાં અવયવો સર્વ માપી શકાય એવાં હોય ન હોય. આ કામ ભૂમિતિના સિદ્ધ ભાગનું છે અને આ ભાગમાં તે આપણે હાથ ધરીશું.

સિદ્ધ ભાગમાં જે તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ થાય તેજ સત્યતા સ્વરૂપ શકાય છે, તેથી કોઈ પણ બાબત આપણે કહેવા તત્પર થયા તો તેને માટે જો આપણી પાસે સખળ કારણ પુષ્ટિ અર્થે હોય તોજ તે કહેવી. નહિ તો કોઈ પણ બાબત આશરે સત્ય ભાગવાથી અંગીકાર કરવી નહિ. ઉપર દર્શાવેલાં કારણ સિવાય પણ આ કારણોથી કર્તવ્ય ભાગથી સિદ્ધ ભાગ ચઢતો છે એમ કહી શકાશે. જે જે કારણો આપણે આપણા સિદ્ધ ભાગમાં આપીશું તે તે આપણે પાછળના ભાગમાં સિદ્ધ કરી ગયા હશે, અથવા વ્યાખ્યામાં આવ્યાં હશે અથવા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી લીધાં હશે. આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો એવાં છે કે તે સાદામાં સાદાં છે; અને નહિ કે તે કોઈ પણ સત્યતા ઉપરથી ભૂમિતિની રીતે સાબિત કરવામાં આવ્યાં છે અને એથી વધારે સાદાં એવાં પ્રમાણ નીકળી શકતાં નથી; તે કોઈ પણ સામાન્ય માણસને પણ સત્ય લાગે છે તેથી તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો કહેવામાં આવે છે. દરેક શાસ્ત્રીય વિષયમાં પ્રત્યક્ષ પ્રમાણની ખાસ જરૂર છે અને એવાં પ્રમાણો દરેક શાસ્ત્રમાં અંગીકાર કરવામાં આવ્યાં છે અને તેની મદદથી ગહન સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામાં આવ્યા છે; તેજ પ્રમાણો ભૂમિતિશાસ્ત્રમાં પણ ભૂમિતિનાં પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો છે અને તેની મદદથી ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામાં આવે છે. સિદ્ધ ભાગમાં જેમ જેમ વધારે પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોની જરૂર પડશે તેમ તેમ તેઓ કહેવામાં આવશે. અત્રે નીચેનાં પ્રમાણો કહેવામાં આવ્યાં છે:—

ઉ. રામની ચોપડીની કીંમત ત્રણ રૂપીઆ છે અને ગોવિંદની ચોપડીની કીંમત ત્રણ રૂપીઆ છે તો રામ અને ગોવિંદની ચોપડીની

\* આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો ને સ્વીકૃત કૃત્યો વિદ્યાર્થી પાસે મ્હોડે કરાવવાનાં નથી. પરંતુ શિક્ષકે તેની યોગ્ય સમજ આપવી.

કીમતો બરાબર છે. કારણ કે બન્ને ચોપડીની કીમત ત્રણ ત્રણ રૂપીઆ છે. માટે

(૧) જે પરિમિતો એકજ પરિમિતની બરાબર છે તે અરસપરસ બરાબર છે.

ઉ. રામ અને ગોવિંદ પાસે પાંચ પાંચ રૂપીઆ છે અને દરેકને બન્ને રૂપીઆ આપ્યા હોય તો બન્ને પાસે સાત સાત રૂપીઆ થશે કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપીઆ હતા અને બન્નેને સરખા રૂપીઆ આપ્યા છે. માટે

(૨) સમ પરિમિતોમાં સમ પરિમિતો ઉમેરીએ તો સરવાળો બરાબર છે.

ઉ. રામ અને ગોવિંદ પાસે દશ દશ રૂપીઆ છે અને દરેકની પાસેથી બન્ને રૂપીઆ લઈ લીધા હોય તો બન્નેની પાસે આઠ આઠ રૂપીઆ રહે છે; કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપીઆ હતા અને બન્નેની પાસેથી સરખા રૂપીઆ લઈ લીધા છે. માટે

(૩) સમ પરિમિતોમાંથી સમ પરિમિતો લઈ લઈએ તો બાદબાકી સમ પરિમિતો રહે છે.

ઉ. રામ અને ગો.પાળ પાસે ત્રણ ત્રણ રૂપીઆ હોય અને બન્નેના રૂપીઆ ચાર ચાર ગણા કર્યા હોય તો બન્ને પાસે ૧૨, ૧૨ રૂપીઆ થશે કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપીઆ છે અને બન્ને રકમ સરખી ગણી કરી છે. માટે

(૪) સમ પરિમિતો એકજ ગણા કર્યા હોય તો ગુણાકાર પણ સમ પરિમિતો છે.

ઉ. ગોવિંદ અને ગોપાળ પાસે વીશ વીશ રૂપીઆ છે અને દરેકની પાસેના રૂપીઆના પાંચ પાંચ સરખા ભાગ કર્યા હોય તો દરેકની પાસે ચાર ચાર રૂપીઆ રહેશે, કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપીઆ છે અને બન્નેની રકમના સરખા ભાગ કર્યા છે. માટે

(૫) સમ પરિમિતોના સરખા ભાગ કર્યા હોય તો ભાગાકાર પણ સમ પરિમિતો છે.

(૬) આખી વસ્તુ તેના કોઈ પણ ભાગથી મોટી છે. (અથવા કોઈ પણ ભાગ એકમથી નાનો છે.)

વળી એક કાગળને બીજા ઉપર મૂકતાં જો બરાબર અરસ-પરસ વધ્યા ઘટ્યા વગર આવી રહે તો તે બરાબર હોવા જોઈએ; અથવા તો

(૭) એક બીજાની સાથે અરસપરસ મળી જતા પરિમિતો બરાબર છે.

ઉપરનું દષ્ટાંત ફક્ત કાગળ માટે છે; પણ ઉપરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કોઈ પણ વસ્તુને લાગુ પડે છે. ભાવાર્થ કે કોઈ પણ લીટી, ખુણો યા આકૃતિને ઉંચકી, બીજી લીટી, ખુણો યા આકૃતિ ઉપર અનુક્રમે મૂકતાં અરસપરસ સરખાવવાથી વધ્યા ઘટ્યા વિના આવી રહે ત્યારે તે રીતિને સ્થાનોપરિ અથવા સમાધાન સ્થિતિ કહે છે; અને પહેલો પરિમિત બીજાની ઉપર સ્થાનોપરિ સ્થિત કહેવાય છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અત્રે આપ્યાં છે તેથી એમ નહિ સમજવું કે એનો ઉપયોગ અત્યાર સુધી આપણે કર્યો નથી; સામાન્ય રીતે દરેક કાર્યમાં એનો ઉપયોગ થાય છે અને તેથીજ તેની સત્યતાની કાંઈ પણ સાબિતી જોઈતી નથી.

## સ્વીકૃત કૃત્યો.

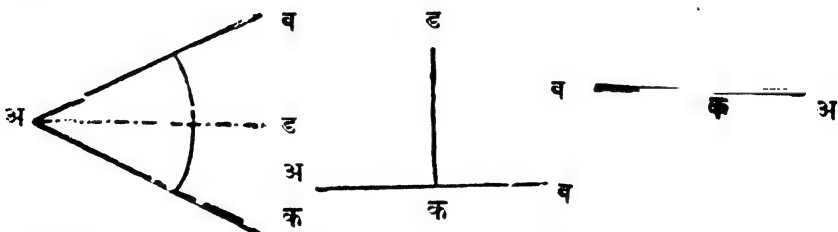
સીધી લીટીની વ્યાખ્યા ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે જે આપેલાં બિંદુની વચ્ચે હંમેશાં એકજ સીધી લીટી હોઈ શકે છે. કારણ કે જો જે બિંદુની વચ્ચે જે સીધી લીટી હો બન્નેની દિશા જે આપેલાં બિંદુની દિશા હોઈ શકતી નથી, અથવા તો જે સીધી લીટીથી અવ-કાશની સીમા થઈ શકતી નથી. અને જે સીધી લીટીઓને-એકની ઉપર બીજાને-એ પ્રમાણે મૂકીએ અને એકને બીજાની આસપાસ એક

છેડા (બન્નેને) સ્થિર રાખી ફેરવીએ તો તે ફરતી લીટી સ્થિર લીટી સાથે એક ખુણો કરે છે. આ ખુણો કરતી વખતે ફેરમાં એવી જગ્યામાં તે આવી હશે કે તેથી પ્રથમના ખુણાના બે સરખા ભાગ થશે; આવી ફરતી લીટી એક ખુણાના બે સરખા ભાગ કરતી સ્થિતિમાં એકજ વખતે આવશે. વળી ઉપરની ફરતી લીટી જે ફરતી ફરતી દ્વિકાટખુણુ ખુણો કરે તો તે એવી એક જગ્યામાં આવી હશે કે તે જગ્યાએ આડી લીટીને તે લંબ થશે, એટલે કે તે દ્વિકાટખુણુ ખુણાના બે સરખા ભાગ કરશે. ફરતી લીટીની આવી સ્થિતિ  $0^\circ$  થી  $180^\circ$  તો ખુણો ફરીને કરતી વખતે એકજ વખત આવશે. એજ પ્રમાણે જે અથ લીટી ઉપર ક બિંદુ અ થી વ તરફ જાય તો તે એવી એક જગ્યાએ આવશે કે તે તે જગ્યાએ અ અને 'વ બન્ને છેડાથી સરખે એંતરે છે. અને ફરતા બિંદુની આવી સ્થિતિ એકજ આવશે. આ ઉપરથી આપણે નિઃશંક ધારી શકીએ કે

(૧) એક ખુણાના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.

(૨) એક સીધી લીટી ઉપર એક લંબ દોરી શકાય છે.

અને (૩) એક સમર્યાદ સીધી લીટીના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.



(૧)  $\angle વઅહ = \angle કઅહ$ . (૨)  $કહ \perp અવ$ . (૩)  $વક = અક$ .

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયું છે કે ઘણી જાતના પ્રશ્નોમાં સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે; અને તે ચોક્કસ માપનાં હોય છે. સિદ્ધ ભાગમાં આવાં ચોક્કસ માપવાળાં સાહિત્યો અને એટલા બધાં

સાહિત્યોની જરૂર નથી. કારણ કે એ ભાગમાં જે કાંઈ સિદ્ધ કરીશું તે તેવી જાતના કાંઈ પણ પરિમિતને લાગુ પડશે અને કોઈ કોઈ પરિમિતનાં ચોક્કસ માપ લઈ શકાતાં નથી; તેથી સિદ્ધ ભાગમાં જે કાંઈ પણ સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે તે નીચેનાં છે:—

(૧) એક સીધી આંકણી (ઇચ વગેરેમાં આંકેલી હોય या ન હોય);

(૨) કંપાસ या કર્કટ.

આ સાહિત્યોની જરૂર નીચેનાં કામમાં પડે છે. ચૂકિલડના સમયથી ભૂમિતિશાસ્ત્રકારોએ કાંઈ પણ સત્યતા ભૂમિતિમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમને અનુસરી સાબિત થઈ શકે તેટલા માટે નીચેનાં સાદાં અને સહેલાં કાર્ય અંગીકાર કરેલાં છે. એ કાર્યો એવાં છે કે કાંઈ સારો ચિત્રકાર એની મેળેજ તેઓને એ સાહિત્યો વિના સહેલાઈથી કરી શકે છે; અને તે વખતે એ સાહિત્યોની મદદ જરૂરની પણ નથી. એ પ્રમાણે અંગીકાર થએલાં કાર્યોને સ્વીકૃત કૃત્ય કહે છે; એટલે કે એ કૃત્યો આપણે સ્વીકારી લીધેલાં છે.

સ્વીકૃત કૃત્યો:—

(૧) એક ખિંદુથી બીજા ખિંદુ સુધી એક સીધી લીટી દોરી શકાય છે.

અ ————— વ

(૨) એક સીધી લીટીને તેની પોતાની લંબાઈમાંજ લંબાવી શકાય છે.

અ ————— વ ————— ક

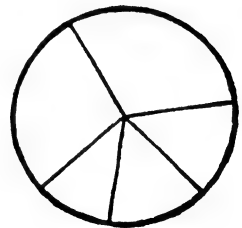
(૩) કોઈ પણ ખિંદુ મધ્ય ખિંદુ લઈ અને કોઈ પણ ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરી શકાય છે.

(૪) કંપાસથી મોટી લીટીમાંથી એક નાની લીટી બરાબર ભાગ પાડી શકાય છે. અને

(૫) એક લીટીને બે, ત્રણ, ચાર, ....ગણી કરી શકાય છે.

આ સિવાય ખીજનં પણ સ્વીકૃત્ય કૃત્યો આપેલાં છે પણ તે ઘણાંજ સહેલાં છે અને કવચિત્તજ વાપરવામાં આવે છે; જેમ કે અવકાશમાં એક ખિંદુ લેવું, એક લીટીને ખીજી લીટી ઉપર મૂકવી, વગેરે. સ્વીકૃત કૃત્યોને આપણે શરૂઆતમાંજ સ્વીકૃત યા કબુલ કરીએ છીએ. પહેલા સ્વીકૃત કૃત્યમાં જે ખિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી દોરવી હોય તો આંકણી મૂકી આંકણી સાથે પેન્સીલ ફેરવી બન્નેને સાંધીએ તો બન્ને સીધી લીટીથી સંધાય છે. તેમજ ખીજ સ્વીકૃત કૃત્યમાં કોઈ પણ સમર્યાદ લીટી આપી હોય અને તેને લંબાવવી હોય તો તેની સાથે બરાબર આંકણી મૂકી આંકણીની સાથે મરજી પડે તે દિશામાં તેને લંબાવાય છે. આ બન્ને કૃત્યોમાં કોઈ પણ જગ્યાએ એવું કહેવું નથી કે બન્ને ખિંદુની વચ્ચે આટલુંજ અંતર છે (પાંચ ઇંચ) યા સમર્યાદ લીટી આટલીજ લાંબી છે (૨૪ ઇંચ) અને તેને આટલીજ લંબાવવી; ખિંદુઓ ગમે ત્યાં આપ્યાં હોય છે અને સમર્યાદ લીટીને ગમે તેટલી લંબાવી શકાય છે. ત્રીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં ત્રિજ્યા જે લીટીની બરાબર લેવાની હોય તે લીટીના છેડા ઉપર કંપાસના છેડા ગોઠવવા અને તીણો છેડા આપેલા મધ્ય ખિંદુ ઉપર મૂકી ચાક અથવા પેન્સીલવાળા ખીજા છેડાને તે મધ્ય ખિંદુની આસપાસ બંધી બાજુએ તેટલીજ ત્રિજ્યા રાખી ફેરવી વર્તુળ દોરવો.

આ ઉપરથી કંપાસનો એક મુખ્ય ઉપયોગ જોવામાં આવે છે કે અમુક અંતરને એક સ્થાનથી ખીજા સ્થાનમાં લઈ જવું હોય તો તે કંપાસની મદદથી લઈ જઈ શકાય છે. તેમજ એક મોટી લીટી ઉપરથી નાનો કટકો કાપવો હોય (અથવા બરાબર) તો મોટી લીટીના છેડા ઉપર મધ્ય ખિંદુ રાખી નાની લીટીની ત્રિજ્યા લઈ જે એક વર્તુળનું કેંસ મોટી લીટીને છેદે તેમ દોરીએ તો તરતજ જોઈએ તેવડો કટકો



મળી આવે છે.



આ સ્વીકૃત કૃત્યો મુખ્ય છે અને સાદામાં સાદાં છે. તેમજ એ સિવાયનાં ઉપર જતાવેલાં બીજાં ત્રણ કૃત્યો પણ (જેવાં કે ખુણા દુભાગવાનું, લીટી દુભાગવાનું અને લીટી ઉપર લંબ દોરવાનું) ધારી લીધેલાં છે. જો કે આ કૃત્યોની સિદ્ધતા આગળ આવેલી છે; તો પણ આપણું કામ સરળ કરવાને માટે સિદ્ધ થયા અગાઉ તેઓને ધારી લીધાં છે.

## પ્રમેય અને કૃત્ય.

કર્તવ્ય ભાગમાં જતાવ્યા પ્રમાણે આકૃતિઓ સપાટ સદ્દાષ્ટિમાં હોય છે (અને નક્કર આકૃતિ યા ધન આકૃતિ પણ હોય છે). આ ભાગમાં ફક્ત સપાટ સદ્દાષ્ટિમાં જે લીટી યા આકૃતિ દોરી શકાય છે તેવીજ લીટીના આકૃતિઓનાં ગુણ અને રચનાનું વર્ણન કરવામાં આવશે. આ પ્રમાણે વિષયનું વર્ણન કરવાને માટે દરેક સત્યતા જુદા જુદા પ્રકરણમાં જતાવવામાં આવી છે. ભૂમિતિના જે ભાગમાં સપાટ સદ્દાષ્ટિની આકૃતિનું વર્ણન કરવામાં આવે છે તેને સપાટ ભૂમિતિ કહે છે. અને જુદી જુદી સત્યતા જતતાવનાર પ્રકરણને સિદ્ધાંત કહે છે. કોઈ વખત એકજ પ્રકરણ યા સિદ્ધાંતમાં જુદી જુદી સત્યતાઓ જતાવી છે, પણ તેનું કારણ એટલુંજ છે કે એવી સત્યતાઓ અરસપરસ નિકટ સંબંધ ધરાવે છે. એક સિદ્ધાંતમાં સામિત થએલી સત્યતા આગળના કોઈ પણ સિદ્ધાંતમાં સામિતી તરીકે આપી શકાય છે, અને એક પછી એક એમ જુદા જુદા સિદ્ધાંતમાં પાછળનાથી ચઢતી, યા સ્વતંત્ર સત્યતા સામિત કરવામાં આવી છે. સત્યતાના સ્વરૂપ પ્રમાણે સિદ્ધાંતના નીચેના બે ભાગ કર્યા છે:—

- (૧) પ્રમેય. જે સિદ્ધાંતમાં કોઈ સામિત કરવામાં આવ્યું છે—  
જેમકે કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે, યા કોઈ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેનાં બાજુ અને ખુણા બરાબર છે, તેને પ્રમેય કહે છે. પ્રમેયમાં કોઈ વખતે નવું કાર્ય કરવામાં આવે છે પણ ફક્ત તે અમુક ગુણ સામિત કરવાને માટેજ

અંગીકાર કરવામાં આવ્યું હોય છે; અને તે એવા સિદ્ધાંતનો મુખ્ય ઉદ્દેશ નથી.

પ્રમેયમાં મુખ્ય ઉદ્દેશ કાંઈ પણ સાબિત કરવાનોજ છે.

(૨) કૃત્ય. જે સિદ્ધાંતમાં કોઈ પણ ભૂમિતિની રચના કરવામાં આવી હોય છે તેને કૃત્ય કહે છે. પ્રમેય સિદ્ધાંતમાં જ્યારે કાંઈ સાબિત કરવાનું હોય છે ત્યારે કૃત્ય સિદ્ધાંતમાં હંમેશાં કાંઈક નવી રચના કરવાની હોય છે. જેમકે આપેક્ષા ખુણાની બરાબર એક ખુણો બનાવવો અથવા એક આપેક્ષી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા, વગેરે.

આ નવી રચના કરવી એજ કૃત્યનો મુખ્ય ઉદ્દેશ છે.

વળી કોઈ પણ સિદ્ધાંતના પાંચ ભાગ સામાન્ય રીતે હોય છે:-

(૧) સિદ્ધાંતમાં જે કાંઈ સાબિત કરવાનું હોય અથવા નવું રચવાનું હોય તેવી સત્યતા જે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં કહેવામાં આવી હોય તે સમૂહને સિદ્ધાંતની સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા અથવા ઉદ્દેશ કહે છે. જેમકે કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર થશે.

(૨) જે ભાગમાં સામાન્ય પ્રતિજ્ઞામાં જે કાંઈ ફક્ત શબ્દ સમૂહમાં કહેવામાં આવ્યું હોય તેનું આકૃતિ સહિત ચોક્કસ શબ્દોમાં વર્ણન કર્યું હોય તેને વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા યા સાધન કહે છે. જેમકે (૧) માં બતાવેલી સાધારણ પ્રતિજ્ઞાને ત્રિકોણની અકૃતિ કાઢી ખુણાનાં નામ આપી કહેવું કે ફલાણા ત્રિકોણના ફલાણા ત્રણ ખુણાઓ બે કાટખુણા બરાબર થશે.

(૩) સિદ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે અથવા કાંઈ નવું કરવાને માટે જે કાંઈ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે તે ભાગને સિદ્ધાંતની રચના કહે છે. જેમકે (૧) માં બતાવેલી પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિ સાથે વર્ણવ્યા પછી સમાન્તર સીધી લીટી દોરવી અને પાયાને લંબાવવો એ રચના છે.

(૪) જે ભાગમાં સાખિતિ સહિત પ્રમેયની સત્યતા બતાવી આપી હોય અથવા કૃત્યનું કાર્ય કરી આપ્યું હોય તે ભાગને સિદ્ધાંતની સાખિતિ યા સિદ્ધતા કહે છે; જેમકે (૧) માં બતાવેલી સત્યતા સાખિત કરી આપવી યા એક ખુણાની બરાબર બીજો ખુણો કરવો.

(૫) સિદ્ધાંતના પાંચમા અને છેલ્લા ભાગમાં પ્રતિજ્ઞામાં બતાવેલી સત્યતા યા કાર્ય થઇ રહ્યું છે એમ કહેવામાં આવે છે અને એ ભાગને સમાપ્તિ અથવા નિગમન કહે છે.

ઉપજ્ઞા પૃથક્કરણથી સ્પષ્ટ થશે કે કોઈ પણ સિદ્ધાંતમાં પ્રતિજ્ઞા-સામાન્ય અને વિશિષ્ટ-અને સમાપ્તિમાં તર્કશાસ્ત્રની મદદ જોઈતી નથી; કારણ કે જે સાધારણ શબ્દોમાં કહ્યું હોય તે તેમાં ચોક્કસ શબ્દોમાં કહેવામાં આવે છે. મુખ્ય ભાગો રચના અને સિદ્ધતા છે. કારણ કે સિદ્ધાંતમાં એવી રચના લેવી જોઈએ કે જેથી માગેલી સત્યતા બતાવી શકાય અને સાખિતી એવી અંગીકાર કરવી જોઈએ કે જેથી સિદ્ધાંતમાં માગેલી સત્યતા નીકળી શકે; આ ભાગોમાં તર્કશાસ્ત્રનો પ્રવેશ થાય છે. માટે આ ભાગનું મનન આગ્રહપૂર્વક કરવું.

વળી કોઈ પણ સિદ્ધ કરવામાં આવ્યું હોય અથવા બનાવવામાં આવ્યું હોય તે ઉપરથી નિકટ સંબંધ ધરાવનારી કોઈ પણ સત્યતા નીકળી શકતી હોય તો તેને તે સિદ્ધાંતનો ઉપસિદ્ધાંત કહે છે. આ ઉપસિદ્ધાંતની સત્યતા તેની ઉપરના સિદ્ધાંત પરથી તરતજ દેખાઈ આવે છે અને તેને માટે સામાન્ય રીતે જુદી સિદ્ધતા આપવામાં આવતી નથી, પણ તેને સિદ્ધાંતના ઉપસિદ્ધાંત તરીકે લેખવામાં આવે છે, અને તેને સિદ્ધાંતના અનુમાન તરીકે આપવામાં આવે છે.

કોઈ પણ પ્રતિજ્ઞામાં જે ભાગ હોય છે, જે ભાગ આપેલો હોય તેને પક્ષ કહે છે અને જે માગેલો હોય તેને સાધ્ય કહે છે.

દરેક પ્રમેયમાં કોઈ પણ સિદ્ધ કરવાનું હોય છે અને કૃત્યમાં કોઈ પણ રચવાનું હોય છે તેથી પ્રમેય અને કૃત્ય પુરું થતાં અનુક્રમે પ્ર૦ સિ૦ અને કૃ૦ કૃ૦ યા પ્રમેય સિદ્ધ અને કૃત્ય કૃત એવા શબ્દો લખાય છે.

## સંજ્ઞા.

ભૂમિતિનાં કાર્યમાં નીચે પ્રમાણે સંજ્ઞા તથા ચિહ્ન આપવામાં આવ્યાં છે:-

∴ માટે, અથવા તેથી; ∴ કારણ કે; મી. મીટર;

= બરાબર યા બરાબર છે; ∠ ખુણા; " ઇંચ.

Δ ત્રિકોણ. [ કાટખુણો. ' ફુટ.

|| સમાન્તર સીધી લીટીઓ. ⊥ લંબ મી. મી. મીલીમીટર

સં ૨૦ = || કોણ = સમાન્તર બાબુ ચતુષ્કોણ; સે. મી. સેન્ટીમીટર -

≡ સર્વ સમાન કે એકરૂપ. (અધી રીતે બરાબર). ડે. મી. ડેસીમીટર

> મોટી છે.

< નાની છે.

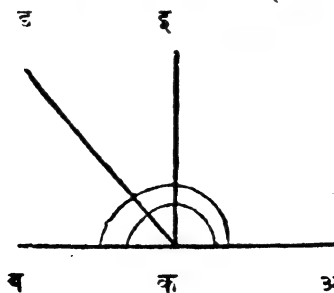
નોટ-શરૂઆતમાં આ સંજ્ઞા ધીમે ધીમે વાપરવામાં આવી છે અને વિદ્યાર્થીઓને અનુભવ થયા પછીજ ધીમે ધીમે વધારે સંજ્ઞા વાપરતા જવું.

### § ૧૩. સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણાઓનો સંબંધ.

#### પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧.

પ્રતિજ્ઞા સામાન્ય. એક સીધી લીટીની એકજ બાબુએ બીજી સીધી લીટીથી થતા પાસે પાસેના ખુણા બન્ને મળીને બે કાટખુણાની બરાબર છે.

પ્રતિજ્ઞા વિશિષ્ટ. અથ સીધી લીટીની એકજ બાબુએ ઢક સીધી લીટી અકઢ અને વકઢ બે પાસે પાસેના ખુણા કરે છે; ત્યારે તે બન્ને મળીને બે કાટખુણાની બરાબર થશે.



રચના. ધારો કે ક બિંદુમાંથી અથ ઉપર કઈ લંબ દોરી છે. (સ્વી).  
સિદ્ધતા. કારણ કે અકલ અને વકલ ખુણા મળીને અકલ, ફકલ  
અને હકલ ખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને તેમજ અકલ અને ફકલ ખુણા મળીને એજ ત્રણ અકલ,  
ફકલ અને હકલ ખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

તેથી  $\angle$ અકલ અને  $\angle$ વકલ =  $\angle$ અકલ અને  $\angle$ ફકલ; (પ્ર૦ પ્ર૦)

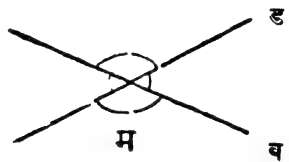
પણ  $\angle$ અકલ અને  $\angle$ ફકલ = ૨ કાટખુણા; (રચના)

નિગમન. તેથી  $\angle$ અકલ અને  $\angle$ વકલ = બે કાટખુણા. (પ્ર૦ પ્ર૦) પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. જો કોઈ બે સીધી લીટી એક બીજીને  
છેદે તો \*છેદનબિંદુ આગળ થતા ચાર ખુણાનો સરવાળો  
ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

કારણ કે  $\angle$ અમક +  $\angle$ કમઅ મળી અ  
બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

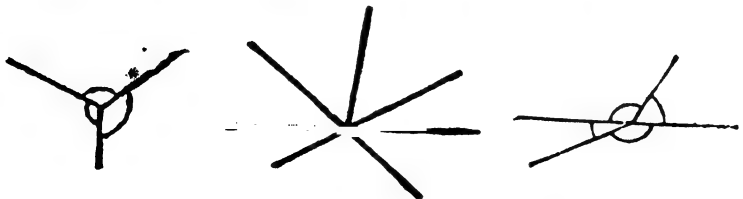
અને  $\angle$ વમલ +  $\angle$ હમઅ મળી પણ  
બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧) ક



∴ એ ચાર ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. ગમે તેટલી સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં  
આવી મળે તો આ છેદનબિંદુ આગળ થતા બધા ખુણાનો  
સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

કારણ કે ગમે તે એક લીટીને લંબાવીએ તો સામાન્ય છેદન-  
બિંદુ આગળના સર્વ ખુણાઓ ચાર કાટખુણા બરાબર છે. (ઉ૦ સિ૦ ૧)



\*બે અથવા વધારે લીટીઓ જો બિંદુમાં છેદે તેને છેદનબિંદુ કહે છે.

## પ્રશ્નો.

૧.  $૨૭^\circ$ ,  $૫૩^\circ$ ,  $૧૧૨^\circ$ ,  $૧૭૬^\circ$ ,  $૨૧^\circ$ ,  $૫૬^\circ$ ,  $૧૦૧^\circ$  અને  $૫૨^\circ$  ના ન્યૂનતાપૂરક યા દ્વિકાટખુણપૂર્ણી ખૂણા કહો.

૨.  $૧૨^\circ$ ,  $૨૩^\circ$ ,  $૪૬^\circ$ ,  $૫૫^\circ$  ના કોટિખુણા યા એક કાટખૂણાપૂર્ણી ખૂણા કહો.

૩. જો એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટીને છેદે તો એક ખુણો કાટખુણો કરે તો બાકીના ખુણાઓ પણ કાટખુણા છે એમ બતાવો.

૪. સરખા ખુણાના કોટિખુણાઓ બરાબર છે એ સિદ્ધ કરો.

૫. સરખા ખુણાના ન્યૂનતાપૂરક ખુણા બરાબર છે.

૬.  $\triangle$  અથવા  $\angle$  અથવા  $\angle$  અથવા, અને બકને બન્ને દિશામાં લંબાવીએ તો બતાવો કે એ પ્રમાણે થતા બહારના ખૂણા પણ બરાબર છે.

૭.  $\triangle$  અથવા  $\angle$  અથવા  $\angle$  અથવા, અને અથ અને અકને લંબાવીએ તો બતાવો કે પાયાની બહારના ખુણા પણ બરાબર છે.

૮. જો એક સીધી લીટી ઉપર બીજી સીધી લીટી પડે તો પાસે પાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ અરસપરસ લંબ છે.

૯. એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખુણા (દરેક)  $૭૫^\circ$  ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેના ખુણો કેવડો?

૧૦. એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખુણાઓ  $૭૨^\circ$  અને  $૧૦૮^\circ$  ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેના ખુણો કેવડો?

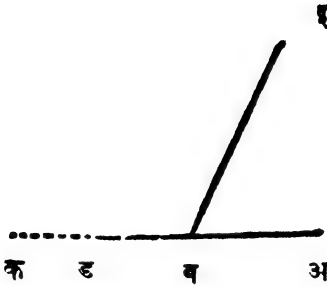
૧૧. ત્રણ ખુણાઓ અનુક્રમે  $૬૭^\circ$ ,  $૧૧૦^\circ$  અને  $૩૩^\circ$  ના એકજ શિરોબિંદુ આગળ પાસે પાસે છે. જો ત્રણેને દુભાગીએ તો છેલ્લી અને પહેલી દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેના ખુણો કેવડો?

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં બધાં દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેના ખુણો કેવડા?

## પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા. જો પાસે પાસેના ખુણા ન્યૂનતાપૂરક હોય તો તે ખુણાની બહારની લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા કે સાધન.  $\angle$  અથવા અને  $\angle$  અથવા પાસે પાસેના ખુણા ન્યૂનતાપૂરક છે, ત્યારે તેની બહારની શાખાલીટીઓ અથ અને અથ એકજ સીધી લીટીમાં થશે; એટલે અથ સીધી લીટી થશે.



રચના. અવ ને ક સુધી લાંબાવો. (સ્વી. ૬૦)

સિદ્ધતા. કારણ કે અવક એક સીધી લીટી છે, અને ફવ તેની ઉપર પડે છે.

$\therefore \angle અવફ અને \angle કવફ$  ન્યૂનતાપૂરક છે. (પ્ર. ૦ સિ. ૧)

પણ  $\angle અવફ અને \angle હવફ$  ન્યૂનતાપૂરક છે, (પ્રતિજ્ઞા)

$\therefore \angle અવફ + \angle હવફ = \angle અવફ + \angle કવફ$ . (પ્ર. ૦ પ્ર. ૦)

એ બંને જોડમાંથી સામાન્ય  $\angle અવફ$  લઈ લો;

$\therefore \angle હવફ = \angle કવફ$ . (પ્ર. ૦ પ્ર. ૦)

અને આ બે સરખા ખુણાઓની એક શાખાલીટી વડ સામાન્ય છે. અને એ ખુણાઓ એ સામાન્ય શાખાલીટીની એકજ બાજુએ છે.

$\therefore$  વક, વહ એકજ સીધી લીટીમાં હોવી જોઈએ.

અને અવક એક સીધી લીટી છે, (રચના)

નિગમન.  $\therefore$  અવહ પણ સીધી લીટી છે. પ્ર. ૦ સિ. ૦

### પ્રશ્નો.

૧. અવ ની સાથે વક અને વહ વિરુદ્ધ બાજુ ઉપર અનુક્રમે  $૬૫^\circ$  અને  $૧૧૫^\circ$  ના ખુણા કરે છે તો વક અને વહ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૨. વક સાથે વિરુદ્ધ બાજુએ વઅ અને વહ અનુક્રમે એકેક ક'ટખુણો કરે છે તો વઅ અને વહ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૩.  $\angle વઅક = ૬૦^\circ$  અને  $વઅ = ૨''$  અને  $અક = ૨''$ ;  $\angle વઅક$  ને દુભાગનારી લીટી વક ને હ માં મળે છે તો વહ અને હક માપો; અને  $\angle અહવ$  ના ન્યૂનતાપૂરક અને કોટિખુણા કહો.

૪. અવક લીટીની વિરૂધ્ધ ખાજુએ  $\angle$  અવક અને  $\angle$  કવઈ બરાબર છે તો બતાવો કે ઢવ અને વઈ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૫. પાસે પાસેના ખૂણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ ને કાટખુણે મળતી હોય તો એ ખુણાની બહારની શાખા લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૬. સામસામેના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે એમ સિધ્ધ કરો.

૭. કોઈ પણ પેન્સીલને વચ્ચેથી પકડી આમ તેમ ફેરવીએ તો તેના બંને ભાગો સરખા ખુણામાંથી ફરશે.

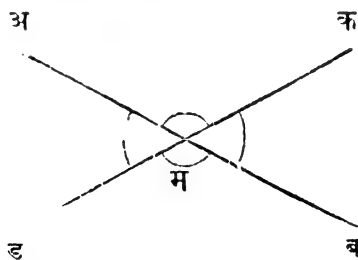
૮. અવક અને ઢવઈ સીધી લીટીઓ એક બીજીને વ માં છેદે તો  $\angle$  અવક +  $\angle$  ઢવક = ? અને  $\angle$  ઢવક +  $\angle$  કવઈ = ?

૯. એકજ લીટીની આસપાસ બે ખૂણાઓ  $૭૨^\circ$  અને  $૧૦૮$  ના છે તો બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે ?

૧૦. બે સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદે તો સામસામેના ખુણાની કેટલી નેડ થશે ?

### પ્રમેય સિદ્ધાંત ૩.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા ને બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને છેદે તો સામસામેના ખુણાઓ બરાબર છે.



વિશિષ્ટ પ્ર૦. અવ અને કવ બે સીધી લીટીઓ મ બિંદુમાં છેદે છે તો  $\angle$  અમક =  $\angle$  વમક થશે; અને  $\angle$  અમક =  $\angle$  કમવ થશે.

સિધ્ધતા.  $\therefore$  કવ એક સીધી લીટી છે અને અમ તેની ઉપર પડે છે.



$\therefore \angle \text{અમક} + \angle \text{અમઢ} = 2 \text{ કાટખુણા.}$  (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

અને  $\therefore$  હમ, અવ ઉપર પડે છે,

$\therefore \angle \text{અમઢ} + \angle \text{વમઢ} = 2 \text{ કાટખુણા.}$  (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

$\therefore \angle \text{અમક} + \angle \text{અમઢ} = \angle \text{અમઢ} + \angle \text{વમઢ};$  (પ્ર૦ પ્ર૦)

આ બંને સરખી બેઠમાંથી સામાન્ય  $\angle \text{અમઢ}$  લઇ લેા;

નિગમન.  $\therefore \angle \text{અમક} = \angle \text{વમઢ};$  (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને તેજ પ્રમાણે  $\angle \text{અમઢ} = \angle \text{કમવ}$  પણ છે. પ્ર૦ સિ૦

### પ્રશ્નો.

૧. ઉપલા સિદ્ધાંતમાં  $\angle \text{અમઢ} = \angle \text{કમવ}$  છે તે પૂર્ણ સિદ્ધતા લખી એ સિદ્ધાંત સાબિત કરો.

૨. કોઈ પણ ત્રિકોણની સઘળી બાજુઓ બંને દિશામાં લંબાવી કહો કે કયા કયા ખુણા બરાબર છે.

૩. નીચેની આકૃતિમાં બે  $\angle \text{અ} = \angle \text{ઇ}$  તો  $\angle \text{ઇ} = \angle \text{ફ};$

બે  $\angle \text{વ} = \angle \text{લ}$  તો  $\angle \text{ઇ} = \angle \text{ક};$

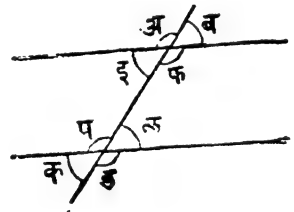
બે  $\angle \text{વ} = \angle \text{લ}$ , તો  $\angle \text{ફ} = \angle \text{ઢ}$

અને  $\angle \text{ઇ} = \angle \text{લ};$  બે  $\angle \text{ઇ} + \angle \text{પ}$

$= 2 \text{ l.}$ , તો  $\angle \text{ફ} + \angle \text{લ} = 2 \text{ l.}$ ,

$\angle \text{વ} + \angle \text{ઢ} = 2 \text{ l.}$ , અને  $\angle \text{અ}$

$+ \angle \text{ક} = 2 \text{ l.}$  છે.



૪. બે લીટીઓ એક બીજાને છેદે તો એક ખુણાને દુભાગનારી લીટી સામેના ખુણાને પણ દુભાગે છે એમ સાબિત કરો.

૫. સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકબી સીધી લીટીમાં છે.

૬. પ્રમેય સિદ્ધાંત ઝાળની આકૃતિમાં બે

(૧)  $\angle \text{અમક} = ૬૧^\circ$ , તો બીજા ખુણા કેવડા ?

(૨)  $\angle \text{અમક} + \angle \text{વમઢ} = 220^\circ$  તો બીજા ખુણા કેવડા ?

(૩)  $\angle \text{અમક} + \angle \text{અમઢ} + \angle \text{હમવ} = 231^\circ$  તો દરેક ખુણો શું ?

૭. વઢ,  $\angle \text{અવક}$  ને દુભાગે છે તો વઢ ઉપર  $\angle \text{અવક}$  ને બેવડ વાળીએ ત્યારે અવ કયાં પડશે ? અવ, વક ની બહાર અને અંદર કયારે કયારે પડશે ?

૮. બે લીટીઓ એક બીજીને છેદતાં એક ખૂણો  $14^\circ$  નો કરે છે તો બાકીના ખૂણા કેવડા ?

૯. ત્રણ લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદતાં પાસેપાસેના બે ખૂણા  $24^\circ$  અને  $41^\circ$  ના કરે છે તો બાકીના ખૂણા કેવડા ?

૧૦. એક ચતુષ્કોણમાં બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવતાં બહારના ખૂણા  $46^\circ$ ,  $114^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $48^\circ$ , થાય છે તો તેની પાસેના ખૂણા કેવડા ?

૧૧. એક આંકણી એક લીટી ઉપર ફરીને  $27^\circ$ ,  $112^\circ$ ,  $77^\circ$ , અને  $84^\circ$  ના ખૂણા કરે છે તો તેની પાસેના અને સામેના ખૂણા તે કેવડા કરશે ?

## § ૧૪. સમાન્તર સીધી લીટી અને તેથી થતા

ખૂણાઓનો સંબંધ.

સમાન્તર સીધી લીટીઓ એકજ સદ્ધાષમાં હોવી જોઈએ. જો એક લીટી એક ચોપડી પર હોય અને બીજી લીટી એક સ્લેટ પર હોય અને આ લીટીઓ જો કે ગમે તેટલું લંબાવવાથી મળતી નથી તો પણ આ ભૂમિતિમાં એવી સમાન્તર લીટીઓ લેવામાં આવી નથી. આ ભૂમિતિમાં એકજ સદ્ધાષમાં પડતી સમાન્તરો લીધી છે. બે લીટી ઉપર એક આડી લીટી પડે અને એ પ્રમાણે જે જે ખૂણાઓ બન્યાં હોય તેની સમજણ માટે કૃતવ્ય ભાગમાં જુઓ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪ થી વિદ્યાર્થીને બારી લાગશે માટે તે શીખવવા અગાઉ શિક્ષકે નીચે પ્રમાણે પ્રયોગ કરી બતાવવો:—

અથ, કહ બે લીટીને છેદતી એક વાળ આડી લીટી દોરો અને તેમાં  $\angle$ અડલ અને  $\angle$ ફલક દરેક  $90^\circ$  નો કરો; પછી  $\angle$ બડલ અને  $\angle$ ફલક નાં માપ લો.

પછી બડલ ભાગની નકલ પાતળા કાગળ પર કરો. અને તેને ફેરવીને (ડાબા હાથ તરફ) કલહઅ ભાગ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે ફલ લીટી લઈ સાથે મળી જાય. ફલ, લકનું શું થાય છે ? કારણ શું ?

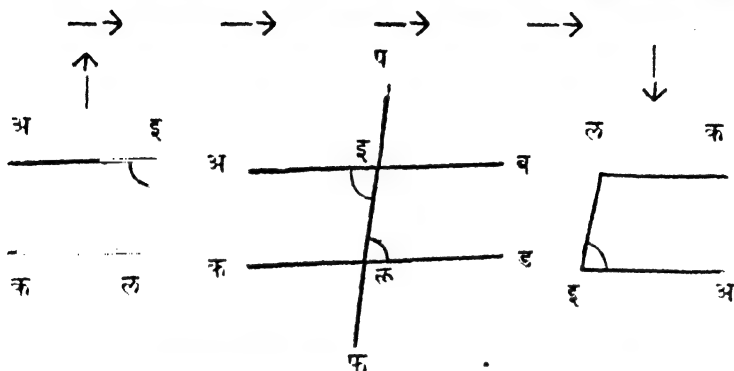
જો ફલ, લક ને લંબાવતાં તેઓ મળે તો લક, ફલ ને વિષે શું અનુમાન કરો ? તેથી અફલ, કલહ વિષે શું અનુમાન કરો ?

જો ફલ, લક ને લંબાવતાં તેઓ ન મળે તો શું અનુમાન નીકળે છે ? આ પ્રમાણે બતાવો કે અથ || કહ છે.

## પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪.

એક સીધી લીટી બીજી એ સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જે વ્યુત્ક્રમ ખુણાનું જેડકું બરાબર હોય તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લીટીઓ છે.

અવ, કહ બે સીધી લીટીને વફ એક આડી સીધી લીટી હ. લ માં અનુક્રમે છેદે છે ત્યારે જે  $\angle અહલ = \angle હલહ$ , તો અવ  $\parallel$  કહ થશે.



આકૃતિમાંથી અહલક ભાગ (કાપીને કે નકલ કરીને) છૂટો કરી તીરની દિશામાં ફેરવીને એવી રીતે મુકો કે લ, હ ઉપર અને હ, લ ઉપર પડે.

$\therefore$  હલ = લહ અને  $\angle અહલ = \angle હલહ$ ,  $\therefore$  હઅ, લહ ઉપર પડશે. અને  $\therefore \angle અહલ = \angle હલહ$ ,  $\therefore$  તેઓના ન્યૂનતાપૂરક  $\angle વહલ = \angle કલહ$  (!)

$\therefore$  લક, હવ ઉપરજ પડશે.

હવે જે અવ, કહ લીટીઓ સમાન્તર ન હોય તો તેઓ લંબાવતાં જમણી કે ડાબી બાજુએ મળશે. ધારો કે તેઓ વ, હ તરફ લંબાવતાં મળે છે. પણ લહ, હવ ની જે દિશા છે તેજ દિશા હઅ, લક ની પણ છે; તેથી હઅ, લક પણ અ, ક તરફ લંબાવતાં મળશે. એટલે

અવ, કહ બે સીધી લીટી અવકાશનો ભાગ રોકી શકે છે. પણ એ બંને સીધી લીટી હોવાથી એ અશક્ય છે.

$\therefore$  કોઈ પણ બાજુ પર અવ, કહ મળે નહિ.  $\therefore$  અવ  $\parallel$  કહ છે. પ્ર. સિ.

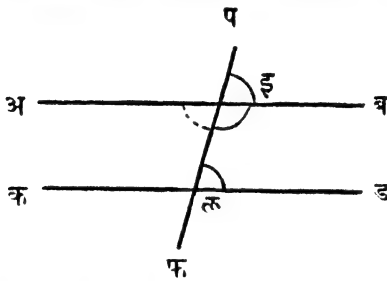
## પ્રમેય સિદ્ધાંત ૫.

જો એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે બે—

(૧) બહારનો એક ખુણો આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના સામેના ખુણાની બરાબર હોય; અથવા

(૨) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય;

તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લીટીઓ છે.



પફ આડી લીટી અવ, કડ બે સીધી લીટીને અનુક્રમે ઇ, લ માં છેદે છે. ત્યારે

(૧). જો બહારનો  $\angle$ પઈવ =  $\angle$ પલડ હોય, તો અવ  $\parallel$  કડ થશે.

કારણકે  $\angle$ પઈવ =  $\angle$ પલડ, ( $\angle$ ઈલડ),

અને  $\angle$ પઈવ =  $\angle$ અઈલ,

(પ્ર૦ સિ૦ ૩)

$\therefore \angle$ અઈલ =  $\angle$ ઈલડ ( $\angle$ પલડ),

(પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે,

$\therefore$  પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪ પ્રમાણે અવ  $\parallel$  કડ છે.

(૨). જો  $\angle$ વઈલ +  $\angle$ ઈલડ = ૨  $\angle$ , તો અવ  $\parallel$  કડ થશે.

કારણ કે  $\angle$ વઈલ +  $\angle$ ઈલડ = ૨  $\angle$ ,

(પ્રતિતા)

અને  $\angle$ વઈલ +  $\angle$ અઈલ = ૨  $\angle$ ,

(પ્ર૦ સિ૦ ૧)

$\therefore \angle$ વઈલ +  $\angle$ ઈલડ =  $\angle$ વઈલ +  $\angle$ અઈલ.

(પ્ર૦ પ્ર૦)

અને જોડમાંથી સામાન્ય  $\angle$ વઈલ લઈ લો;

∴  $\angle$ ઇલઢ =  $\angle$ અઇલ.

(પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે,

∴ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪ પ્રમાણે અબ || કઢ છે. (પ્ર૦ સિ૦)

ઉપસિદ્ધાંત. જો બે સીધી લીટી બન્ને ત્રીજી સીધી લીટીને લંબ હોય તો તે બે સમાન્તર સીધી લીટી છે.

**પ્રશ્નો ( સિ. ૪ ને ૫ ઉપર ).**

૧. સિદ્ધાંત ૪ થાનો ઉપસિદ્ધાંત સાબિત કરો.

૨. બે અથવા વધારે સમાન્તર સીધી લીટીને મળતી આડી લીટીઓ જો || ને લંબ હોય તો એ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો સમાન્તરબાજુ છે.

૩. અબકઢ ચતુષ્કોણમાં  $\angle$ બઅક =  $\angle$ અકઢ અને  $\angle$ ઢઅક =  $\angle$ અકબ તો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ છે એમ બતાવો.

૪. અબકઢ ચતુષ્કોણમાં  $\angle$ અ =  $\angle$ બ અને વક = અઢ; તો આકૃતિને કાપીને, ઉલટ પાલટ ફેરવીને અને મૂળ સ્થિતિમાં પાછી ગોઠવીને બતાવો કે અબ || કઢ,

૫. લીટીના પરિવર્તનથી ખૂણો થાય છે એ સત્યતાને આધારે ઉપલો સિદ્ધાંત સાબિત કરો.

**પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ.** એક બીજીને છેદતી બે લીટીઓ બન્ને ત્રીજી લીટીને સમાન્તર હોઇ શકે નહિ. અથવા કોઈ પણ

અ —	=====	ફ બિંદુમાંથી એકજ
ફ —	=====	વ લીટી આપેલી લી-
ક —	=====	ઢ ટીને સમાન્તર દોરી

અબ, ફફ, અરસપરસ છેદે છે.

શકાય છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કહેવાય છે.

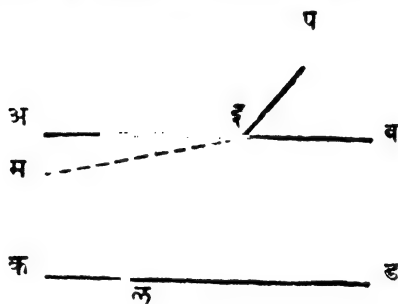
નોટ—જો અબ, કઢ સમાન્તર હોય તો અબ, કઢ વચ્ચેનું અંતર બંધી જગ્યાએ એકજ છે. અને અબ ને ફફ છેદે છે તેથી કઢ, ફફ વચ્ચેનું અંતર અબ, કઢ વચ્ચેના અંતર કરતાં કોઈ જગ્યાએ વધે અને કોઈ જગ્યાએ ઘટે; તેથી ફફ, કઢ વચ્ચેનું અંતર એકજ રહી શકે નહિ; તેથી ફફ, કઢ સમાન્તર હોઇ શકે નહિ.

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે.

(૨) બહારનો ખુણો માંડેના સામેના આડી બીટીની

એકજ બાબુ તરફના ખુણાની બરાબર છે; અને

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે.



ફ  
 અવ, કહ જે સમાન્તર સીધી લીટીને વફ એક આડી સીધી  
 લીટી અનુક્રમે ઇ, લ માં છેદે છે તે।

(૧)  $\angle$ અહલ =  $\angle$ હલહ થશે;

(૨) બહારનો  $\angle$  પૃથ્વ = માંહેના સામેના  $\angle$  ફલક થશે; અને

(3) માંહેના  $\angle$ ફલહ +  $\angle$ બફલ = ૨ [ થશે.

(૧). જો  $\angle$ અડલ,  $\angle$ ફલહ ની બરાબર ન હોય તો

ધારો કે  $\angle મહલ = \angle ફલહ$  છે.

$\therefore \angle મહલ = \angle ફલહ, \therefore મહ \parallel ફહ$  છે. (પ્ર. સિ. ૪)

पण अब ॥ कड;

∴ મહ અને અહ બંને || કહ છે.

પણ એ અશક્ય છે. (પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ)

∴ ∠અહલ અને ∠હલહ બરાબર નથી એ અશક્ય છે.

$\therefore \angle \text{અઈલ} = \angle \text{ઈલઈ}$  છે.

(2). હવે  $\angle અઈલ = \angle ઇલઙ$ , (સિદ્ધ)

અને  $\angle પડવ = \angle અડલ$ , (પ્ર૦ સિ૦ ૩)

$\therefore \angle \text{પડચ} = \angle \text{હલહ છે.} \quad (પ૦ પ્ર૦)$

(3).  $\therefore \angle \text{अइल} = \angle \text{इलड};$  (सिद्ध)

માટે બન્નેમાં  $\angle$  વડા ઉમેરીએ તો

$$\angle \text{अइल} + \angle \text{बइल} = \angle \text{इलड} + \angle \text{बइल}; \quad (५० \ ५०)$$

પણ  $\angle અહલ + \angle ઘહલ = 2$  | (પ્ર. સિ. ૧)

∴  $\angle \text{इलड} + \angle \text{बइल} = 2$  [ छे. (५० प्र०). प्र. सि.

ઉપસિદ્ધાંત. કેઈ પણ ખુણાની શાખાલીટીઓની સમા-  
ન્તર બે લીટીઓ દોરી હોય તો આ બે લીટીનો અંતર્ખુણો  
આપેલા ખુણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.

અવક આપેલો ખુણો છે અને વચ સમાન્તર હઈ, અને વક  
સમાન્તર હલ દોરી છે.

अ इ

(૧). જે વાત ની દિશામાં હૃદય ને,

અને વક્ર ની દિશામાં ડલ ને દોરી હાય વ            ક

તો  $\angle$  અવક,  $\angle$  ફલ અરાઅર છે.

ल - ल

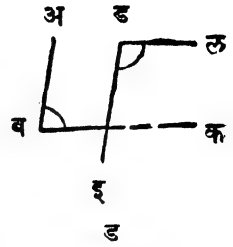
(૨). જે વચ ની વિરુદ્ધ દિશામાં

હદ ને, અને વક્ર ની વિરુદ્ધ દિશામાં

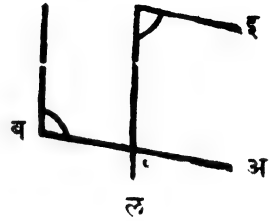
ਫਲ ਨੇ ਧਾਰੀ ਹੋਯਾ ਤੇ। ਅਬਕ, ਅਫਲ

પરંપર છે.

(૩). જો વાક ની વિરુદ્ધ દિશામાં ઢલ ને,  
અને વાક નીજ દિશામાં ઢલ ને દોરી હોય તો  
 $\angle$ અવક,  $\angle$ ફલ ન્યૂનતાપૂરક છે.



(૪). જો વાક નીજ દિશામાં ઢલ ને, ક  
અને વાક ની વિરુદ્ધ દિશામાં ઢલ ને દોરી  
હોય તો  $\angle$ અવક,  $\angle$ ફલ ન્યૂનતાપૂરક છે.



### પ્રશ્નો.

૧. જો અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને છેદતી આડી લીટી જો એકને લંબ હોય તો તે બધી સમાન્તરોને લંબ છે એમ બતાવો.

૨. સિદ્ધાંત ૬ માં પહેલા ભાગની મદદ વિના બીજો ભાગ સિદ્ધ કરો.

૩. જો સમાન્તર લીટીની જો જોડ અરસપરસ છેદી એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે તો બતાવો કે (૧) કયા કયા ખૂણા બરાબર છે; (૨) કયા કયા ખૂણાનો સરવાળો જો કાટખૂણા બરાબર છે; અને (૩) કયા કયા ખૂણા અરસપરસ દ્વિકાટખૂણાખૂણી છે.

૪. એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કઈ દોરીને કહો કે કયા કયા ખૂણા બરાબર છે?

૫. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખૂણા સરખા છે.

૬. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બધા ખૂણાનો સરવાળો કેટલો?

૭. પ્રશ્ન ૬ પરથી ત્રિકોણના ખૂણાનો સરવાળો કરો.

૮. જો કોઈ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તો તે લંબચોરસ છે.

૯. કોઈ પણ ખૂણાની શાખા લીટીની સમાન્તર જો



લીટી દોરી હોય તો આ બે લીટીને અંતર્બુજો આપેલા ખુણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.

૧૦. અથ  $\triangle$  માં  $\angle B = \angle C$  ને ડઈ || થકી તો  $\angle ADB = \angle ADC$  છે.

૧૧. ત્રિકોણની બહારના ખૂણાને દુભાગનાર લીટી એક બાજુને સમાન્તર હોય તો ત્રિકોણમાં બે ખૂણા સરખા છે એમ બતાવો.

૧૨. એક જ લીટીને દોરેલી બધી લંબો અરસપરસ સમાન્તર છે.

૧૩.\* અથ || પાઠ અને થકી || પલ તો  $\angle B$  અને  $\angle C$  ને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર અથવા લંબ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૪.\* સિ. ૬ માં ૬, લ આગળના અંદરના ચાર ખુણાને દુભાગનાર લીટીઓ એક લંબચોરસ બનાવે છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૫.\* સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણના અંદરના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક લંબચોરસ બનાવે છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૬.\* અથ || કડ છે; તેઓને આડી લીટી પ, ર માં છેદે છે.  $\angle P$ ,  $\angle R$  ને દુભાગનાર લીટીઓ મ માં મળે છે. સળ રચનાથી બતાવો કે (મપ, મર ઉપર સળ વાળીને) મ, અથ અને કડ થી સમાન અંતરે છે.

૧૭.\* એક લીટી બીજી બે લીટીને છેદે અને માંહેના એક બાજુ તરફના બે ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા હોય તો જે બાજુ ઉપર બે ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા હોય તે બાજુ તરફ એ બે લીટીઓ લંબાવતાં મળે છે એમ બતાવો.

૧૮.\* બે લીટીઓની વચ્ચેના સાંકડા ખુણો તે બે લીટીઓને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓની વચ્ચેના સાંકડા ખુણાની બરાબર છે; અને પહોળો પડોળા ખુણાની બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૯\* કોઈ પણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર લીટી દોરી સિદ્ધ કરો કે ત્રિકોણનાં ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.

\* પુલડીવાળા પ્રશ્નો વધારે ઉપયોગી છે તેમજ ઘણી વખત કઠણ પણ છે. એવા અને મોટા અક્ષરોવાળા પ્રશ્નોના આધાર આગળના પ્રશ્નોની સિદ્ધતામાં કોઈ રીઠ નળ્યાએ લીધા છે.

૨૦.\* એક ત્રિકોણનાં બે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુની સમાન્તર લીટી દોરી એક સ. ચ. પુરો કરી બતાવો કે ત્રિકોણના બે ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.

### સિદ્ધતાનો પ્રકાર.

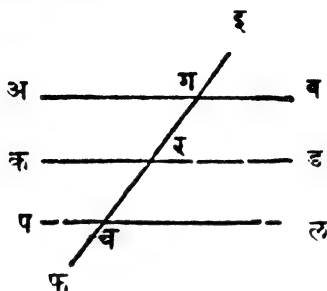
સિદ્ધાંત ૬ઠ્ઠા ઉપરથી માત્રમ પડશે કે પહેલા પાંચ સિદ્ધાંતમાં જે રીતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેનાથી એ સિદ્ધતા જુદીજ છે. પહેલા પાંચની સિદ્ધતા સુલટી છે અને ૬ઠ્ઠામાં એ સિદ્ધતા ઉલટી છે. કોઈ પણ સિદ્ધાંત આપણે સિદ્ધ કરવાનો છે અને જ્યારે આપણે બતાવીએ છીએ કે એ સિદ્ધાંત ખોટો નથી. કારણ કે જે ખોટો હોય હોય તો કોઈ વિપરીત પરિણામ આવે છે, ત્યારે તે ઉલટી સિદ્ધતા કહેવાય છે. ૬ઠ્ઠા સિદ્ધાંતમાં આપણે સાધ્યને ખોટો માની તેથી ઉલટું પરિણામ આપ્યું છે. અને જ્યાં જ્યાં આવી ઉલટી સિદ્ધતા અંગીકાર કરવામાં આવે છે ત્યાં ત્યાં એવાં ઉલટાં અને વિપરીત પરિણામ આવે છે.

### પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો.

જ્યારે એક સિદ્ધાંતનો પક્ષ ભાગ બીજા સિદ્ધાંતનો સાધ્ય ભાગ હોય અને પહેલાનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે એવા સિદ્ધાંતો એક બીજાના પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ કહેવાય છે. સિદ્ધાંત ૪ ને ૫ ના પક્ષમાં ખુણાઓનો સંબંધ આપેલો છે અને સાધ્યમાં લીટી || કરવાની છે. ત્યારે સિદ્ધાંત ૬ઠ્ઠાના પક્ષમાં લીટી || આપેલી છે અને સાધ્યમાં  $\angle$ ઓનો સંબંધ શોધવાનો છે. તેથી એ બે સિદ્ધાંતો પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ છે. ‘પ્રતીપ’ યા ‘વ્યત્યાસ’ નો અર્થ ‘ઉલટો’ છે. આ ઉપરથી સમજાશે કે કોઈ પણ સિદ્ધાંતનો પ્રતીપ સિદ્ધાંત હોઈ શકે છે; પણ એક સિદ્ધાંત સત્ય હોય તો તેનો પ્રતીપ સિદ્ધાંત હંમેશાં સત્ય છે એવું નથી; જેમકે બે ત્રિકોણોમાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય તો ખુણા પણ બરાબર છે. પણ તેનો પ્રતીપ-ખુણા બરાબર હોય તો બાજુઓ પણ બરાબર છે એ હંમેશાં સત્ય નથી.

## પ્રમેય સિદ્ધાંત ૭.

જે સીધી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ સમાન્તર છે.



અવ અને કઢ લીટી બન્ને પલ ને ॥ છે તો અવ, કઢ ॥ થશે.  
રચના. ફફ આડી લીટી ત્રણે સમાન્તરોને અનુક્રમે ગ, ર, વ માં છેદે તેમ દોરો.

સિદ્ધતા.  $\therefore$  અવ ॥ પલ, અને ફફ બન્નેને છેદે છે,

$$\therefore \angle \text{અગર} = \angle \text{ગવલ}. \quad (\text{પ્ર૦ સિ૦ ૬})$$

અને  $\therefore$  કઢ ॥ પલ, અને ફફ બન્નેને છેદે છે,

$$\therefore \angle \text{ગરઢ} = \angle \text{ગવલ} \quad (\text{પ્ર૦ સિ૦ ૬})$$

પણ  $\angle \text{અગર} = \angle \text{ગવલ},$

(સિદ્ધતા)

$$\therefore \angle \text{અગર} (\text{એટલે } \angle \text{અગવ}) = \angle \text{ગરઢ};$$

(?)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે.

નિગમન.  $\therefore$  અવ ॥ કઢ છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૪). પ્ર૦ સિ૦

નોટ—સિદ્ધાંત ૭ માં જ્યારે પલ લીટી અવ અને કઢ ની મધ્યે હોય ત્યારે સિદ્ધતા નહિજ જેવી છે; કારણ કે

અવ ॥ પલ અને કઢ ॥ પલ છે.

$\therefore$  અવ, પલ અને કઢ, પલ કદી પણ મળશે નહિ તો અશક્ય છે કે પલ ની બહારની લીટીઓ, અવ, કઢ મળી શકશે.

## પ્રશ્નો.

૧. ને એક લીટી બીજી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને સમાન્તર હોય તો બીજીને પણ તે સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૨. ને એક લીટી બીજી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને લંબ હોય તો બીજીને પણ તે લંબ છે એમ બતાવો.

૩. સિધ્ધાંત ૭ ને પ્લેફેરના પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી સિધ્ધ કરો.

૪. સિધ્ધાંત ૭ મામાં “સમાન્તર” ને બદલે “સરખા” અને “લંબ” શબ્દ મૂકીએ તો એથી થતા સિધ્ધાંતો પણ ખરા છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઈ પણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં ને એક બાજુને સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો આ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો પણ સમાન્તરબાજુ છે.

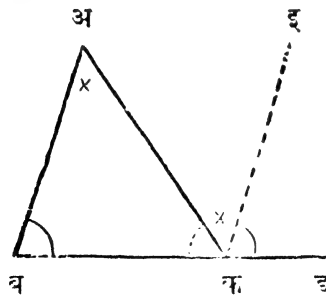
૬. લંબચોરસની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી બાજુને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ મોટા લંબ ચોરસના ચાર સરખા લંબ ચોરસો બનાવે છે.

૭ પ્રશ્ન ૬માં ને ચોરસ લઈએ તો ચાર નાના ચોરસ થશે.

§ ૧૫. ત્રિકોણના બધા ખુણાનું અને બહુકોણના અંતર્ખુણાનું અને બાહ્યખુણાનું એકંદર મહત્ત્વ.

### પ્રમેય સિધ્ધાંત ૮.

કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળીને બે કાટખુણા બરાબર છે.



અવક એક ત્રિકોણ છે; તો  $\angle A + \angle B + \angle C =$  બે કાટખુણા થશે. રચના. વક ને ઢ સુધી લંબાવો; અને ધારો કે કદ, અવ ને  $\parallel$  છે, સિધ્ધતા.  $\therefore$  અવ  $\parallel$  કદ,  $\therefore \angle A = \angle Aકદ$ ; (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

અને  $\therefore$  અવ  $\parallel$  કદ,  $\therefore \angle વ = \angle ઇકદ$ ; (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

$\therefore \angle અ + \angle વ = \angle અકદ + \angle ઇકદ$ ; (પ્ર૦ પ્ર૦).

હવે બંને જોડમાં  $\angle અકવ$  ઉમેરો.

$\therefore \angle અ + \angle વ + \angle અકવ = \angle અકદ + \angle ઇકદ + \angle અકવ$ ;

પણ ક આગળના ત્રણ ખુણા બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

નિગમન.  $\therefore \angle અ + \angle વ + \angle અકવ = ૨ \angle$  છે.

એટલે ત્રિકોણના  $\angle અ + \angle વ + \angle ક =$  બે કાટખુણા. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. કોઈ પણ ત્રિકોણની એક બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખુણો માંહેના સામેના બે ખુણાની બરાબર છે; અને તે માંહેના સામેના કોઈ પણ ખુણાથી મોટો છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. જો બે ત્રિકોણમાં એકના બે ખુણા બીજાના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રીજા ખુણા પણ બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. કોઈપણ ત્રિકોણમાં બે ખુણા મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા છે.

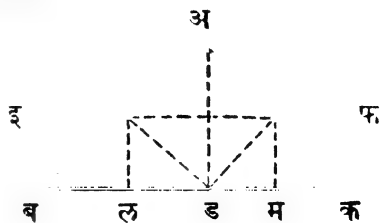
ઉપસિદ્ધાંત ૪. કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૫. કોઈપણ ત્રિકોણમાં ઓછામાં ઓછા બે ખુણા સાંકડા ખુણા હોય છે.

### પ્રશ્નો.

૧. નીચે પ્રમાણે ત્રિકોણ રચના કરી પ્ર. સિ. ૮ માં સિદ્ધ કરો.

[ $\triangle$  અવક માં અઢ, વક પર  $\perp$  છે અને ઇ, અવતું અને ફ, અકતું મધ્ય બિંદુ છે; ને ઇલ અને ફમ, વક ને  $\perp$  છે]



૨. કોઈ પણ કાટખુણા  $\triangle$  માં બે સાંકડા ખુણા કોટિખૂણા છે.

૩. જો કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે ખુણા મળી ત્રીજાની બરાબર હોય તો ત્રિકોણ કાટખુણું ત્રિકોણ છે.

૪. કાટખુણું ત્રિકોણમાં કર્ણ ઉપર બે કાટખુણામાંથી લાંબ દોરી હોય તો બંને ત્રિકોણો મૂળ ત્રિકોણ સાથે સમકોણ છે.

૫. અવક  $\triangle$  માં વક ની  $\parallel$  લીટી અ માંથી દોરી પ્ર૦ સિ૦ ૮ સિધ્ધ કરો.

૬.  $\triangle$  અવકમાં વક લાંબાવતાં બહારનો  $\angle$  અકઠ  $= 122^\circ$  અને  $\angle$  અ  $= 42^\circ$  છે તો બીજા ખુણા કેવડા ?

૭. બે લીટીઓ અનુક્રમે બીજી બે લીટીને લાંબ હોય તો પહેલી બેડની વચ્ચેનો સાંકડો ખુણો બીજી બેડની વચ્ચેના સાંકડા ખુણાની બરાબર છે.

૮. કોઈ પણ ત્રિકોણના પાયાને બંને બાજુ લાંબાવીએ તો બહારના ખુણાઓ બે કાટખુણા અને પાયાની સામેના ખુણાના સરવાળા બરાબર છે.

૯.\*  $\triangle$  અવક માં  $\angle$  વ,  $\angle$  ક ને વડ, કડ અનુક્રમે દુભાગે છે તો  $\angle$  વડક  $= 60^\circ + \angle$  અ/૨.

૧૦.\*  $\triangle$  અવક માં અવ, અક ને લાંબાવતાં બહારના ખુણાને વડ, કડ દુભાગે છે તો  $\angle$  વડક  $= 60^\circ - \angle$  અ/૨.

૧૧.\* બે સમાન્તર લીટીને એક આડી લીટી છેદે તો તેની એકબે બાજુના માંહેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ કાટખુણું મળે છે.

૧૨.\*  $\triangle$  અવક માં અવ = અક અને વઅ ને ઢ સુધી લાંબાવતાં અક = અડ હોય તો ઢક, વક ને લાંબ છે એ સિધ્ધ કરો.

૧૩.\* કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં પાસે પાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીથી ચતો અંતર્ખુણો બાકીના ખુણાના સરવાળાથી અર્ધી છે એમ બતાવો.

૧૪. કોઈ પણ ત્રિકોણની એક બાજુને બંને બાજુ લાંબાવીએ તો બહારના ખુણા બે કાટખુણા કરતાં મોટા છે એ સિધ્ધ કરો.

૧૫. કોઈ પણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એક બીજાની અંદર છે તો પાયાની સામેના ત્રિકોણનો ખુણો અંદરના ત્રિકોણના ખુણા કરતાં નાનો છે.

૧૬.\* અવક  $\triangle$  માં  $\angle$  અ,  $\angle$  વ ને દુભાગનારી લીટીઓ ઢ માં મળે તો  $\angle$  અડવ ૧  $\perp$  થી મોટા છે એ સિધ્ધ કરો.

૧૭. અવક ઢ ચતુષ્કોણમાં અક કર્ણ  $\angle$  અ અને  $\angle$  ક ને દુભાગે છે તો વ અને ઢ આગળના બહારના ખુણા બરાબર છે.

૧૮. પાયા આગળથી  $\triangle$  ની બે બાજુ લંબાવતાં થતા બહારના ખૂણાઓ મળી બે કાટખૂણાથી મોટા છે.

૧૯. એક  $\triangle$  માં ત્રણે ખુણા બરાબર હોય તો દરેક ખુણો કેવડો ?

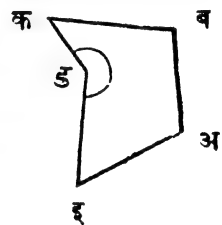
૨૦. એક  $\triangle$  માં બે ખુણા બરાબર છે અને ત્રીજો પહેલા કરતાં ૩૦ અંશ મોટો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૨૧. અઘકડ ચતુર માં અઘ, ઢક લંબાવતાં મળે છે; તો ઘ, ક આગળના બહારના  $\angle$  ઓ મળી અ, ઢ આગળના અંદરના  $\angle$  ઓ બરાબર છે.

૨૨. પંચકોણના બધા ખુણા મળી ૬ કાટખૂણા બરાબર છે.

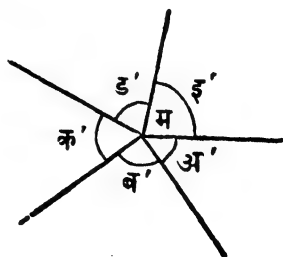
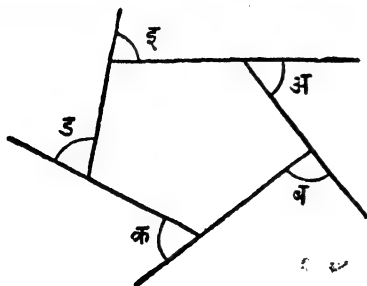
૨૩. નિયમિત ષટકોણ અને અષ્ટકોણમાં દરેક ખુણાનું શું મહત્વ છે ?

નોટ—પાસેની આકૃતિમાં બતાવેલો ઢ ખુણો અતિદ્વિકાટખૂણુ યા અંતર્ગામી યા ‘રીફ્લેક્ષ’ ખુણો છે. જુઓ કર્તાવ્ય ભાગમાં. એ ખુણો બે કાટખૂણાથી મોટો છે.



### પ્રમેય સિધ્ધાંત ૯.

કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિ એવી હોય કે તેનો કોઈ પણ ખુણો અંતર્ગામી ન હોય તો તેની બધી બાજુ અનુક્રમે બહાર લંબાવીએ ત્યારે આ પ્રમાણે થતા બધા બહારના ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.



**સાધન.** અવકલ્પ એક એવી સીધી લીટી આકૃતિ છે કે તેના કોઈ પણ ખુણા અંતર્ગામી નથી; અને તેની બધી બાજુ અનુક્રમે વધારવાથી બહારના  $\angle$ અ,  $\angle$ બ,  $\angle$ ક,  $\angle$ ડ,  $\angle$ ઈ, ખુણા થાય છે.

ત્યારે  $\angle$ અ +  $\angle$ બ +  $\angle$ ક +  $\angle$ ડ +  $\angle$ ઈ = ૪ કાટખુણા થશે.

**રચના.** મ જેવા કોઈ પણ બિંદુમાંથી આપેલી આકૃતિની બાજુઓની દિશામાં જ એ બાજુઓની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.

$\angle$ અ,  $\angle$ બ,  $\angle$ ક,  $\angle$ ડ,  $\angle$ ઈ ખુણાઓ કરતી બાજુઓની સમાન્તર જે લીટીઓ મ માંથી દોરી છે તેની વચ્ચે અ', બ', ક', ડ', ઈ', ખુણાનાં નામ આપો.

**સિધ્ધતા.**  $\therefore$  એકજ દિશામાં જતી બન્ને સમાન્તરોની વચ્ચે સરખા ખુણા હોય છે, "

$\therefore \angle$ અ =  $\angle$ અ',  $\angle$ બ =  $\angle$ બ',  $\angle$ ક =  $\angle$ ક',  $\angle$ ડ =  $\angle$ ડ',  $\angle$ ઈ =  $\angle$ ઈ' છે. (પ્ર. સિ. ૬, ઉપ.)

$\therefore$  આકૃતિના બધા બહારના ખુણાનો સરવાળો = મ આગળના બધા ખુણાઓનો સરવાળો છે.

પણ મ આગળના બધા ખુણાઓનો સરવાળો = ૪ કાટખુણા. (પ્ર. સિ. ૧, ઉપ.)

$\therefore$  આકૃતિના બધા બહારના ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે. પ્ર. સિ.

નોટ—ઉપલી આકૃતિમાં બહુકોણની ગમે તેટલી બાજુ લઈ શકાય છે.

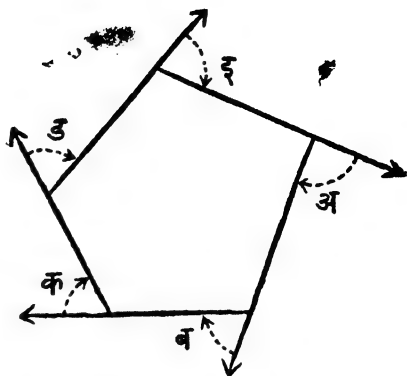
**ઉપસિધ્ધાંત.** કોઈપણ સીધી લીટી આકૃતિના અંદરના બધા ખુણા અને ચાર કાટખુણાનો સરવાળો આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

અથવા સીધી લીટી આકૃતિની બાજુની સંખ્યા અ હોય તો બધા અંદરના ખુણા મળી  $(2 \times અ - 4)$  કાટખુણા બરાબર છે.



અવકલ્પ કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિ લો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો.

∴ આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેટલાં શિરોબિંદુ છે અને દરેક શિરોબિંદુ આગળના બહારના અને અંદરના ખુણા મળી બે કાટખુણા છે.



∴ બધા બહારના અને બધા અંદરના ખુણા મળી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેટલા બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

પણ બધા બહારના ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે.  
(પ્ર૦ સિ૦ ૯)

∴ આકૃતિના બધા અંદરના ખુણા અને ચાર કાટખુણા મળી જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

∴ બધા અંદરના ખુણા મળી =  $(2 \times \text{અ} - 4)$  કાટખુણા છે.

### પ્રશ્નો.

૧. એક ચતુષ્કોણના બહારના ખુણા  $102^\circ$ ,  $112^\circ$ , અને  $140^\circ$  છે તો ચોથો બહારનો ખૂણો કેવડો? અને અંદરના બધા ખૂણા કેવડા?

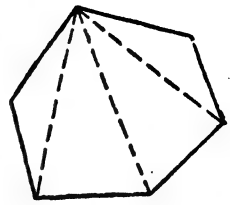
૨. એક પંચકોણના ત્રણ બહારના ખુણા  $60^\circ$ ,  $80^\circ$ , અને  $120^\circ$  છે અને બાકીના બહારના ખૂણા સરખા છે તો સઘળા ખુણા કેવડા?

૩.\* કોઈ પણ બહુકોણમાં  $n$  બાજુની સંખ્યા હોય તો તેના અંદરના ખુણા  $(2n - 4)$  કાટખુણા બરાબર છે એમ બતાવો.

૪.\* કોઈ પણ સમકોણમાં  $n$  બાજુ હોય તો દરેક અંદરનો ખૂણો  $(2n - 4) \div n$  કાટખુણા બરાબર છે એમ બતાવો.

૫. એક  $\Delta$  માં પાયા ઉપરનો ખૂણો અનુક્રમે સામેના ખુણાથી ત્રણ ગણો અને પાંચ ગણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો?

૬.\* કોઈ પણ બહુકોણમાં ગમે તે શિરોબિંદુને બીજાં બધાં શિરોબિંદુ સાથે સાંધી ઉપલો ઉપસિદ્ધાંત સાબિત કરો.



૭. એક  $\triangle$  ના પાયા ઉપરના ખુણાઓ  $૬૫^\circ$  અને  $૮૩^\circ$  છે તો તેની સામેનો ખુણો કેવડો? સામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી પાયા સાથે કેવડા ખૂણા કરે છે?

૮. પ્રશ્ન ૭ મામાં પાયા ઉપરના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો?

૯. એક ચતુષ્કોણમાં ત્રણ ખુણાઓ અનુક્રમે ચોથાથી પાંચમળા, ચારમળા અને આઠમળા છે તો દરેક ખૂણો કેવડો?

૧૦.\* એક સમબહુકોણમાં દરેક ખૂણો (૧)  $૧૦૮^\circ$ ; (૨)  $૧૭૦^\circ$ ; (૩)  $૧૭૯^\circ$ ; (૪)  $૧૭૭\frac{૧}{૨}^\circ$  છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુઓ છે?

૧૧. ઓછામાં ઓછી બાજુવાળા સમકોણમાં દરેક ખુણો કેવડો?

૧૨. કોઈ સમબહુકોણમાં બહારનો દરેક ખૂણો (૧)  $૩૦^\circ$ ; (૨)  $૧૨^\circ$ ; (૩)  $૪૦^\circ$ ; (૪)  $૯^\circ$ ; (૫)  $૧૫^\circ$ ; (૬)  $૩૬^\circ$ ; (૭)  $૯૦^\circ$ ; (૮)  $૨૪^\circ$ ; (૯)  $૪^\circ$ ; અને (૧૦)  $૧૦^\circ$  છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુ હશે?

૧૩. ૧૨, ૧૦, ૫ અને ૩ બાજુના સમકોણમાં બહારનો અને અંદરનો દરેક ખૂણો કેવડો?

૧૪.  $૭^\circ$ ,  $૧૧^\circ$ ,  $૧૩^\circ$ ,  $૧૫^\circ$ ,  $૨૧^\circ$  અને  $૩૩^\circ$  ના બહારના ખુણા હોય તો એવા સમબહુકોણ બની શકે? કારણ આપો.

૧૫. બહારનો ખુણો પહોળો ખુણો હોઈ શકે એવો સમકોણ કયો?

૧૬. ૩, ૪, ૫, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨ અને ૧૫ બાજુના સમબહુકોણના અંદરના અને બહારના ખૂણાના માપનો કોડો બનાવો.

૧૭. પ્રોટ્રેક્ટરથી  $૨.૦''$  ની બાજુ ઉપર એક સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭માં બાજુ  $૪.૨$  સે. મી. હોય ત્યારે સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૯.  $૧.૪''$  ની બાજુ ઉપર એક સમદ્વદશકોણ બનાવો.

૨૦. પ્રશ્ન ૧૭ મામાં એકેક શિરોબિંદુ છોડી દઈ બીજાં શિરોબિંદુઓ

અનુક્રમે જોડી એક આકૃતિ બનાવો; આ આકૃતિ કેવી છે ? તેનાં બાજુ અને ખુણાનાં માપ કાઢો.

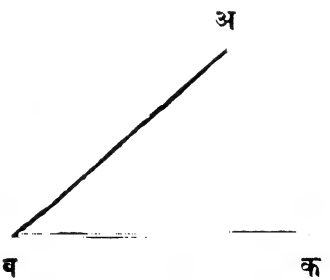
૨૧. એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવતાં બે બહારના ખુણાનો સરવાળો ત્રીજા બહારના ખુણાથી બમણો હોય તો ત્રિકોણમાં એક ખુણો  $૬૦^\circ$  નો છે.

## § ૧૬. ત્રિકોણોની સર્વ સમાનતા અને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ.

જ્યારે એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર સમાનતા બતાવવાને મૂકવામાં આવે ત્યારે એ રીતિને સ્થાનોપરિ યા સમાધાન સ્થિતિ કહે છે. આ પ્રમાણે જ્યારે આકૃતિઓ સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી એક બીજીની બરાબર થાય છે ત્યારે તેઓ “બરાબર” થાય છે એટલે “સર્વ રીતે બરાબર” થાય છે.

આકૃતિઓ જ્યારે સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બરાબર થાય છે ત્યારે ક્ષેત્રફળમાં પણ તેઓ બરાબર છે. પણ જો આકૃતિઓ ક્ષેત્રફળમાં બરાબર હોય તો હંમેશાં તે સર્વ રીતે બરાબર થતી નથી એમ આગળ બતાવવામાં આવશે.

વળી કોઈ પણ ત્રિકોણ પર નજર નાખતાં માલમ પડે છે કે તેનાં છ “તરવો” યા “અંગો” છે, ત્રણ ખુણાઓ  $\angle$  અ,  $\angle$  બ,  $\angle$  ક અને ત્રણ બાજુઓ અ, બ, ક (ખુણાની સામેની) છે. જ્યારે એક ત્રિકોણ બીજાની બરાબર છે ત્યારે એક ત્રિકોણનાં છ અંગો તે બીજા ત્રિકોણનાં છ અંગોની બરાબર

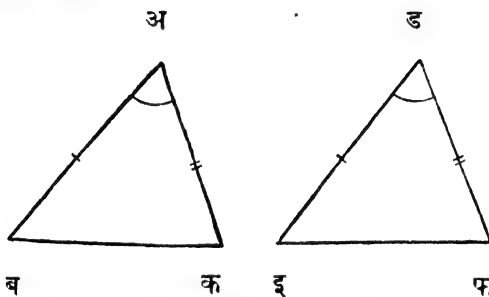


અનુક્રમે છે; અને ત્રિકોણોનાં ક્ષેત્રફળો પણ બરાબર છે. જ્યારે આકૃતિઓ સર્વ અંગોમાં બરાબર હોય છે ત્યારે સરખી બાજુઓ સરખા ખુણાની સામેની હોય છે અને સરખા ખુણાઓ સરખી બાજુની સામેના હોય છે. આકૃતિઓ સર્વ અંગમાં બરાબર છે એમ બતાવવાને માટે

“એક આકૃતિ  $\equiv$  બીજી આકૃતિ” લખાય છે; એટલે એક આકૃતિ સર્વ અંગમાં બીજી આકૃતિની બરાબર છે, એટલે બન્ને એકરૂપ છે.

### પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૦.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને આ બાજુથી થતા અંતર્બુજા પણ બરાબર હોય તો તે બન્ને ત્રિકોણ સર્વ રીતે બરાબર છે.



**સાધન.** અવક અને ઢફ ત્રિકોણોમાં અવ = ઢફ અને અક = ઢફ અને  $\angle A = \angle D$  છે, તો  $\triangle અવક \equiv \triangle ઢફ$  થશે.

**સિદ્ધતા.**  $\triangle અવક$  ને ઉંચકીને  $\triangle ઢફ$  ઉપર એવી રીતે મૂકા કે અ, ઢ ઉપર પડે અને અવ, ઢફ ઉપર પડે અને

$\therefore$  અવ = ઢફ,  $\therefore$  બ, ઇ ઉપર પડે છે.

વળી  $\therefore \angle A = \angle D$ , તેથી અક, ઢફ ઉપર પડે છે.

અને  $\therefore$  અક = ઢફ,  $\therefore$  ક, ફ ઉપર પડે છે.

અને  $\therefore$  બ, ઇ ઉપર અને ક, ફ ઉપર પડે છે.

$\therefore$  બક, ઇફ ઉપર પડે છે;  $\therefore$  બક, ઇફ સીધી લીટીઓ છે.

$\therefore \triangle અવક, \triangle ઢફ$  ઉપર બરાબર પડે છે,

**નિગમન.**  $\therefore \triangle અવક \equiv \triangle ઢફ$ .

પ્ર૦ સિ૦

નોટ—ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અવશ્ય યાદ રાખવાનું છે કે બાહ્યની વચ્ચેના અંતર્બુણાબ્ધિ બરાબર આપ્યા છે. સમકોણ  $\triangle$  એમાં સરખા બુણાઓની સામેની બાહ્યને ‘મળતી આવતી’ કે ‘સંગત બાહ્ય’ કહે છે.

## પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૦ મો કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો કાપી સ્થાનોપરિ સ્થિતિમાં મૂકી સાબિત કરો.

૨. સિં ૧૦ માં કયાં કયાં બુણા અને બાહ્ય બરાબર થયાં છે ?

૩. સિં ૧૦ મો બીજી બે બાહ્ય અને તેનો અંતર્બુણો લઈ સિદ્ધ કરો.

૪.\* કોઈ પણ બે ત્રિકોણ લઈ તેમાં બબ્બે બાહ્ય બરાબર લઈ અને અંતર્બુણા સિવાયના બુણા બરાબર લઈ  $\triangle$  એ બરાબર છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં મધ્યગા પાયાને લંબ હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાહ્ય છે એમ બતાવો.

૬. ચતુષ્કોણમાં કોણો કાઢીને દુભાગાય તો ચં રેખાસ કે ચોરસ છે.

૭. અવના મધ્યબિંદુ ક માંથી અવ ઉપર કહ લંબ દોરીએ તો કહનું કોઈ પણ બિંદુ અ અને વ થી સમાન અંતરે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૮. અવ અને કહ ચરસપરસ મમાં દુભાગે તો  $\triangle$  અમક  $\equiv$   $\triangle$  વમક.

૯. સમદ્વિબાહ્ય ત્રિકોણમાં સમબાહ્યના અંતર્બુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને લંબ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૦.  $\triangle$  અવકમાં અવ = અક અને અવ અને અક માંથી અનુક્રમે અક = અવ કાપી છે. તો કહ = વક છે એમ બતાવો.

૧૧. અવકહ ચોરસમાં લ, મ, ન અનુક્રમે અવ, વક, કહનાં મધ્ય બિંદુ છે તો (૧) અન = અમ; (૨) વન = વમ; (૩) લન = લમ; અને (૪) અમ = વમ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૨.  $\triangle$  અવક  $\equiv$   $\triangle$  વકન છે અને મ, વકનું અને લ, વનું મધ્યબિંદુ હોય તો અમ = વલ અને  $\angle$  અમવ =  $\angle$  વલવ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૩. અવકહ દ્રાપિજયમમાં અહ=

વક અને  $\angle$  હ =  $\angle$  ક, અને હકમાં મ એવું

છે કે મહ=મક તો અમ=વમ સિદ્ધ કરો.

અ

વ

૧૪. સમદ્વિબાન્ધુ ત્રિકોણમાં સમ બાન્ધુઓ શિરોબિંદુની બહાર સરખી લંબાવીએ તો આ પ્રમાણે થતા ત્રિકોણો સર્વ રીતે બરાબર છે.

૧૫.  $\triangle$  અવકમાં અહ મધ્યગા છે; અને અહ ને લંબાવતાં અહ = હઈ તો  $\triangle$  કહઈ  $\equiv$   $\triangle$  વહઅ અને  $\triangle$  વહઈ  $\equiv$   $\triangle$  કહઅ.

૧૬.\* અવ, કહ, મમાં દુભાગે તો અક || વહ, અને અહ || વક.

૧૭. અવ, કહ કાટખુણે દુભાગે તો અવહ રેખાસ કે ચોરસ છે.

૧૮.\* અવ=અને || કહ તો અક=અને || વહ છે.

૧૯.\* અવક  $\triangle$  ની અવ, અક બાન્ધુઓ ઉપર અવહ અને અકહ સમબાન્ધુ  $\triangle$  ઓ બહારથી દોર્યા હોય તો કહ = વહ છે એ સિદ્ધ કરો.

૨૦. અવકહઈ નિયમિત પંચકોણમાં અક=વહ=કઈ=હઅ=ઈવ છે.

૨૧.\* અવકહઈફ નિયમિત ષટ્કોણમાં અકઈ અને વહફ સમબાન્ધુ  $\triangle$  ઓ છે એમ બતાવો.

૨૨. બે લીટીઓ ચરસપરસ દુભાગે તો તે સં ચં ના કર્ણો છે.

૨૩. એક ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાન્ધુઓ બરાબર છે અને સામસામેના ખુણાની એક બેડ બરાબર છે તો ચતુષ્કોણ સં ચં છે.

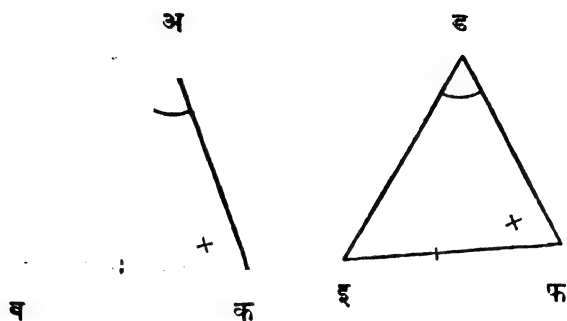
૨૪. ચોરસના કર્ણો તેના ખુણાઓને દુભાગે છે.

૨૫. અવક ત્રિકોણની અવ, અક ઉપર બહારથી અવહઈ, અકહર ચોરસ દોર્યા હોય તો વર=ઈક છે એમ બતાવો.

૨૬. અવકહ ચોરસમાં મ કાઠપણ બિંદુ છે. મઅ ઉપર અવ ની સામેની બાન્ધુએ અમરલ ચોરસ દોર્યા હોય તો વમ=હલ છે એમ બતાવો.

### પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૧.

બે કોઈ ત્રિકોણનાં બે ખુણા અને એક બાન્ધુ બીજા ત્રિકોણનાં બે ખુણા અને મળતી આવતી બાન્ધુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



અવક અને ઢફ  $\Delta$  ઓમાં  $બક = ફફ$  અને પહેલાના બે ખુણાઓ ખીજના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર છે તો  $\Delta$  અવક  $\equiv \Delta$  ઢફ થશે.

સિદ્ધતા.  $\therefore \Delta$  અવક ના ત્રણ ખુણા  $= ૨$  કાટખુણા  $= \Delta$  ઢફ ના ત્રણ ખુણા છે, (પ્ર૦ સિ૦ ૮)

અને  $\therefore \Delta$  અવક ના બે ખુણાઓ  $= \Delta$  ઢફ ના બે ખુણાઓ,

$\therefore \Delta$  અવક નો ત્રીજો ખુણો  $= \Delta$  ઢફ નો ત્રીજો ખુણો. (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ.)

$\therefore \angle A = \angle D; \angle B = \angle E; \angle K = \angle F$  છે.

હવે  $\Delta$  અવક ને  $\Delta$  ઢફ ઉપર એવી રીતે મૂકા કે  $બ, ફ$  ઉપર પડે અને  $બક, ફફ$  ઉપર પડે,

અને  $\therefore$   $બક = ફફ, \therefore$   $ક, ફ$  ઉપર પડે છે.

અને  $\therefore \angle B = \angle E, \therefore$   $બઅ, ફઢ$  ઉપર પડશે.

અને  $\therefore \angle K = \angle F, \therefore$   $કઅ, ફઢ$  ઉપર પડશે;

$\therefore$   $બઅ$  અને  $કઅ$  નું સામાન્ય બિંદુ  $ફઢ$  અને  $ફઢ$  ના સામાન્ય બિંદુ ઉપરજ પડશે; કારણ કે તે બંધી સ્ત્રીધી લીટીઓ છે.

$\therefore \Delta$  અવક,  $\Delta$  ઢફ ઉપર બરાબર પડે છે.

$\therefore \Delta$  અવક  $\equiv \Delta$  ઢફ છે.

પ્ર૦ સિ૦

## પ્રશ્નો.

૧. કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો પક્ષ પ્રમાણે કાપી સિદ્ધાંત ૧૧ સિદ્ધ કરો.
૨. અબક, ડફ બે  $\triangle$  ઓમાં અબ = ડફ અને  $\angle$  અ =  $\angle$  ડ અને  $\angle$  વ =  $\angle$  ઢ તો  $\triangle$  ઓ સરખા છે? કારણ આપો.
૩. \* $\triangle$  અબક માં  $\angle$  વ =  $\angle$  ક અને અડ,  $\angle$  અ ને દુભાગે છે તો વડ = કડ સિદ્ધ કરો.

૪. એક ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણે મળે છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૫.  $\triangle$  અબક  $\equiv$   $\triangle$  ડફ અને  $\angle$  અ અને  $\angle$  ઢ ને દુભાગનારી લીટીઓ પાયાને અનુક્રમે પ, લ માં મળે છે તો અપ = ઢલ સિદ્ધ કરો.

૬. કોઈપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના એકજ બિંદુમાંથી શાખા લીટીઓ પર દોરેલી લંબ બરાબર છે એમ બતાવો.

૭. કોઈ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુ સરખી છે.

૮. કોઈ પણ લીટીના મધ્યબિંદુમાંથી જતી લીટી પર પહેલી લીટીના છેડામાંથી દોરેલી લંબ બરાબર છે.

૯. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટીની સામેના પાયા ઉપરના ખુણા સરખા હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦. અબકડ ચતુષ્કોણમાં અક,  $\angle$  અ,  $\angle$  ક ને દુભાગે તો ચતુષ્કોણમાં સરખી બાજુનાં બે બેડકાં છે; અને અક  $\perp$  વડ એ સિદ્ધ કરો.

૧૧. કોઈ પણ બે સમાન્તર લીટીની વચ્ચે બે કોઈ પણ લીટીને અંતર્ભાગ હોય તો આ અંતર્ભાગનું મધ્યબિંદુ સમાન્તર લીટીથી સમાન અંતરે છે એમ બતાવો.

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં મધ્યબિંદુમાંથી બીજી કોઈ પણ લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તે ત્યાં દુભાગાય છે.

૧૩. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં મધ્યબિંદુમાંથી બીજી કોઈ પણ બે લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તેઓની વચ્ચેના સમાન્તર લીટીના અંતર્ભાગ સરખા છે.

૧૪. નીચે પ્રમાણે ભૂમિતિ રચના કરવાથી કોઈ પણ નદીની પહોળાઈ ઓળંગ્યા વિના નીકળી શકે છે એમ બતાવો:—



એક માણસ કિનારા પર એ બિંદુ આગળથી તર્દન સામે કિનારા પર  $\beta$  બાડ અથવા કોઇ સ્પષ્ટ દેખાય એવી વસ્તુ નૃત્યે છે. આ કિનારા પર એ થી કિનારાની સમાન્તર અમુક અંતર નય છે અને આ લીટી અવ ને કાટખુણે આવે તે પ્રમાણે એની ઉપર કે બિંદુ લાકડીથી યા શંકુથી નક્કી કરે છે. વળી એક ની સીધી લીટીમાં વધારે દૂર કંઠ = એક થાય તેમ નહીં તે  $\delta$  આગળ અટકે છે; અને  $\delta$  થી  $\beta$  ની સામેની દિશામાં અવ ની સમાન્તર એટલે અડ ને કાટખુણે નય છે, અને  $\epsilon$  બિંદુ આગળ આવી નૃત્યે છે તો  $\beta$ ,  $\kappa$ ,  $\epsilon$ , એકન સીધી લીટીમાં આવેલાં છે; તો નદીની પહોળાઈ  $\delta\epsilon$  નેટલી છે.

૧૫. પાયા ઉપરના ખૂણામાંથી સમદ્વિખાંજી ત્રિકોણમાં સામેની ખાંજીને દોરેલી લંબો બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૬. અવકંઠ ચતુષ્કોણમાં અડ, કાંફ બન્ને  $\perp$  થઈ તો ન્યારે અડ = કાંફ ત્યારે થઈ, એક ને દુબાગે છે એમ બતાવો.

૧૭. ફગહ  $\triangle$  માં ફગ = ફહ; ને ગક  $\perp$  ફગ હોઈ ફહને કમાં અને હલ  $\perp$  હફ હોઈ ફગ ને લ માં મળે છે તો ગલ = હક સિદ્ધ કરો.

૧૮.\* કોઈ પણ ત્રિકોણની બહાર ત્રણ એવાં બિંદુઓ છે કે જેમાંનું દરેક ત્રણે ખાંજીથી એકન અંતરે છે. અને ત્રિકોણની અંદર પણ એવું એક બિંદુ છે તે શોધી કાઢો.

૧૯. સર્વરુમાન ત્રિકોણમાં સમાન ખુણાઓમાંથી સામેની ખાંજી ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર છે એ સિદ્ધ કરો.

૨૦. અવક  $\triangle$  માં  $\angle \alpha = \angle \beta$ ; તો  $\alpha$ ,  $\beta$  માંથી સામેની ખાંજી ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર છે.

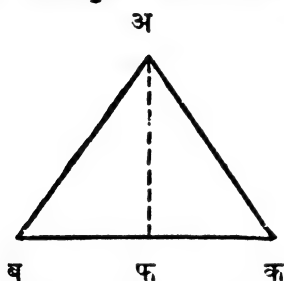
૨૧. એક આપેલી લીટીમાં એવું એક બિંદુ શોધી કાઢો કે તે બીજી બે આપેલી લીટીઓથી સમાન અંતરે હોય.

૨૨.\* સમાન્તર ખાંજી ચતુષ્કોણમાં સામ સામેની ખાંજીઓ બરાબર છે, અને કણી એક બીજાને દુબાગે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૨૩. અવ લીટીના  $\alpha$ ,  $\beta$  માંથી અવને અડ, થઈ લંબ દોરી છે. અને અવ ના મ મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી કોઈ પણ લીટી આ લંબને  $\delta$ ,  $\epsilon$  માં છેદે તો અડ = થઈ અને મડ = મઈ છે એમ સિદ્ધ કરો.

## પ્રમેય ૧૨. સિદ્ધાંત ૧૨.

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયા ઉપરના ખુણા બરાબર છે.



સાધન.  $\triangle$  અવક માં અવ = અક તો  $\angle$ અકવ =  $\angle$ અવક થશે.

રચના. ધારો કે અફ,  $\angle$ વઅક ને દુભાગી વકતે ફમાં મળે છે.

સિદ્ધતા.  $\therefore \triangle$  વઅફ અને  $\triangle$  કઅફ માં

વઅ = કઅ અને અફ સામાન્ય છે, (પ્રતિસા)

અને  $\angle$ વઅફ =  $\angle$ કઅફ, (રચના)

$\therefore \triangle$  વઅફ  $\equiv \triangle$  કઅફ; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

$\therefore \angle$ અવફ =  $\angle$ અકફ.

એટલે  $\therefore$  અવક  $\triangle$ માં  $\angle$ ક =  $\angle$ વ છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ અવ, અક ને ઢ, ઇ સુધી અનુક્રમે લંબાવીએ તો  $\angle$ હવક =  $\angle$ હકવ.

( $\therefore$  આ ખુણા સરખા વ, ક ખુણાના દ્વિઘટખુણુપૂર્ણ છે.)

ઉપસિદ્ધાંત ૨. સમબાજુ ત્રિકોણ સમકોણ છે; કારણ કે ગમે તે સ્થિતિમાં સમબાજુ ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયાની સામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણુ દુભાગે છે.

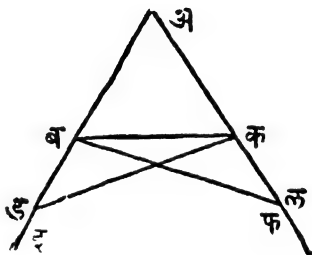
નોટ—સમદ્વિબાજુ  $\triangle$ માં બાજુ એટલે સરખી બાજુ, પાયા એટલે ગ્રીચ બાજુ, શિરોબિંદુ એટલે પાયાની સામેનું શિરોબિંદુ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખૂણો એટલે પાયાની સામેનો ખૂણો સમજવો.

૧૫૧૦-કોઈ પણ ત્રિકોણમાં કોઈપણ શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે.

### પ્રશ્નો.

૧. પ્ર૦ સિ૦ ૧૨માં  $\triangle$  અવક, અફની આસપાસ સમિતરૂપ છે.
૨. સમબાજુ ત્રિકોણ કોઈપણ મધ્યગાની આસપાસ સમિતરૂપ છે.
૩. ઉ૦ સિ૦ ૧માં જો (૧)  $\angle$  અક =  $92^\circ$  તો  $\angle$  ડબક કેવડો ? અને (૨)  $\angle$  અક =  $60^\circ$  તો  $\angle$  ઈક કેવડો ?
૪. એક ત્રિકોણમાં  $\angle$  અ =  $32^\circ$ , અવ = અક =  $52^\circ$  તો પાયા ઉપરના ખુણા કેવડા ?

૫. અવક સમદ્વિબાજુ  $\triangle$ ની સરખી બાજુ અવ, અક લંબાવતાં વડ = કલ છે તો (૧)  $\triangle$  અવલ  $\equiv$   $\triangle$  અકલ અને (૨)  $\triangle$  ડબક  $\equiv$   $\triangle$  લકવ. આ ઉપરથી સિદ્ધ કરો કે  $\angle$  અવક =  $\angle$  અકવ.



૬. સમદ્વિબાજુ  $\triangle$  અવક અને  $\triangle$  ડબક વિરૂદ્ધ બાજુએ છે તો (૧)  $\angle$  અવડ =  $\angle$  અકલ (૨)  $\angle$  વડ =  $\angle$  કલ અને  $\angle$  વડઅ =  $\angle$  કલઅ.

૭. પ્ર૦ સિ૦ ૧૨માં ખતાવે કે અફ અને વક એક બીજાને લંબ છે.

૮. અવક અને લવક  $\triangle$ ઓ વક પાયા પર એકજ બાજુએ સમદ્વિબાજુ છે તો (૧)  $\angle$  અવલ =  $\angle$  અકલ; (૨)  $\triangle$  અકલ  $\equiv$   $\triangle$  અવલ. (૩)  $\angle$  વઅલ =  $\angle$  કઅલ; એ સિદ્ધ કરો.

૯. અવક  $\triangle$  માં અવ = અક = ૭.૫ સે. મી. અને  $\angle$  ક =  $90^\circ$  છે તો બાકોના ખુણા શોધી કાઢો.

૧૦.  $\triangle$  અવક સમદ્વિબાજુ છે અને ડ, ઈ, ફ બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુ છે તો  $\triangle$  ડઈફ પણ સમદ્વિબાજુ છે એમ ખતાવો.

૧૧.  $\triangle$  અવક સમદ્વિબાજુ છે; ઈ, ફ, સરખી બાજુ અક અને અવનાં મધ્યબિંદુ છે તો વઈ = કફ અને  $\triangle$  વઈક  $\equiv$   $\triangle$  કફવ.

૧૨.  $\triangle$  અવક માં અવ = અક છે અને વઈ અને કફ પાયા ઉપરના ખુણાને દુભાગી સામેની બાજુને મળે છે તો વઈ = કફ સિદ્ધ કરો.

૧૩.  $\triangle$  અવક માં અવ = અક છે અને  $\angle$ ક,  $\angle$ અ ને દુભાગી કહ, વડ લીટીઓ ૬ માં અનુક્રમે મળે તો ૬અ,  $\angle$ અ ને દુભાગે છે.

૧૪. અવક  $\triangle$  માં અવ = અક અને ૬અ, ૬ક પાયાને (અવ ને) લંબ છે અને અક, અવ ને ૬, ૬ માં મળે છે તો  $\triangle$ અવક  $\equiv \triangle$  ૬કઅ.

૧૫. સમબાજીય ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખુણા બરાબર છે.

૧૬. સમ ચોરસમાં કર્ણ અને બાજીની વચ્ચેનો અંતર્ખૂણો  $84^\circ$  છે.

૧૭. અવક ૬ સમબાજીય ચતુષ્કોણ છે અને વડ કર્ણ છે તો (૧)  $\angle$ અવઅ =  $\angle$ કઅઅ (૨)  $\angle$ કઅઅ =  $\angle$ અવઅ; (૩)  $\angle$ અવક =  $\angle$ અકઅ છે.

૧૮.\* સમદ્વિબાજીય ત્રિકોણની સરખી બાજી લંબાવીએ તો બહારનો ખુણો એક કાટખુણા કરતાં મોટો છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૯.\* કોઈ પણ સીધી લીટી સુધી બહારના કોઈ બિંદુથી બે કરતાં વધારે સરખી લીટી દોરી શકાય નહિ એમ બતાવો.

૨૦.\* કોઈ પણ સમદ્વિબાજીય ત્રિકોણમાં પાયાને લંબાવતાં થતો બહારનો ખૂણો અંદરના કોઈ પણ ખુણા કરતાં મોટો છે એમ બતાવો.

૨૧.\* કોઈ પણ સમદ્વિબાજીય  $\triangle$  માં પાયા ઉપરના ખુણા સાંકડા છે.

૨૨.\* પાયા ઉપરના ખુણામાંથી સમદ્વિબાજીય કે સમબાજીય ત્રિકોણમાં સામી બાજી ઉપર દોરેલા લંબો બરાબર છે.

૨૩. કોઈ પણ સમદ્વિબાજીય ત્રિકોણમાં પાયાના મધ્યબિંદુમાંથી સામેની બાજી ઉપર દોરેલી લંબો બરાબર છે એમ બતાવો.

૨૪.\* કાટખુણુ ત્રિકોણની કર્ણનું મધ્યબિંદુ ત્રણે શિરોબિંદુથી સરખે અંતરે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૨૫. સમબાજીય  $\triangle$  માં દરેક ખુણો  $\frac{2}{3}$  કાટખુણાની બરાબર છે.

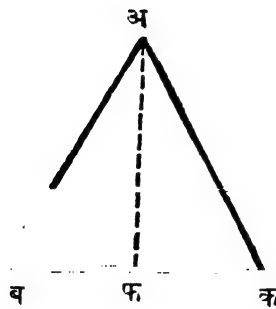
૨૬. કાટખુણુ સમદ્વિબાજીય  $\triangle$  માં દરેક ખુણો  $\frac{1}{2}$  કાટખુણો છે.

### પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૩.

કોઈ પણ ત્રિકોણમાં જો બે ખુણા બરાબર હોય તો તેની સામસામેની બાજીઓ પણ બરાબર છે; એટલે કે ત્રિકોણ સમદ્વિબાજીય છે.

અવક  $\triangle$  માં  $\angle$ ક =  $\angle$ અ તો અવ = અક થશે.

રચના. ધારો કે અવ લીટી  $\angle$ અવક ને દુભાગે છે. (સ્વી. ૬.)



સિદ્ધતા. હવે  $\therefore \triangle$  અવફ અને  $\triangle$  અકફ માં

$$\left\{ \begin{array}{l} \angle વ = \angle ક, \\ \angle વઅફ = \angle કઅફ, \\ \text{અને અફ સામાન્ય છે.} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(પ્રતિરૂા)} \\ \text{(રચના)} \end{array}$$

$\therefore \triangle$  અવફ  $\equiv \triangle$  અકફ;

(પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

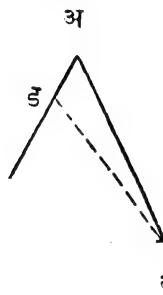
$\therefore$  અવ = અક.

પ્ર૦ સિ૦

અથવા:—

સાધન. અવક ત્રિકોણમાં  $\angle$ અકવ =  $\angle$ અવક છે તો  
અવ = અક થશે.

રચના. અવ, અક ની પરાપર ન હોય તો તેમાંથી એક  
પાણી ખીણથી મોટી હોવી જોઈએ. ધારે કે અવ, અક થી મોટી છે.



અવમાંથી અક = વહ કાપો અને કહ ને સાંધો. (સ્વી૦ ૬૦)

સિદ્ધતા. હવે  $\therefore \triangle$ અકવ અને  $\triangle$ અવકમાં

અક = ઢવ (રચના), અકવ ખુણા = અવક ખુણા (પ્રતિષ્ઠા)  
અને વક સામાન્ય છે.

∴  $\Delta$  અકવ  $\equiv$   $\Delta$  ઢવક છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

એટલે આખો ત્રિકોણ તેના એક ભાગની ધરાધર છે;

પણ એ અશક્ય છે.

તેથી અવ, અક થી મોટી નથી; તેમજ તે નાની પણ નથી.

∴ અવ = અક. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત. સમકોણ ત્રિકોણ સમબાજુ છે.

### પ્રશ્નો.

૧.  $\Delta$  અવકની બે બાજુ લંબાવતાં બહારના ખુણા ધરાધર છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૨.  $\Delta$  અવકમાં અવ = અક અને ક અને વ ખુણાને દુભાગનારી કઢ અને વઢ લીટી ઢ માં મળે તો  $\Delta$  ઢવક સમદ્વિબાજુ છે.

૩. પ્રશ્ન ૨માં ઢઅ લીટી અ ખુણાને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૪. અવકઢમાં અવ = અઢ અને  $\angle$  વ =  $\angle$  ઢ તો કવ = કઢ છે.

૫.  $\Delta$  અવકમાં વકમાં વ અને ઢ એવાં બિંદુ છે કે  $\angle$  વઅવ =  $\angle$  કઅઢ અને અવ = અઢ તો અવ = અક છે એમ સિદ્ધ કરો.

૬.  $\Delta$  અવકમાં  $\angle$  વ =  $\angle$  ક = ૨  $\angle$  અ; અને  $\angle$  વ ને દુભાગનારી વઢ લીટી અક ને ઢમાં મળે છે તો અઢ = વઢ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૭. જો કોઈ  $\Delta$  ના બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટી સામેની બાજુને ॥ હોય તો  $\Delta$  સમદ્વિબાજુ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૮.\* સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાને દોરેલી ॥ લીટી બાજુઓને છેદે તો બીજો સમદ્વિબાજુ  $\Delta$  થાય છે એમ સિદ્ધ કરો.

૯.\* કોઈ પણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના કોઈ પણ બિંદુ-માંથી ગમે તે શાખા લીટીને સમાન્તર લીટી દોરી હોય તો તે બીજી શાખા લીટી સાથે સમદ્વિબાજુ  $\Delta$  કરે છે એમ બતાવો.

૧૦.\* સમદ્વિયાનુ  $\Delta$  ના પાયા ઉપરનો લંબ એક બાનુને અંદરથી અને બીજાને બહારથી છેદે છે તો બીજો  $\Delta$  સમદ્વિયાનુ છે.

૧૧.\* કોઈપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના કોઈ પણ બિંદુમાંથી શાખા લીટીને ॥ દોરેલી લીટી રોમ્બસ કે ચોરસ બતાવે છે.

૧૨.\* અવ લીટી કચડ ને વ માં મળે છે અને વપ,  $\angle$ કચઅ ને અને વમ,  $\angle$ કચઅ ને દુભાગે છે. જો વમ ॥ કચ હોય તો અમ = અવ = અપ છે અને  $\Delta$ વપમ કાટખુણુ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૩.\* અવ વ્યાસ ઉપરના અપવ અર્ધવર્તુળ ઉપર પ બિંદુ છે તો  $\angle$ અપવ-કાટખુણુ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૪. અવક સમબાનુ ત્રિકોણની અવ, અક બાનુ ઉપર બહારથી અવલ, અકર સમબાનુ ત્રિકોણો કાઢ્યા હોય તો લઅર એક સીધી લીટી છે.

૧૫. સમદ્વિયાનુ ત્રિકોણમાં સરખી બાનુનાં મધ્યબિંદુને સામેનાં શિરોબિંદુ જોડે સાંધનારી લીટીઓ બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૬. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં મધ્યગા જે બાનુને તે દુભાગે તેનાથી અર્ધી હોય તો તે કાટખુણુ ત્રિકોણ છે એમ બતાવો.

૧૭. અવક ત્રિકોણના વક પાયા ઉપર હ એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે અહ = કચ હોય.

૧૮. અવકહ ચતુષ્કોણમાં  $\angle$ અ,  $\angle$ વ પહોળા ખુણા છે અને સરખા છે. જો અવ ॥ કચ, હોય તો અહ = વક છે એમ સિદ્ધ કરો.

### પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૪.

જો એક ત્રિકોણની ત્રણે બાનુઓ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની ત્રણે બાનુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

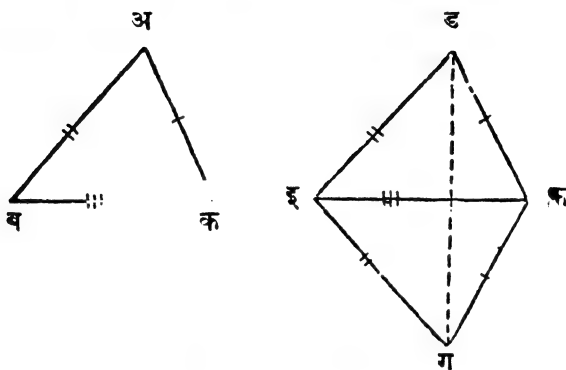
સાધન. અવક અને હફ ત્રિકોણોમાં અવ = હફ, વક = ફ. અને કઅ = ફહ છે, તો  $\Delta$  અવક  $\equiv \Delta$  હફ થશે.

સિદ્ધતા.  $\Delta$  અવક ને ઉચ્ચકાને એવી રીતે મૂકા કે વ, ઇ ઉપર અને વક, ફ ઉપર પડે

અને  $\therefore$  કવ = ફફ તેથી ક, ફ ઉપર પડે છે:—

પણ એવી રીતે કે અ, હ તરફ ન પડતાં તેની સામેની બાજુએ પડે. ધારો કે ગ ઉપર અ પડે છે. હગ સાંધો.

પહેલો ભાગ. હગ, ઇ અને ફ ની વચ્ચે પડે છે.



હવે  $\therefore$  હગ ત્રિકોણમાં ઇગ (એટલે વઅ, = ફફ

$\therefore \angle$ હગ =  $\angle$ ફગ; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

અને  $\therefore$  ફહગ ત્રિકોણમાં, ફગ = ફહ (?)

$\therefore \angle$ ફહગ =  $\angle$ ફગહ; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

$\therefore$  આખો  $\angle$ હફ = આખો  $\angle$ ફગ; (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ  $\therefore \angle$ ફગ =  $\angle$ કઅવ છે; (?)

$\therefore \angle$ વઅક =  $\angle$ ફહફ. (પ્ર૦ પ્ર૦)

વળી  $\therefore \Delta$  અવક અને  $\Delta$  ફફ માં

અવ = ફફ અને અક = ફફ, (પ્રતિજ્ઞા)

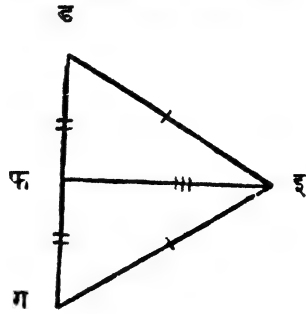
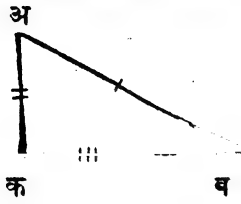
અને  $\angle$ વઅક =  $\angle$ ફહફ, (સિદ્ધતા)

$\therefore \Delta$  અવક  $\equiv \Delta$  ફફ. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

નોટ—આ સિદ્ધાંતમાં પહેલા ભાગમાં આપેલી સિદ્ધતાન કરે તો ચાલશે નીચેના બે ભાગો વધારા તરીકેન છે. પરીક્ષામાં એની જરૂર નથી.



બીજો ભાગ. હવે પાયાના ફ છેડામાંથી જાય છે.



હવે  $\therefore$  ટ્રાઇગ  $\triangle$  માં ટ્રાઇ = ટ્રાઇ (?)

$\therefore \angle$  ટ્રાઇગ =  $\angle$  ટ્રાઇગ

(પ્ર. સિ. ૧૨)

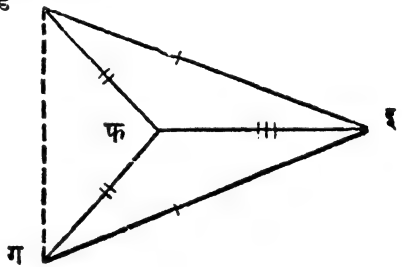
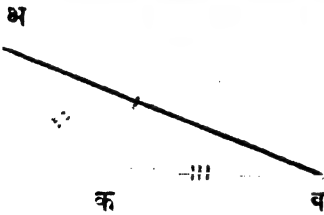
પણ  $\angle$  ટ્રાઇગ =  $\angle$  ટ્રાઇગ

$\therefore \angle$  ટ્રાઇગ =  $\angle$  ટ્રાઇગ

$\therefore \triangle$  ટ્રાઇગ  $\equiv \triangle$  ટ્રાઇગ.

(પ્રથમ ભાગ)

ત્રીજો ભાગ. હવે પાયાની બહાર પડે છે.



હવે  $\therefore$  ટ્રાઇગ ત્રિકોણમાં ટ્રાઇ = ટ્રાઇ (?)

$\therefore \angle$  ટ્રાઇગ =  $\angle$  ટ્રાઇગ;

(પ્ર. સિ. ૧૨)

અને  $\therefore$  ટ્રાઇગ ત્રિકોણમાં ફગ = ફગ; (?)

$\therefore \angle$  ફગ =  $\angle$  ફગ;

(પ્ર. સિ. ૧૨)

$\therefore$  બાકીનો  $\angle$  ટ્રાઇગ =  $\angle$  ટ્રાઇગ.

(પ્ર. ૩૦ ૩૦)

પણ  $\angle$  ટ્રાઇગ =  $\angle$  ટ્રાઇગ, તેથી  $\angle$  ટ્રાઇગ =  $\angle$  ટ્રાઇગ;

$\therefore \triangle$  ટ્રાઇગ  $\equiv \triangle$  ટ્રાઇગ.

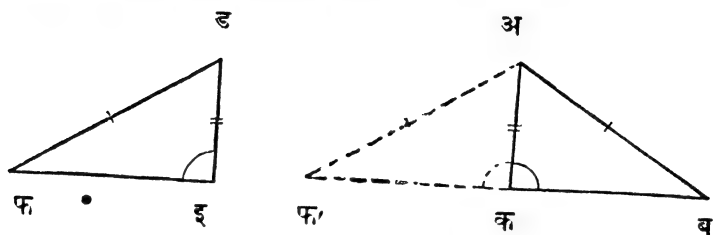
(પ્રથમ ભાગ). પ્ર. સિ.

## પ્રશ્નો.

૧. સિધ્ધાંત ૧૪ નો પ્રતીપ સિધ્ધાંત કહો. તે સત્ય છે ? (જુઓ પાનું ૧૮૩)
૨. એક વર્તુળમાં બે જ્યા બરાબર છે તો તેઓની સામેના મધ્ય બિંદુ આગળના ખુણા પણ બરાબર છે.
૩. અથક વર્તુળમાં પરિધ ઉપર અ, બ, ક, ઢ ચાર બિંદુઓ છે અને  $\angle$  અમવ =  $\angle$  કમઢ તો અક = વઢ. (મ મધ્યબિંદુ છે.)
૪. અથક વર્તુળમાં અવ જ્યા છે અને ઢ, અવ નું મધ્યબિંદુ છે; તો જો મ, વર્તુળનું મધ્યબિંદુ હોય તો મઢ, અવને  $\perp$  છે.
૫. એકજ પાયા ઉપર પણ વિરૂદ્ધ બાજુ પર બે સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો છે, તો તેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાની સામેના ખુણાઓને દુભાગે છે એમ બતાવો.
૬. ઢઅ પાયા ઉપર એકજ બાજુએ ઇઢઅ અને ફઢઅ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો છે તો ઇફ, ઢઅને કાટખુણે દુભાગે છે.
૭. પ્રશ્ન ૬ માં ત્રિકોણો વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો પણ પ્રશ્ન ખરો છે.
- ૮.\* બે વર્તુળો અ, કમાં છેદે છે તો તેનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી અકને કાટખુણે દુભાગે છે.
૯. અથકઢ ચતુષ્કોણમાં અવ = અઢ અને વક = કઢ તો અક,  $\angle$  અ અને  $\angle$  કને દુભાગે છે અને અક  $\perp$  વઢ.
૧૦. અથકઢ ચતુષ્કોણમાં અઢ = વક અને અક = વઢ તો  $\angle$  અઢક =  $\angle$  વકઢ; અને જો અક, વઢ લીટી મ માં છેદે તો મકઢ  $\Delta$  સમદ્વિબાજુ છે.
૧૧. ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો સામસામેના ખુણાઓ પણ બરાબર છે એમ બતાવો.
૧૨. રોમ્બસમાં કોર્ણ ખુણાઓને દુભાગે છે.
૧૩. રોમ્બસમાં કોર્ણ અરસપરસ કાટખુણે દુભાગાય છે.
- ૧૪.\* બે સમકેંદ્ર વર્તુળોને એક લીટી અ, વ, અને ક, ઢમાં છેદે છે તો અક = વઢ અને તેઓની સામેના મધ્ય બિંદુ આગળ ખુણાઓ સરખા છે.
- ૧૫.\* ત્રિકોણની બાજુને દુભાગનારા લંબ એક બિંદુગામી છે.
- ૧૬.\* ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ એક બિંદુગામી છે.

## પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૫.

જો બે કાટખુણુ ત્રિકોણની કર્ણુ સરખી હોય અને એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



અવક અને હફફ બે  $\Delta$  એમાં  $\angle$ ક અને  $\angle$ ઈ કાટખુણુ છે અને અવ કર્ણુ = હફ કર્ણુ અને અક બાજુ = હફ બાજુ છે, તો  
 $\Delta$  અવક  $\equiv$   $\Delta$  હફફ થશે.

સિદ્ધતા.  $\Delta$  હફફ ને  $\Delta$  અકવ ની સાથે એવી રીતે મૂકા કે હ, અ ઉપર પડે અને હફ, અક ઉપર પડે અને

$\therefore$  હફ = અક,  $\therefore$  ઈ, ક ઉપર પડશે.

અને ફ, વ તરફ ન પડતાં વ ની વિરુદ્ધ બાજુએ ફ' ઉપર પડે; ત્યારે  $\Delta$  અકફ',  $\Delta$  હફફ ની નવી સ્થિતિ થઈ.

હવે  $\therefore \angle$ અકવ =  $180^\circ$  અને  $\angle$ અકફ' =  $180^\circ$  (!)

$\therefore \angle$ અકવ +  $\angle$ અકફ' = ૨ કાટખુણુ

$\therefore$  વકફ' એક સીધી લીટી છે.

(પ્ર૦ સિ૦ ૨)

અને  $\therefore \Delta$  અવફ' માં અવ = અફ'  $\therefore \angle$ ફ' =  $\angle$ વ (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

હવે  $\therefore$  અવક અને અફ'ક  $\Delta$  એમાં

$\angle$ વ =  $\angle$ ફ' અને  $\angle$ અકવ =  $\angle$ અકફ' અને અવ = અફ'

$\therefore \Delta$  અવક  $\equiv$   $\Delta$  અફ'ક એટલે

(પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

$\therefore \Delta$  અવક  $\equiv$   $\Delta$  હફફ.

પ્ર૦ સિ૦

## પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૫ સિં ૧૧ ની મદદ વિના સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી સિદ્ધ કરો.

૨. અવક  $\triangle$  માં અક, અવ ઉપર અનુક્રમે વમ, કર લાંબ છે; ને વમ = કર તો અવ = અક છે એમ સિદ્ધ કરો.

૩.  $\triangle$  અવક માં  $\angle$  વ અને  $\angle$  ક ને દુભાગનારી લીટીઓ  $\angle$  માં મળે તો  $\angle$  અ,  $\angle$  ક ને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૪.  $\triangle$  અવક માં અવ = અક અને અડ, વક ને કાટખુણે મળે છે તો  $\triangle$  અવક  $\equiv \triangle$  અકક એ સિદ્ધ કરો.

૫. કોઈ પણ ખુણાની શાખાલીટીઓ પર દોરેલી લાંબ સરખી હોય તો તે લાંબનું છેદન બિંદુ તે ખુણાને દુભાગનારી લીટી ઉપર છે એમ બતાવો.

૬. કોઈ પણ વર્તુળમાં મધ્ય બિંદુમાંથી ન્યા ઉપર દોરેલી લાંબ ન્યાના બે સરખા ભાગ કરે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૭. પ્રશ્ન ૬ ની મદદથી બતાવો કે બે ન્યા ને સરખી હોય તો મધ્ય બિંદુમાંથી તેઓ પર દોરેલી લાંબ પણ સરખી છે.

૮. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં ખુણાઓમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લાંબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૯. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં પાયાના મધ્ય બિંદુમાંથી સામેની બાજુ પર દોરેલી લાંબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦. અવક અને ડફ  $\triangle$  ઓમાં વક અને ફ ઉપર અપ અને ડમ લાંબ છે. ને અપ = ડમ, અવ = ડફ અને અક = ડફ તો  $\triangle$  અવક  $\equiv \triangle$  ડફ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૧. પ્રશ્ન ૧૦ માં અપ = ડમ; અવ = ડફ અને વક = ફ તો  $\triangle$  અવક  $\equiv \triangle$  ડફ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૨. અક વર્તુળમાં પરિધિ પરનાં પ અને ક બિંદુમાંથી અવ વ્યાસ ઉપર પમ, કડ બે સરખા લાંબ દોર્યા છે તો અવ  $\triangle \equiv$  વક  $\triangle$  છે.

## ત્રિકોણોની સમાનતા ઉપર નોટ.

ઉપરના સિદ્ધાંતો ઉપરથી માલમ પડ્યું હશે કે બે ત્રિકોણોમાં નીચે પ્રમાણે પદ્ધતિ હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે:—

૧. બે બાજુ અને અંતર્ગુણો સરખાં — પ્ર૦ સિ૦ ૧૦;

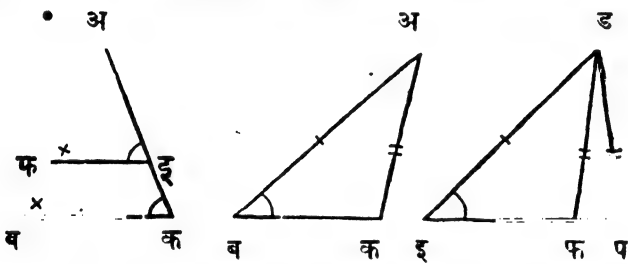
૨. બે ખુણા અને મળતી આવતી બાજુ સરખાં—પ્ર૦ સિ૦ ૧૧;

૩. ત્રણે બાજુ સરખી — પ્ર૦ સિ૦ ૧૪;

૪. કાટખુણા  $\Delta$ ઓમાં કર્ણ અને એક બાજુ સરખાં—પ્ર૦ સિ૦ ૧૫.

ઉપર પ્રમાણેનો પક્ષ બંને ત્રિકોણોમાં અનુક્રમે સરખો હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા હોય છે. દરેક ત્રિકોણમાં ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખુણા મળી છ તત્ત્વ યા અંગ હોય છે. આમાંથી ગમે તે સરખાં આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણો સરખા છે એમ નથી કારણ કે,

(૧) નીચે બતાવેલી આકૃતિમાં બંને ત્રિકોણમાં ખુણાઓ અનુક્રમે સરખા છે પણ કાંઈ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા નથી.



(૧) ની આકૃતિ

(૨) ની આકૃતિ

(૨) તેમજ વળી ઉપરની આકૃતિમાં બે બાજુઓ અને તેમાંની એકની સામેનો ખુણો અનુક્રમે બરાબર છે પણ હંમેશાં બંને ત્રિકોણો સરખા નથી. કારણ કે  $\Delta$  અકબ  $\equiv \Delta$  ઢફ, પણ  $\Delta$  અકબ,  $\Delta$  ઢફ સરખા નથી, જો કે બંનેમાં ઉપરનો પક્ષ છે. આ ઉપરથી માલમ પડે છે કે આવા પ્રશ્ન ઉપરથી બે ત્રિકોણો કોઈ વખતે સરખા હોઈ શકે છે. કારણ કે ઝંક ને મળતી આવતી બાજુ ઇફ ને બે બિંદુમાં મળી શકે છે અને તેમાંની એકજ સ્થિતિમાં (જ્યારે ઢફ માં હોય છે ત્યારે) બંને ત્રિકોણ બરાબર છે. વળી જ્યારે  $\Delta$ ઓ બધી રીતે સરખા નથી ત્યાં  $\angle$ અકબ અને  $\angle$ ઢફ ન્યૂનતાપૂરક છે.

$$\therefore \angle \text{અકબ} = \angle \text{ઢફ} = 180^\circ - \angle \text{ઢફ} = 180^\circ - \angle \text{ઢફ}.$$

આ પ્રમાણે જ્યારે બે બાજુ અને સામેના ખુણાનો પક્ષ આપેો હોય ત્યારે નક્કી કહી શકાય નહિ કે ત્રિકોણો સરખા છે કે નહિ; માટે આ સિદ્ધાંતને “ત્રિકોણોની સમાનતાનો અનિશ્ચિત સિદ્ધાંત” કહેવામાં આવે છે. જ્યારે આપેલા ખુણાઓ કાટખુણા હોય છે ત્યારે એ સિદ્ધાંત ૧૫ માનું ૩૫ છે અને સઘળી અનિશ્ચિતતા જતી રહે છે.

## ત્રિકોણ પરના સામાન્ય પ્રશ્નો.

૧. નીચેના પક્ષ ઉપરથી કયા કયા ત્રિકોણો સરખા છે તે કહો:—

$\triangle$  અબક અને  $\triangle$  અ'બ'ક', માં

(અ)  $\angle A = \angle A' = 75^\circ$ ;  $AB = A'B' = 3.4''$ ;  $BC = B'C' = 2.1''$ .

(બ)  $\angle B = \angle B' = 45^\circ$ ;  $BC = B'C' = 3.5$  સેં;  $C = C' = 4.6$  સે.

(ક)  $\angle A = \angle A' = 42^\circ$ ;  $\angle B = \angle B' = 112^\circ$ ;  $\angle C = \angle C' = 26^\circ$

(ડ)  $AB = A'B' = 4.0''$ ;  $BC = B'C' = 4.5''$ ;  $C = C' = 4.8''$ .

(ધ)  $\angle C = \angle C' = 60^\circ$ ;  $C = C' = 4.0''$ ;  $AB = A'B' = 3.7''$ .

(ફ)  $\angle C = \angle C' = 75^\circ$ ;  $BC = B'C' = 2.4$  સેં;  $AB = A'B' = 4.2$  સે.

(ક્ષ)  $\angle A = \angle A' = 60^\circ$ ;  $AB = A'B' = 4.2$  સેં;  $BC = B'C' = 3.7$  સે.

(ખ)  $\angle B = \angle B' = 61^\circ$ ;  $C = C' = 3.6''$ ;  $BC = B'C' = 2.7''$ .

(ય)  $AB = A'B' = 4.5''$ ;  $BC = B'C' = 6.7''$ ;  $\angle C = \angle C' = 112^\circ$ .

૨. પ્રશ્ન ૧ માં જ્યાં ત્રિકોણો સરખા ન હોય ત્યાં કારણ બતાવો.

૩. કોઈ પણ ત્રિકોણના માંહેના ખુણાનો શો ગુણ છે ?

૪. કોઈ પણ ત્રિકોણના બહારના ખૂણાનો શો ગુણ છે ?

૫. પ્રશ્ન ૪, પ્ર. સિ. ૯ માં આવી શકે કે નહિ તે બતાવો.

૬. લીટી અને બાજુના પક્ષ ઉપરથી ખુણાનું સાધ્ય કયા કયા સિદ્ધાંતમાં છે તે કહો. તે સિદ્ધાંતની પ્રતિજ્ઞા કહો.

૭. કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થવાનું જોઈએ ?

૮. કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થાય ત્યાં ન થાય ?

૯. બાજુ પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૦. ખુણા પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૧. સિદ્ધાંત ૧૫ માં લંબના એકજ (અ) બિંદુમાંથી દોરેલી જે લીટી આડી સીધી લીટી સાથે સરખા ખૂણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૨. સિદ્ધાંત ૧૫ માં લંબના કોઈ પણ એક જ બિંદુમાંથી જે કોઈ લંબ સાથે સરખા ખૂણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૩. કોઈ બે ત્રિકોણમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની ધરાબર હોય અને સરખી બાજુના એક જોડકાની સામેના ખુણાઓ પણ સરખા હોય તો સરખી બાજુના બીજા જોડકાની સામેના ખુણા સરખા છે યા ન્યૂનતાપુરક છે.

૧૪. ઉપલા પ્રશ્નમાં આપેલા સરખા ખુણાની સામેની બાજુ સિવાયની સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ બન્ને સાંકડા, પહોળા અથવા કાટખુણા હોય તો  $\triangle$  એનો શો સંબંધ છે? આપેલા સરખા ખુણાઓ કાટખુણા કે પહોળા ખુણા હોય તો  $\triangle$  એનો શો સંબંધ છે?

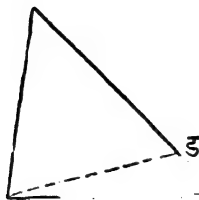
નોટ-ત્રીજા વિભાગમાં ત્રિકોણો બનાવવાની જે જે રચનાઓ આપી છે તેને ત્રિકોણની સર્વ સમાનતા વિધેના પ્રમેય સિદ્ધાંતોના પક્ષ ભાગ સાથે સરખાવો.

§ ૧૭. ત્રિકોણમાં બાજુ અને ખુણાનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૬.

જે કોઈ પણ ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખુણો નાની બાજુની સામેના ખુણા કરતાં મોટો છે.

અ



વ

ક

$\triangle$  અવક માં અક  $>$  અવ છે, તો  $\angle$  અવક  $>$   $\angle$  અકવ થશે.

રચના. મોટી અક માંથી અવ  $=$  અક કાપી વડ સાંધો.

સિદ્ધતા.  $\therefore$  વકડ  $\triangle$  ની કડ બાજુ અ સુધી લંબાવી છે;

- $\therefore \angle અડઢ > \angle વકઢ$  (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ૦)  
 પણ  $\therefore \triangle અવઢ$  માં  $અઢ = અવ$ ; (રચના)  
 $\therefore \angle અવઢ = \angle અડઢ$ ; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)  
 પણ  $\angle અડઢ > \angle વકઢ$ ;  
 $\therefore \angle અવઢ$  પણ  $> \angle અવ$  ( $\angle વકઢ$ );  
 $\therefore \angle અવ$  પણ  $\angle અવ$  થી ઘણો મોટો છે. પ્ર૦ સિ૦

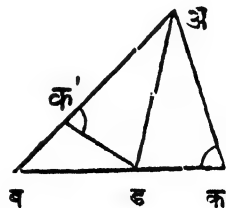
### પ્રશ્નો.

- કોઈ પણ  $\triangle$  માં સૌથી મોટો અને સૌથી નાનો ખૂણો કયો ?
- કોઈ પણ  $\triangle$  માં સૌથી મોટી બાજુ પરના ખુણા સાંકડા ખુણા છે.
- અવકઢ ચતુષ્કોણમાં અવ સૌથી નાનો અને કઢ સૌથી મોટી છે તો  $\angle અ > \angle ક$  અને  $\angle ઢ < \angle વ$  છે એ સિદ્ધ કરો.
- $\triangle અવક$  માં  $અવ > અક$  અને  $અવ$  માં  $અઢ = અક$  અને અઈ, ને દુભાગી વક ને ઈ માં મળે છે તો બતાવો કે  $\angle વ < \angle ક$  બતાવો.
- કોઈ પણ  $\triangle$  માં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય અને શિરોબિંદુમાંથી પાયા સુધી કોઈ પણ લીટી  $\triangle$  માં દોરીએ તો તે  $<$  મોટી બાજુ.
- પ્રશ્ન ૫ મામાં બંને બાજુ સરખી છે તો પણ સાધ્ય સત્ય છે.
- $\triangle અવક$  માં  $અવ > અક$  અને  $અક$  ને વધારી  $અઢ = અવ$  કરીએ તો  $\angle અવ > \angle અવ$  એ સિદ્ધ કરો.
- \* કોઈ પણ  $\triangle$  માં બે ખૂણા બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે એમ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૬ થી સાબિત કરો.
- \* પ્ર૦ સિ૦ ૧૬ ની આકૃતિમાં  $\angle અ$  ને દુભાગનારી લીટી  $I$  વઢ છે; તો  $\angle ઢવક = \frac{1}{2} \angle (વ-ક)$  અને  $\angle અવઢ = \frac{1}{2} \angle (વ+ક)$  છે એમ બતાવો.
- \* ચતુષ્કોણમાં અવ, વક, કઢ, ઢઅ ઉતરતા ક્રમમાં હોય તો  $\angle ઢ > \angle વ$  એ સાબિત કરો.

૧૧. અવક  $\triangle$  માં  $અવ > અક$  હો,

$\triangle$  ને અઢ ઉપર બેવડ વાળી બતાવો કે

$\angle ક > \angle વ$  છે.



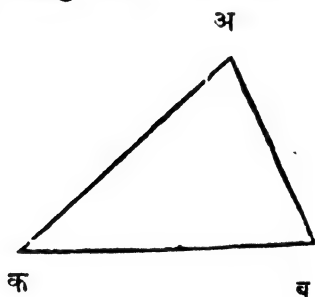


૧૨. અવક્રૂડ સંચોમાં અવ > અક છે તો  $\angle$  અક >  $\angle$  અવ છે.

૧૩.\* ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો ત્રિકોણના શિરોબિંદુને પાયાના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રિકોણની મોટી બાજુ અને શિરોબિંદુ બુજાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચે આવવી જોઈએ.

### પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૭.

જો કોઈ પણ ત્રિકોણમાં એક બુજો બીજા બુજા કરતાં મોટો હોય તો મોટા બુજાની સામેની બાજુ નાના બુજાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.



અવક ત્રિકોણમાં  $\angle$  અવક >  $\angle$  અક છે તો કઅ > અવ થશે. સિદ્ધતા. (૧) અક > અવ, અથવા (૨) અક = અવ, અથવા (૩) અક < અવ હોવી જોઈએ.

જો અક < અવ હોય તો  $\angle$  વ <  $\angle$  ક છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૬)

પણ પક્ષ પ્રમાણે તે અશક્ય છે તેથી (૩) અસત્ય છે.

તેમજ જો અક = અવ, તો  $\angle$  વ =  $\angle$  ક છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

પણ તે અશક્ય છે માટે (૨) પણ અસત્ય છે.

$\therefore$  (૧) લુગ ખરું હોવું જોઈએ.

$\therefore$  અક, અવ થી મોટી છે.

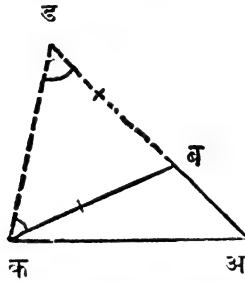
નોટ—ઉપલા સિદ્ધાંતમાં જે જાતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેને “અવ-અક્રૂડ કે ક્રમ વિરૂધ્ધ સિદ્ધતા” કહે છે. એ સિદ્ધતામાં સિદ્ધાંતના સાધ્યને એક રીત સિવાય બીજી બધી રીતે ખોટા ડેરવી તે એકજ રીત સત્ય ડેરવવામાં આવે છે.

## પ્રશ્નો.

૧. કાટખૂણુ ત્રિકોણમાં કર્ણ મોઢામાં મોટી બાજુ છે.
૨. અવકઢ ચતુષ્કોણમાં કઢ સૌથી મોટી અને અવ સૌથી નાની છે તો  $\angle$ અ  $>$   $\angle$ ક અને  $\angle$ વ  $>$   $\angle$ ઢ છે એમ બતાવો.
૩. પહોળખૂણુ  $\Delta$ માં પહોળા ખૂણાની સામેની બાજુ સૌથી મોટી છે.
૪. કોઈ પણ  $\Delta$ માં સૌથી મોટા  $\angle$ ની સામેની બાજુ  $>$  બીજી કરતાં.
૫. એકજ બિંદુમાંથી લંબ અને બીજી એક સીધી લીટી એક બીજી સીધી લીટી સુધી દોરીએ તો તેમાં લંબ નાની છે.
૬.  $\Delta$ અવક સમદ્વિબાજુ છે અને અવ = અક અને ઢ, વક પર લંબાવીને યા લંબાવ્યા વગર લઘુએ તે પ્રમાણે અઢ  $>$   $<$  અવ (અક).
૭.  $\Delta$ અવક માં  $\angle$ વ અને  $\angle$ ક ને દુભાગનારી લીટીઓ મ માં મળે છે. જો અવ  $>$   $<$  અક તો તે પ્રમાણે મવ  $>$   $<$  મક છે એમ બતાવો.
૮. અવક  $\Delta$ માં  $\angle$ અ ને દુભાગનારી લીટી વક ને ઢ માં મળે છે તો અવ  $>$  વઢ અને અક  $>$  કઢ છે એમ બતાવો.
૯. અવક  $\Delta$  માં અઢ, વક ને લંબ છે તો અવ  $>$  વઢ અને અક  $>$  કઢ છે એમ બતાવો.
૧૦. અવક  $\Delta$  માં અવ, અક ને લંબાવી થતા બહારના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી ઢ માં મળે તો જો અવ  $>$  અક, તો ઢક  $>$  ઢવ છે.
- ૧૧.\* અવક સમબાજુ  $\Delta$  માં કોઈ પણ લીટી બે સરખી બાજુને ઈ અને ફ માં છેદી વક પાયાને ક તરફ લંબાવતાં ઢ માં મળે છે તો તે જો અવ ને ઈ માં છેદે તો અઈ  $<$  અફ છે એ સિદ્ધ કરો.
૧૨. અવક  $\Delta$  માં વઢ, કઈ સામેની બાજુ પર દોરેલી લંબ મ માં છેદે છે તો ન્યારે અવ  $>$  અક ત્યારે મવ  $>$  મક છે એ સિદ્ધ કરો.
૧૩. અવક  $\Delta$  માં અવ = અક; મર એ બાજુઓને મ ર માં અને પાયાને ક તરફ લંબાવતાં લ માં છેદે તો અર  $>$  અમ છે એ સિદ્ધ કરો.
૧૪. એક આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી સુધી બેજ સરખી લીટી દોરી શકાય છે.

## પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮.

કોઈ પણ ત્રિકોણની બે બાજુ મળીને ત્રીજી કરતાં મોટી છે.



- અવક ત્રિકોણમાં (૧) અવ + વક > અક;  
 (૨) વક + કઅ > અવ;  
 (૩) અક + અવ > વક થશે.

રચના. અવ ને લંબાવી કવ = વક કરે. અને હક સાંધો (સ્વી. ૬૦)

સિદ્ધતા.  $\triangle$  વકહ માં

$\therefore$  વક = વક,  $\therefore \angle$ વકહ =  $\angle$ વકહ; (પ્ર. સિ. ૧૨)

પણ  $\angle$ અકહ >  $\angle$ વકહ,  $\therefore \angle$ અકહ >  $\angle$ અહક ( $\angle$ વકહ).

વળી  $\triangle$  અહક માં

$\therefore \angle$ અકહ >  $\angle$ અહક,  $\therefore$  અહ > અક; (પ્ર. સિ. ૧૭)

પણ અહ = અવ + વક = અવ + વક; (રચના)

$\therefore$  અવ + વક > અક છે; એજ પ્રમાણે વક + કઅ > અવ;  
 અને અક + અવ > વક છે. પ્ર. સિ.

નોટ—આ સિદ્ધાંત કેવળ એક પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ છે. કારણ કે અ થી વ સુધી જઈને ક સુધી આવવું એ પ્રત્યક્ષ રીતે અ થી ક સુધી સીધું આવવાના કરતાં વધારે છે.

## પ્રશ્નો.

૧.  $\angle$ અવકને દુભાગી પ્ર.સિ. ૧૭ની મદદ લઈ પ્ર.સિ. ૧૮ સિદ્ધ કરો.
૨. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો તફાવત ત્રીજી કરતાં નાનો છે. (પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮ યા ૧૬ ની મદદ લો).

૩. કોઈ પણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એકજ બાજુએ એક બીજાની અંદર હોય તો અંદરના  $\Delta$  ની બાજુનો સરવાળો બહારના  $\Delta$  ની બાજુના સરવાળા કરતાં નાનો છે એમ બતાવો.

૪. કોઈ પણ ત્રિકોણમાંના એક બિંદુને શિરોબિંદુઓ સાથે સાંધીએ તો આ લીટીઓનો સરવાળો  $\Delta$  ની બાજુની અર્ધાં પરિમિતિથી વધારે છે.

૫. ૪.૩ સે. મી., ૩.૫ સે. મી. ને ૦.૭ સે. મી. ની બાજુવાળો  $\Delta$  કરો.

૬. કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં બધી બાજુઓનો સરવાળો કર્ણના સરવાળા કરતાં મોટો છે એમ બતાવો.

૭. પ્રશ્ન ૪ માં જોડેલી લીટીઓનો સરવાળો પરિમિતિથી ઓછો છે.

૮. કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં ત્રણ બાજુઓનો સરવાળો ચોથી કરતાં મોટો છે.

૯.  $\Delta$  અવકમાં ૬ બિંદુ એવું છે કે અડ = અવ અને ૮ વઅડ ને હુબાગનારી લીટી કવ ને મમાં મળે છે તો વમ = હમ અને કવ લીટી કહ કરતાં મોટી છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૦.  $\Delta$  અવક ની અક બાજુમાં ૬ બિંદુ છે તો અવ + અક > હવ + કહ છે એમ બતાવો.

૧૧. કોઈ પણ વર્તુળમાં જ્યાં વ્યાસ કરતાં નાની છે.

૧૨.\* કોઈ પણ  $\Delta$  માં બે બાજુઓ મળી ત્રીજી બાજુને મળતી મધ્યગાની બમણાઈથી મોટી છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૩.\* કોઈ પણ  $\Delta$  માં બાજુઓનો સરવાળો મધ્યગાના સરવાળા કરતાં મોટો છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૪.\* અવક  $\Delta$  માં વકમાં ૬ બિંદુ લીધું હોય તો અડ લીટી  $\Delta$  ની અર્ધાં પરિમિતિથી નાની છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૫.\* અવકહ ચતુષ્કોણમાં ૫ કોઈ પણ બિંદુ હોય તો સામસામેની બાજુનું એક જોડકું અથવા કર્ણોનો સરવાળો પઅ + પવ + પક + પહ કરતાં નાનો છે એમ બતાવો.

૧૬. કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિમાં એક બાજુ કરતાં બીજી બધી બાજુઓનો સરવાળો મોટો છે એમ બતાવો.

૧૭. ત્રિકોણની અંદરના કોઈ પણ બિંદુનાં શિરોબિંદુ સુધીનાં અંતરનો સરવાળો ત્રિકોણની બાજુનાં અર્ધાંથી મોટો છે એમ બતાવો.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭ કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિને પણ લાગુ પાડો.

૧૯.  $\triangle$ ની મધ્યગા અને જો બાહુને તે દુભાગે (પાયાને) તેનું અર્ધું મળી  $\triangle$ ની બાકીની બાહુના અર્ધા સરવાળાથી મોટી છે એ સિધ્ધ કરો.

૨૦.  $\triangle$  માં બાહુઓનો સરવાળો મધ્યગાના બમણા સરવાળા કરતાં ઓછો છે એ સિધ્ધ કરો.

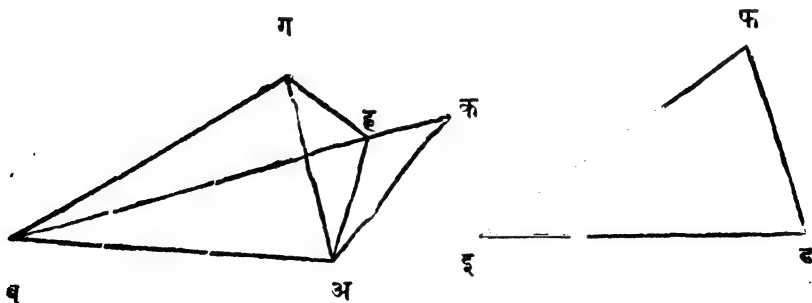
૨૧. ચતુષ્કોણમાં અર્ધી પરિમિતિ કરતાં કર્ણોનો સરવાળો મોટો છે.

§ ૧૮. અસમાન ત્રિકોણો; અને સીધી લીટી ઉપર

પડતા લંબનું મહત્વ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૯.

જો એક ત્રિકોણની બે બાહુઓ બીજા ત્રિકોણની બે બાહુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના અંતર્ભુજા બરાબર ન હોય તો મોટા અંતર્ભુજાવાળા ત્રિકોણનો પાયો નાના અંતર્ભુજાવાળા ત્રિકોણના પાયો કરતાં મોટો છે.



અવક, હફ  $\triangle$  ઓમાં અવ = હફ, અક = ફફ,

અને  $\angle અ > \angle ઢ$  છે તો અક પાયો  $>$  ફફ પાયો થશે.

સિધ્ધતા. હફ  $\triangle$  ને અવગ  $\triangle$  ની સ્થિતિમાં મૂકી ગ, કને અવ ની એકજ બાહુ પર આવરા દો.

$\therefore \angle \text{વઅક} > \angle \text{વઅગ}$ ,  $\therefore$  અગ,  $\angle \text{વઅક}$  ની અંદર પડે છે.

૨ચના.  $\angle \text{કઅગ}$  ને અહ થી દુભાગો. હગ સાંધો.

હવે  $\therefore$  અકહ, અગહ  $\triangle$  એમાં, અક = અગ, (પ્રતિસા)

અહ સામાન્ય છે, અને  $\angle \text{કઅહ} = \angle \text{ગઅહ}$ , (૨ચના)

$\therefore$  અકહ, અગહ  $\triangle$  એ સર્વ સમાન છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

$\therefore$  કહ = હગ.

$\therefore$  વહ + હગ = વહ + હક = વક;

અને  $\therefore \triangle$  વહગ માં વહ + હગ  $>$  વગ. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૮)

અને  $\therefore$  વહ + હગ = વક,

$\therefore$  વક  $>$  વગ,  $\therefore$  વક  $>$  હફ.

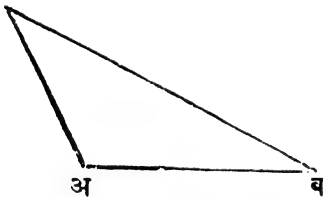
પ્ર૦ સિ૦

### પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૦.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે ધરાબર હોય અને તેઓના પાયા અસમાન હોય તો મોટા પાયાવાળા ત્રિકોણનો શિરોબિંદુ ખુણા નાના પાયાવાળા ત્રિકોણના શિરોબિંદુ ખુણાથી મોટો છે.

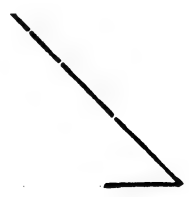
ક

ક



હ

હ



સાધન. અવક, હફ  $\triangle$  એમાં

અવ = હફ, અક = હફ અને વક  $>$  હફ, તો  $\angle \text{અ} > \angle \text{હ}$  થશે.

સિદ્ધતા. જો  $\angle \text{અ}$ ,  $\angle \text{હ}$  થી મોટો ન હોય ત્યારે

તો  $\angle \text{અ} = \angle \text{હ}$  હોવો જોઈએ; પણ ત્યારે વક = હફ. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

પણ આ અશક્ય છે.

[પ્રતિસા]

અથવા  $\angle અ < \angle ઢ$ ; પણ ત્યારે  $વક < ફ$ . (પ્ર૦ સિં ૧૯)

પણ આ અશક્ય છે.

[પ્રતિજ્ઞા]

$\therefore$  માગેલું સાધ્યજ સત્ય છે.

$\therefore \angle અ > \angle ઢ$  છે.

પ્ર૦ સિં ૨૦

## પ્રશ્નો. ( સિં ૧૯ ને ૨૦ ઉપર.)

૧. અવ, ઢઈ જ્યાના બે સરખા વર્તુળના ક, ફ મધ્યબિંદુ છે. જો અવ  $>$  ઢઈ તો અવક  $>$   $\angle ઢફ$  છે એમ બતાવો.

૨. અવક  $\Delta$  માં અક  $>$  અવ. જો અવ, અક ને લંબાવતાં તેમાં ઢ, ફ બે એવાં બિંદુ હોય કે  $વઢ = કઈ$  છે તો  $વઈ >$  કઢ.

૩. એક વર્તુળને અવ વ્યાસ વર્તુળમાંના ક બિંદુમાંથી જાય છે અને મ મધ્યબિંદુ અક માં છે તો ક માંથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં કઅ સૌથી મોટી છે; અને

૪. ક થી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં કવ સૌથી નાની છે; અને

૫. જ્યારે કપ, કઢ લીટીઓ ક માંથી પરિધ સુધી દોરી હોય અને  $\angle પમક > \angle ઢમક$  હોય ત્યારે કપ  $>$  કઢ; અને ઉલટું.

વર્તુળની બહાર ક બિંદુ છે. અવ વ્યાસ લંબાવતાં તે ક માંથી જાય છે અને અક માં મ મધ્ય બિંદુ છે તો,

૬. ક માંથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં કઅ સૌથી મોટી છે. અને કવ સૌથી નાની છે; અને

૭. જ્યારે કપ, કઢ ને ક માંથી પરિધ સુધી દોરીએ અને  $\angle પમક > \angle ઢમક$  હોય ત્યારે કપ  $>$  કઢ; અને ઉલટું.

૮. અવક  $\Delta$  માં અવ ને પમાં બિંદુ બાજી છે અને અક  $>$  કવ તો  $\angle અપક < \angle ડ$  અને જો કપમાં કોઈ ઢ બિંદુ હોય તો  $અઢ >$  વઢ.

૯. સમદ્વિબાજી  $\Delta$  ની દરેક સરખી બાજી પાયા કરતાં મોટી હોય તો સરખી બાજીઓનો અંતર્ખણો સમબાજી ત્રિકોણના ખુણા કરતાં નાનો છે.

૧૦. અવક  $\Delta$  માં મ બિંદુ એવું હોય કે  $મઅ = અવ$  તો અક  $>$  અવ.

૧૧. અવક  $\Delta$  માં બાજીઓમાં ઢ, ફ, પ બિંદુઓ હોય તો ઢઈફ  $\Delta$  ની પરિમિતિ અવક  $\Delta$  ની પરિમિતિથી નાની છે એમ બતાવો.

૧૨.\* ત્રિકોણની અ, બ, ક બાજી ઉપર ત્રિકોણની માંહેના કોઈ પણ બિંદુમાંથી દોરેલા લંબનાં અંતર ડ, ઇ, ફ હોય તો  $અ + બ + ક > ડ + ઇ + ફ$ .

૧૩.\* કોઈ પણ ચતુષ્કોણની કોણો મળી ચતુષ્કોણની અર્ધી પરિમિતિથી મોટી છે; અને આખી પરિમિતિથી નાની છે એમ બતાવો.

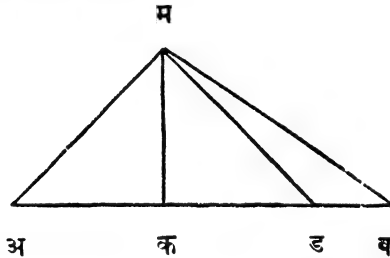
૧૪.\* ચતુષ્કોણનાં શિરોબિંદુથી કોઈ બિંદુ સુધીનાં અંતરોનો સરવાળો લઘુત્તમ હોય તો તે બિંદુ શોધો.

૧૫.\* સૌથી મોટી બાજુથી મોટી હોય એવી કોઈપણ લીટી ત્રિકોણમાં દોરી શકાય નહિ.

૧૬ \* અવકલ્પક પટકોણમાં કોઈ પણ ખુણા અતિદ્વિકાટખુણા નથી તો તેની પરિમિતિ અકલ્પક  $\Delta$  ની પરિમિતિથી મોટી છે.

### પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૧.

એક આપેલી સીધી લીટી સુધી તેની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી દોરેલી સીધી લીટીઓમાં જે તેના ઉપર લંબ છે તે ટુકામાં ટુંકી છે.



અવ એક આપેલી લીટી છે અને મ એક આપેલું બિંદુ છે. મક, અવ ઉપર લંબ છે અને મક એક બીજી કોઈ પણ લીટી છે; તો મક લીટી મક થી નાની થશે.

સિદ્ધતા.  $\therefore \Delta$  મકક માં  $\angle$  મકક = ૧ કાટખુણો.

$\therefore \Delta$  મકક માં  $\angle$  મકક < એક કાટખુણો છે, (પ્ર. સિ. ૮ ઉ.)

$\therefore \angle$  મકક <  $\angle$  મકક

$\therefore$  મકક  $\Delta$  માં મક > મક છે. (પ્રો સિં ૧૭)

એ પ્રમાણે બીજી કોઈ પણ લીટી મ થી અવ સુધી દોરીએ તો તે મક થી મોટી છે.

એટલે મક ટુકામાં ટુંકી છે.

પ્રો સિં ૦



ઉપસિદ્ધાંત ૧. મ થી અથ ઉપર એકજ લંબ દોરી શકાય છે; અને એકજ ટુંકામાં ટુંકી લીટી દોરી શકાય છે; તેથી કોઈ પણ બિંદુમાંથી કોઈ પણ લીટી પર દોરેલી ટુંકામાં ટુંકી લીટી તેના ઉપર લંબ છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. જો કઢ = અક તો મઢ = મઅ છે.

$\therefore \triangle મઢક \equiv \triangle મઅક$  છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. જો મવ જેવી બીજી કોઈ પણ લીટી મઢ કરતાં મક થી વધારે અંતરે અથ ને મળે તો મવ > મઢ છે.

$\therefore \angle મવઢ > \angle એક$  |

અને  $\angle મઢવ > \angle મવઢ$ . (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ૦ સિ૦)

નોટ-કોઈ પણ બિંદુથી એક સીધી લીટી ઉપર દોરેલી લંબ ટુંકામાં ટુંકી છે તેથી તે તેનું “અંતર” કહેવાય છે.

## પ્રશ્નો.

૧. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા પર લંબ દોરી તેની બાજુ અને લંબ માપી ઉપરનો સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૨. ઉપરના સિદ્ધાંતની મદદથી બતાવો કે કાટખુણુ  $\triangle$  માં કાર્ગુ ગમે તે બાજુથી મોટી છે.

૩. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં લંબની બંને બાજુએ બેજ સરખી સીધી લીટી આપેલી લીટી સુધી દોરી શકાય છે.

૪. કોઈ પણ લીટીના મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લીટીથી આપેલી લીટીના છેડાઓ સરખે અંતરે છે એ સિદ્ધ કરો.

૫. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબનું છેદનબિંદુ ત્રિકોણનાં બધાં શિરોબિંદુથી સમાન અંતરે છે.

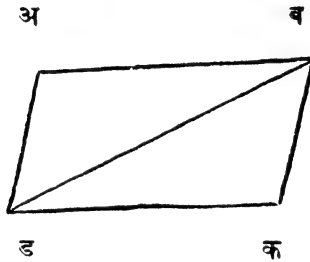
૬. પ્રશ્ન ૫ ની મદદથી ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી જતા (પરિલગ્ન) વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ શોધી કાઢી વર્તુળ દોરો.

૭. કોઈ પણ સીધી લીટી વર્તુળને બે બિંદુથી વધારે બિંદુમાં છેદી શકતી નથી એમ બતાવો.

§ ૧૯. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ; અને આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીથી થતા અંતર્ભાગોનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૨.

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ સરખી છે તથા સામસામેના ખુણાઓ સરખા છે; અને દરેક કર્ણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણને દુભાગે છે.



અવકાશ એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને બહુ એક તેની કર્ણ છે. ત્યારે (૧) અવ = કહ; અને અહ = વક થશે.

(૨)  $\angle$ અવક =  $\angle$ અહક, અને  $\angle$ હઅવ =  $\angle$ હકવ થશે. અને (૩)  $\triangle$ અવહ,  $\triangle$ કહવ બરાબર થશે.

સિદ્ધતા.  $\therefore$  અવ  $\parallel$  હક, અને બહ તેને મળે છે,

$$\therefore \angle \text{અવહ} = \angle \text{કહવ}; \quad (\text{પ્રો સિં ૬})$$

અને  $\therefore$  અહ  $\parallel$  વક, અને બહ તેને મળે છે.

$$\therefore \angle \text{અહવ} = \angle \text{કવહ}. \quad (\text{પ્રો સિં ૬})$$

વળી  $\therefore \triangle$  અહ અને  $\triangle$  કહવ માં

$$\angle \text{અવહ} = \angle \text{કહવ}, \angle \text{અહવ} = \angle \text{કવહ}$$

અને બહ સામાન્ય છે,

$$\therefore \triangle \text{અવહ} \equiv \triangle \text{કવહ}. \quad (\text{પ્રો સિં ૧૧})$$

$\therefore$  અવ = હક, અને અહ = વક; અને  $\angle$  અ =  $\angle$  ક.

૫ળી  $\therefore \angle અવઢ = \angle કઢવ$  અને  $\angle અઢવ = \angle કવઢ$  (સિદ્ધતા)

$\therefore$  આખો  $\angle અઢક =$  આખો  $\angle અવક$ ; (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને  $\triangle અઢઢ \equiv \triangle કઢવ$ ,

$\therefore$  વઢ કણું સ૦ ચ૦ ને ફલાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. સમાન્તરબાજી ચતુષ્કોણનો એક ખુણો કાટખુણો હોય તો બધા ખુણા કાટખુણા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. સમાન્તરબાજી ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજી સરખી હોય તો બધી બાજીઓ સરખી છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. સમચોરસની બધી બાજીઓ સરખી છે અને બધા ખુણાઓ સરખા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૪. સમાન્તરબાજી ચતુષ્કોણના કણું અરસપરસ ફલાગે છે.

$\therefore$  જે ઉપલા સિદ્ધાંતની આકૃતિમાં અક, વઢ, મ માં છેદે તો

$\triangle કઢમ$  અને  $\triangle અવમ$  માં અવ = કઢ, અને

$\angle અવઢ = \angle વઢક$ , અને  $\angle વઢક = \angle ઢકઅ$ ,

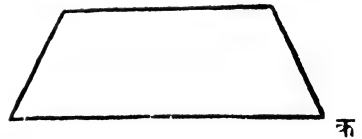
$\therefore \triangle કઢમ \equiv \triangle અવમ$   $\therefore$  મઢ = મવ અને મઅ = મક. (પ્ર. સિ. ૧૧)

ઉપ૦ ૫. સમાન્તર લીટીઓ હંમેશાં એકજ અંતરે રહે છે.

વ્યાખ્યા. જે ટ્રાપિઝ્યમની સમાન્તર બાજી સિવાયની બીજી બંને બાજીઓ સરખી હોય તેને અ બ  
સમદ્વિબાજી ટ્રાપિઝ્યમ કહે છે.

પાસેની આકૃતિમાં ઢઅ = કવ

$\therefore$  અવકઢ સમદ્વિબાજી ટ્રા. છે. ઢ



### પ્રશ્નો.

૧.  $\triangle અવક$  માં અવ = અક અને ઢઈ ॥ વક અને ઢઈ લીટી અવ અને અક ને ઢ, ઇમાં છેદે તો ઢઈકવ સમદ્વિબાજી ટ્રાપિઝ્યમ છે.

૨. અવકઢ સ૦ ચ૦ માં અવ અને અઢ ને છેદે તેમ બાજીને સમાન્તર લીટી દોરી છે તો કયા ખુણા અને કયા બાજીઓ બરાબર છે ?

૩. કોઈ પણ સં ચં માં પાસે પાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી કાટખુણે મળે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૪. કોઈ પણ સં ચં માં સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર છે કે એકબીજા છે એ સિદ્ધ કરો.

૫. અવકલ એક સમદ્વિબાજી ટ્રાપિઝ્યમમાં અડ = વક તો  $\angle$  ક =  $\angle$  ડ છે. (નોટ. વ માંથી અડ || વફ દોરો.)

૬. પ્રશ્ન ૫ માં અવ અને કલ નાં પ અને મ મધ્ય બિંદુ હોય તો વપ, અવ ને  $\perp$  છે એમ બતાવો.

૭. સામસામેના ખુણા સરખા હોય એવો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજી ચતુષ્કોણ છે એમ બતાવો.

૮. સામસામેની બાજીનું એક બેડકું સમાન્તર અને સરખું હોય તો ચતુષ્કોણ સં ચં છે એમ બતાવો.

૯. સામસામેની બાજીઓ સરખી હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.

૧૦. કણી એક બીજાને દુભાગે તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.

૧૧. કોઈ પણ લીટી ઉપર સરખી લંચાઈની બે લંબ એકબીજા બાજીએ દોરી હોય તો તેના બીજા છેડાને સાંધનારી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

૧૨. રોમ્બસના કણી એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે છે.

૧૩. સમાન્તરબાજી ચતુષ્કોણના કણી સરખા હોય તો સં ચં લંબચોરસ છે એમ બતાવો.

૧૪. સં ચં માં સામસામેની બાજીનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજીને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૧૫. અવકલ સં ચં માં અવ, કલ ને પ, મ માં દુભાગી છે તો વપડમ સં ચં છે એમ બતાવો.

૧૬. કણી સરખા હોઈ એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે તો ચતુષ્કોણ ચોરસ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૭. કોઈ પણ બે સમર્યાદ લીટીઓ એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે તો તે રોમ્બસ કે ચોરસના કણી હોવા જોઈએ.

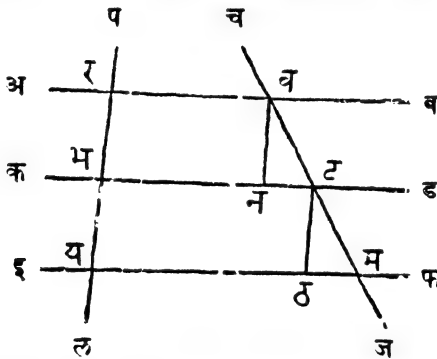
૧૮. સં ચં માં કર્ણના છેદન બિંદુમાંથી સામસામેની બાજુ સુધી દોરેલી લીટી તે બિંદુમાં દુભાગાય છે.

૧૯. સં ચં માં કર્ણથી તેની સામેનાં શિરોબિંદુ સમાન અંતરે છે.

૨૦.\* અથક  $\Delta$  ની થક બાજુમાં ઈ, લ બિંદુ હો. અથ માં પ અને અક માં ર એવાં બિંદુ શોધો કે  $ઇલ = અને$  ॥ પર હોય.

### પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૩.

જો એક લીટીને ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તર લીટીઓ છેદી અંતર્ભાગો સરખા કરતી હોય તો તેમને છેદતી બીજી કોઈ પણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ સરખા છે.



પલ લીટીને અથ, કઢ, ઈફ સમાન્તર લીટીઓ છેદી રમ, મય અંતર્ભાગો સરખા કરે છે અને તેનાથી છેદાતી ચજ જેવી બીજી કોઈ પણ લીટી છે તો વટ = ટમ થશે.

રચના. વ અને ટ માંથી પલ ને સમાન્તર વન અને ટઠ લીટીઓ દોરો.

સિદ્ધતા.  $\therefore$  રવ ॥ મન અને રમ ॥ વન છે;

$\therefore$  રમનવ સં ચં છે;  $\therefore$  રમ = વન છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨)

અને  $\therefore$  મટ ॥ યઠ અને મય ॥ ટઠ છે,

$\therefore$  મટય સં ચં છે;  $\therefore$  મય = ટઠ છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨)

પણ રમ = મય; ∴ વન = ટઠ.

હવે ∴ Δ વનટ અને Δ ટઠમ માં

∠નવટ = ∠ઠટમ અને ∠નટવ = ∠ઠમટ (પ્ર૦ સિ૦ ૭ અને ૬)

અને વન = ટઠ (સિદ્ધતા)

∴ Δ વનટ ≡ Δ ટઠમ; વટ = ટમ. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ એક બાબુના સરખા ભાગ કરે તો બીજી બાબુના પણ તેઓ તેટલાજ સરખા ભાગ કરશે.

### પ્રશ્નો.

૧. કોઈ પણ Δમાં એક બાબુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાબુને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૨. કોઈ પણ Δ માં બાબુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૩. કોઈ પણ Δ માં બાબુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાથી અર્ધી છે એમ બતાવો.

૪. કોઈ પણ Δ માં બાબુઓનાં મધ્ય બિંદુઓને સાંધનારી લીટીથી ત્રિકોણના ચાર બધી રીતે સરખા ત્રિકોણ થાય છે એમ બતાવો.

૫. કોઈ પણ ચતુષ્કોણની બાબુઓનાં મધ્યબિંદુ અનુક્રમે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૬. કોઈ પણ ચતુષ્કોણની બાબુઓનાં સામસામેના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી એક બીજીને દુભાગે છે એમ બતાવો.

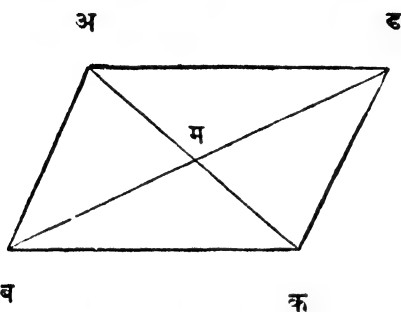
### પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૪.

જો કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં

(૧) સામસામેની બાબુની એક જોડ સરખી અને સમાન્તર હોય; અથવા

- (૨) સામસામેની બાજુની બન્ને જોડસરખી હોય; અથવા  
 (૩) સામસામેના ખુણાની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા  
 (૪) કોણી એક બીજાને દુભાગે;

તો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.



અવકઢ આપેલો ચતુષ્કોણ છે.

- (૧) જો અવ = અને || કઢ, તો અવકઢ સં ચં થશે. અક સાંધો.

$\therefore$  અવ || કઢ છે  $\therefore \angle$ વઅક =  $\angle$ અકઢ. (પ્રં સિં ૬)

હવે  $\therefore \triangle$  અવક અને  $\triangle$  અકઢ માં

અવ = કઢ અને અક સામાન્ય છે અને  $\angle$ વઅક =  $\angle$ અકઢ.

$\therefore \triangle$  અવક  $\equiv \triangle$  અકઢ (પ્રં સિં ૧૦)

$\therefore \angle$ વકઅ =  $\angle$ ઢઅક  $\therefore$  અઢ || વક (પ્રં સિં ૪)

$\therefore$  અવકઢ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

- (૨) જો અવ = ઢક અને અઢ = વક તો અવકઢ સં ચં થશે.

હવે  $\therefore \triangle$  અવક અને  $\triangle$  અઢક માં

અવ = ઢક, અઢ = વક અને અક સામાન્ય છે.

$\therefore \triangle$  અવક  $\equiv \triangle$  અઢક (પ્રં સિં ૧૪)

$\therefore \angle$  વઅક =  $\angle$  અકઢ અને  $\angle$ વકઅ =  $\angle$ કઅઢ;

$\therefore$  અવ || ઢક અને અઢ || વક. (પ્રં સિં ૪)

$\therefore$  અવકઢ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૩) જો  $\angle$ વઅડ =  $\angle$ વકડ અને  $\angle$ અવક =  $\angle$ અડક

તો અવકડ સં ૨૦ થશે.

હવે  $\therefore \angle$ વઅડ =  $\angle$ વકડ અને  $\angle$ અવક =  $\angle$ અડક છે.

$\therefore \angle$ વઅડ +  $\angle$ અવક =  $\angle$ વકડ +  $\angle$ અડક.

પણ અવકડ ના ચાર ખુણા = ૪ કાટખુણા. (?)

$\therefore \angle$ વઅડ +  $\angle$ અવક = ૨ કાટખુણા =  $\angle$ વકડ +  $\angle$ અડક;

$\therefore$  અડ  $\parallel$  વક અને અવ  $\parallel$  કડ; (પ્ર૦ સિ૦ ૫)

$\therefore$  અવકડ સમાન્તરખાણુ ચતુષ્કોણ છે.

(૪) જો અક, વડ કણે મ માં દુભાગે તો અવકડ સં ૨૦ થશે.

હવે  $\therefore \triangle$  અમવ અને  $\triangle$  ઢમક માં

અમ = મક અને વમ = મડ અને  $\angle$ અમવ = સામેના  $\angle$ ઢમક (?)

$\therefore \triangle$  અમવ =  $\triangle$  ઢમક; (?)

$\therefore \angle$ વઅક =  $\angle$ અકડ અને  $\angle$ વકમ =  $\angle$ કઅડ;

$\therefore$  અવ  $\parallel$  કડ અને અડ  $\parallel$  વક; (?)

$\therefore$  અવકડ સમાન્તરખાણુ ચતુષ્કોણ છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત. કોઈ પણ સીધી લીટી ઉપર જે જે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાઓને સાંધનારી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

## પ્રશ્નો.

૧. જો કોઈપણ સીધી લીટી પર ત્રણ અથવા વધારે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડામાંથી જતી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે એ સિદ્ધ કરો.

૨. કોઈ પણ સીધી લીટી ઉપર જે સરખા લંબ સામસામેની બાજુ ઉપર દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાને સાંધનારી લીટી આપેલી લીટીને દુભાગે છે એ સિદ્ધ કરો.

૩. પ્રશ્ન ૨ માં જો અવ ઉપર વમ, યર જે લંબ દોરીએ તો મર, ને દુભાગે છે અને મયરવ એક સં ૨૦ તે.



૪.\* બે સીધી લીટીની વચ્ચે આપેલા અ બિંદુમાંથી એક એવી લીટી દોરો કે તે આપેલી લીટીઓ સુધી જઈ અ માં દુભાગાય.

૫. બે એક ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુની એક બેડ સરખી હોય અને બીજી બેડ સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણ સમદ્વિબાજુ દ્વાપિત્યમ છે. આ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે એમ બતાવો.

૬. કોઈ પણ સં ૫૦ ચં માં સામસામેની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને બેડનારી સીધી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૭. અવકલ સં ૫૦ માં મ, ય, અનુક્રમે અવ, કલ નાં મધ્ય બિંદુ છે, તો વમલ સં ૫૦ છે એમ બતાવો.

૮. બે એક ચતુષ્કોણમાં કોણો સરખા હોય અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ છે એમ બતાવો.

૯.\* અવકલ એક સં ૫૦ છે. અને મ અમુક બિંદુ એવું છે કે મઅચ, મવરક, મકલલ અને મલલ સં ૫૦ છે તો યરલવ પણ સં ૫૦ છે. તેને આપેલા સં ૫૦ સાથે સરખાવો.

૧૦.\* અવકલ સં ૫૦ માં અક માં ૬ બિંદુ એવું છે કે ૬વ=૬લ તો ૬, અક ને દુભાગે છે. અપવાદ હોય તો બતાવો.

૧૧.\* અવકલ ચતુષ્કોણમાં  $\angle અ = \angle વ$ ,  $\angle ક = \angle લ$  તો અવકલ સમદ્વિબાજુ દ્વાપિત્યમ છે. અવકલ સં ૫૦ ચં કયારે થશે ?

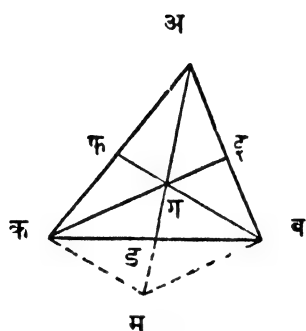
૧૨.\* અવક એક આપેલો  $\Delta$  છે. અને લલ, ફગ બે છેદતી લીટીઓ છે; તો અવક  $\Delta$  ની સર્વસમાન હોય એવો એક  $\Delta$  બનાવો કે જેની એક બાજુ લલ ઉપર હોય અને જેનું એક કોણ બિંદુ ફગ માં હોય.

૧૩.\* બે ચતુષ્કોણમાં બાકીનાં કોણ બિંદુથી એક કોણ બિંદુનાં અંતરો બધાંજ કોણ બિંદુને મળે એકજ હોય તો તે લંબચોરસ છે,

૧૪.\* સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કોણોના છેદન બિંદુમાંથી દોરેલી લીટી સં ૫૦ ના બે સરખા ભાગ કરે છે એમ બતાવો.

## પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૫.

કોઈ પણ ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે; અને દરેક મધ્યગા તે બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.



$\Delta$  અવક માં કઈ, વફ મધ્યગાઓ ગ માં છેદે છે. અગ સાંધી વક સુધી લંબાવો; તો અગઢ ત્રીજી મધ્યગા થશે; અને ગ માં દરેક મધ્યગા ત્રીજો ભાગે છેદાશે.

અગઢ ને મ સુધી લંબાવીશ્ચ || વમ ને મ માં મળવા દો. કમ સાંધો. સિદ્ધતા. ઇગ || વમ અને અઈ = વઈ  $\therefore$  અગ = ગમ (પ્ર. સિ. ૨૩) વળી કમ || ફ માંથી દોરેલી લીટી અમ ને દુભાગે છે. અને આવી સમાન્તર લીટી એકજ દોરી શકાય છે, (પ્ર સિ. ૨૩ પ્ર. ૨)  $\therefore$  વગફ || મક છે.  $\therefore$  ગવમક સંચલ છે.

$\therefore$  ગમ, વક ચરસપરસ દુભાગે છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨ ઉ૦)

$\therefore$  અગઢ, વક ને દુભાગનારી મધ્યગા છે.

વળી મગ = ૨ ગઢ અને મગ = અગ  $\therefore$  અગ = ૨ ગઢ;

$\therefore$  ગ માં અઈ ત્રીજો ભાગે છેદાય છે.

અને એજ પ્રમાણે

ગ માં કઈ અને વફ દરેક ત્રીજો ભાગે છેદાય છે. પ્ર૦ સિ૦

નોટ. ત્રિકોણની મધ્યગાના છેદન બિંદુને ત્રિકોણનું ગુરુત્વબિંદુ કહે છે.

$\therefore$  એક સરખા કાગળમાંથી જો એક ત્રિકોણ કાપી આ બિંદુમાંથી એક દોરી બાંધી ત્રિકોણને ઉચકયો હોય તો તે ક્ષિતિજ સમાન્તર રહેશે.

## પ્રશ્નો.

૧. અવક  $\Delta$  માં વઈ, કફ મધ્યગાઓ ગ માં મળે છે. જો વગ નું લ, અને કગ નું મ મધ્યબિંદુ હોય તો ફઈ, ફલ, લમ, મઈ સાંધી

ખતાવો કે ગ માં વહ અને કાફ દરેક ત્રીજો ભાગે છેદાય છે; અને તે ઉપરથી ખતાવો કે મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે.

૨. કોઈ પણ દ્રાપિન્યમની વિષમ બાજુનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તર બાજુને સમાન્તર છે.

૩. કોઈ પણ  $\Delta$  માં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો  $\Delta$  સમદ્વિબાજુ છે.

૪. જો કોઈ પણ  $\Delta$  માં ત્રણ મધ્યગા બરાબર હોય તો  $\Delta$  સમબાજુ છે.

૫. અવક કાટબાજુ  $\Delta$  નો અવ કર્ણ  $D$  માં દ્વિભાગાય છે તો કઢ, અવ થી અર્ધી છે.

૬. અવકઢ સં ૨૦ ૨૦ માં અવ નું મધ્યબિંદુ  $E$  છે. કઢ,  $ED$  સાંધી અને જો  $\angle$  કઢ એક કાટબાજુ હોય તો અવ = ૨ વક.

૭.\* અવકઢ સં ૨૦ ૨૦ માં  $E, F,$  અવ, અડ નાં મધ્યબિંદુ છે, તો  $FE \parallel$  વડ છે, અને  $FE$ , કાફ લીટીઓ વડ ને ત્રિભાગે છે.

૮.\* કોઈ પણ ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી અને કર્ણોનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દ્વિભાગે છે.

૯.\* શેઝ્વસની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી એક લંબ-ચોરસ બતાવે છે.

**નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો પ્રમેય ભાગ સમાપ્ત.**

**નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો. સિદ્ધ ભાગ.**

**વિભાગ ૩ જો. કૃત્ય ભાગ.**

કૃત્યોના કોઈ પણ ભાગમાં અમુક માપ લેવાની જરૂર પડશે નહિ. પણ કરેલું કૃત્ય ખરું છે કે નહિ તે હંમેશાં ગમે તે કોઈ ઊંઘગનાં સાહિત્યની મદદથી તપાસી જોવું અને ખાતરી કરવી. જે જે રચનાઓ કરવી તેમાં આંકલી આંકણી તથા પ્રોટ્રેક્ટર વાપરવાં નહિ. કોઈ પણ આકૃતિ યા આકૃતિનો ભાગ બહુ બારીકથી દોરવો કે જેથી સાહિત્યથી માપ લેતી વખતે કોઈપણ જાતની ભૂલ પડે નહિ.

જે જે કૃત્યો કર્યાં છે તે ફક્ત સિદ્ધાંત તરીકેજ શીખવાનાં નથી પણ ખારીક માપ પર હંમેશાં વિશેષ લક્ષ આપવાનું છે. દરેક કૃત્ય સિદ્ધાંતમાં પણ સિદ્ધતા આપી છે અને એવી સિદ્ધતા વિદ્યાર્થીએ પ્રશ્નોમાં પણ આપવી કે જેથી કૃત્યનું કામ સંતોષકારક રીતે થઈ શકે અને અને ભૂમિતિ કાર્યની વિશેષ દૃઢ માહિતી થાય.

આંકણીનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો:—

(૧) કોઈપણ આપેલાં બે બિંદુને સાંધવાં, અને

(૨) કોઈ પણ સીધી લીટીને ગમે તે દિશામાં લંબાવવી.

કંપાસનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો:—

(૧) એક આપેલું બિંદુ લઈ આપેલી સમર્યાદ લીટી યરાયર ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળ દોરવો, અને

(૨) એક આપેલી સમર્યાદ લીટી યરાયર બીજી એક આપેલી લીટીમાંથી ભાગ કાપવો.

કંપાસના ઉપયોગમાં (૨), (૧) માં સમાએલો છે. કૃત્યોની સિદ્ધતાનો મુખ્ય હેતુ એ છે કે એવી સિદ્ધતાથી બનાવેલો રચનાઓ ખરી છે એમ નક્કી થાય; અને સિદ્ધ ભાગમાં કોઈ જગ્યાએ રચના કરી તેની માફક મનમાં નિશ્ચયનો અભાવ રહે નહિ.

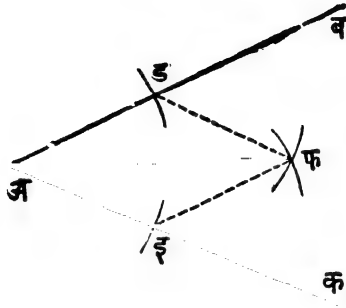
દરેક આકૃતિમાં સામાન્ય રીતે સિદ્ધતાને માટેજ વપરાએલી લીટી તુટેલી છે અને પક્ષ, સાધ્ય વગેરેને માટે સહેજ જાડી લીટી વાપરી છે. રચના ભાગમાં જ્યાં જ્યાં વર્તુળ દોરવાનો છે ત્યાં ત્યાં વર્તુળનું જોઈએ તેટલું કૌંસજ દોરવામાં આવ્યું છે કે જેથી વિદ્યાર્થીને ગુચ્ચવણ પડે નહિ અને વખત બચે.

કૃત્ય ઉપર આપેલા પ્રશ્નોમાં પણ કૃત્યમાં કહ્યું છે તેમજ સિદ્ધતા કહેવી, રચના કરવી અને સાહિત્યોની મદદથી સાધ્ય પૂર્ણ છે કે નહિ તે તપાસી જોવું. કૃત્યો અને પ્રમેયો સાથે સાથે લેવાય તો સારું.

§ ૨૦. દ્વિભાગ રચના અને લાંબ રચના.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧.

એક આપેલા ખુણાને દુભાગવો.



વચક એક આપેલો ખુણો છે. અને તેને દુભાગવાનો છે.

રચના. અ મધ્ય બિંદુ લઈ વચ, કઅ ને હ, ઇ બિંદુમાં છેદે એવો એક વર્તુળ દોરો. (સ્વી. કૃ.)

હ, ઇ મધ્યબિંદુ લઈ જોઈએ તેટલી સરખી ત્રિજ્યા લઈ એક બીજાને ફ માં છેદે તેમ બે વર્તુળો દોરો.

અફ, હફ, ઇફ સાંધો. ત્યારે અફ લીટી  $\angle$ વચક ને દુભાગશે.

સિદ્ધતા.  $\therefore \triangle$  અહફ અને  $\triangle$  અઈફ માં

અહ = અઈ અને ફહ = ફઈ અને અફ સામાન્ય છે, (રચના)

$\therefore \triangle$  અહફ  $\equiv \triangle$  અઈફ, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

$\therefore \angle$ વચફ =  $\angle$ કઅફ.  $\therefore$  અફ,  $\angle$ વચકને દુભાગે છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ-“જોઈએ તેટલી ત્રિજ્યા” નો અર્થ એવો છે કે એવી ત્રિજ્યા લેવી કે, હ, ઇ મધ્યબિંદુ લઈ દોરેલાં કૌંસો એક બીજાને છેદી શકે. આ શબ્દસમૂહનો અર્થ નીચેનાં કૃત્યોમાં પણ એવાજ લેવો.

## પ્રશ્નો.

૧. કું સિં ૧ ની આકૃતિ કયી લીટી સાથે \* સમિતરૂપ છે ? અને તે કેવી રીતે છે ?

૨. કું સિં ૧ માં ફ જિંદુ  $\angle$  અ ની બહાર પાડી બતાવો કે  $\angle$  અ, ફઅ લંબાવ્યાથી દુભાગાય છે.

૩. કું સિં ૧ માં બીજી કયો ખુણો દુભાગાય છે ?

૪. કોઈ પણ ખુણાના ચાર સરખા ભાગ કરો.

૫. ૮૫° નો ખુણો કરી તેને ત્રાટ્રેક્ટરથી દુભાગો અને કું સિં ૧ પ્રમાણે દુભાગો.

૬. ૧૫°, ૩૦°, ૭૫° ના ખૂણા ત્રાટ્રેક્ટર વિના બનાવો.

[નોટ. સમબાજુ ત્રિકોણનો ખૂણો ૬૦° નો છે.]

૭. એક કાટખુણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૮. પ્રશ્ન ૭ ની મદદ લઈ ૪૫° ના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૯. કું સિં ૧ માં બતાવો કે અફ નું કોઈ પણ જિંદુ અબ, અકથી સમાન અંતરે છે.

૧૦. ઉપલા કૃત્ય સિં ૧ ની આકૃતિમાં જોઈને સાંધીએ તો જઈ અને અફ એક બીજીને કાટખુણે મળે છે.

૧૧.\* એક ત્રિકોણના ત્રણે અંદરના ખુણાને દુભાગો.

નોટ-આ દુભાગનારી લીટીઓનું સામાન્ય છેદન જિંદુ બધી બાજુને અંદરથી સ્પર્શ કરતા અંતર્લગ્ન વર્તુળનું મધ્ય જિંદુ છે.

૧૨.\* અથક  $\Delta$  ના  $\angle$  અ ને અને અબ, અક લંબાવતાં યતા બહારના  $\angle$  બ,  $\angle$  ક ને દુભાગો.

નોટ-આ દુભાગનારી લીટીઓનું સામાન્ય છેદન જિંદુ બક અને લંબાવેલી અબ, અક ને સ્પર્શ કરતા ઉપલગ્ન વર્તુળનું મધ્ય જિંદુ છે.

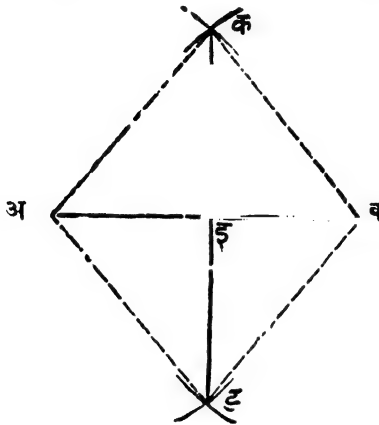
૧૩.\* અથક  $\Delta$  માં બીજા ખુણાઓને અંદરથી અને સામેના ખૂણાને બહારથી દુભાગો.

---

\* કોઈ આકૃતિ તેની અંદરની કોઈ લીટીની આબુખાબુ એવી રીતે આવી હોય કે તે આકૃતિના બે ભાગો તે લીટીના આસપાસ સર્વસમાન ; થઈ રહે તે સમિત રૂપ આકૃતિ છે.

## કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨.

એક આપેલી સમર્યાદ લીટીને દુભાગવી.



અવ એક આપેલી સમર્યાદ લીટી છે અને તેને દુભાગવાની છે.

રચના. અ મધ્યબિંદુ લઈ જોઈએ તેવડી અક ત્રિજ્યાથી  
અને બાજુએ એક એક વર્તુળનું કૌંસ દોરો. (સ્વી૦ ૬૦)

અને વ મધ્યબિંદુ લઈ કઅ ત્રિજ્યા લઈ બંને બાજુએ એક  
એક વર્તુળનું કૌંસ દોરો. આ વર્તુળો ક, હ માં છેદે છે. (સ્વી૦ ૬૦)

કહ, અક, અહ, વક, વહ, ને સાંધો. (સ્વી૦ ૬૦)

ત્યારે અવ ને કહ, ઇ માં દુભાગશે.

સિદ્ધતા.  $\therefore \triangle અકહ$  અને  $\triangle વકહ$  માં

અક = વક અને અહ = વહ (રચના)

અને કહ સામાન્ય છે.

$\therefore \triangle અકહ \equiv \triangle વકહ. \therefore \angle અકહ = \angle વકહ$  (૫૦ સિ૦ ૧૪)

વળી  $\therefore \triangle અકહ$  અને  $\triangle વકહ$  માં

અક = વક અને કહ સામાન્ય છે;

અને અંતર્પુણો અકઈ = અંતર્પુણો વકઈ (સિદ્ધતા)

∴  $\Delta$  અકઈ  $\equiv$   $\Delta$  વકઈ. (૫૦ સિં ૧૦)

∴ અઈ = વઈ. ∴ અવ, ઇ માં દુભાગાય છે. કૃ૦ કૃ૦

ઉપસિદ્ધાંત. એક આપેલી લીટીને દુભાગનારો લંબ દોરવો.

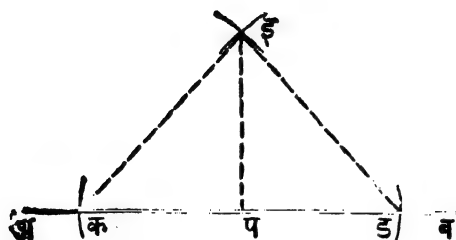
### પ્રશ્નો.

૧. ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.
૨. ઉપલી આકૃતિમાં કેટલી સમ્મિતરૂપ લીટી છે ?
૩. કોઈ પણ લીટીના ચાર અને આઠ સરખા ભાગ કરો.
૪. ઉપલી આકૃતિમાં બતાવો કે કઈ નું કોઈ પણ બિંદુ અ, વ થી સમાન અંતરે છે.
૫. કોઈ પણ વર્તુળની ન્યાને દુભાગનારો લંબ દોરો.
- ૬.\* એક આપેલી લીટીમાં એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો, કે તે આપેલાં બે બિંદુથી સમાન અંતરે હોય. આ ક્યારે અશક્ય છે ?
- ૭.\* એક આપેલી લીટીમાં એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે આપેલી બે લીટીથી સરખે અંતરે હોય. આ ક્યારે અશક્ય છે ?
૮. એક આપેલી લીટીને બેવડી કરો; તેવડી કરો; પાંચગણી કરો.
૯.  $\Delta$  અવક માં અવ = અક તો  $\angle$  અ ને દુભાગનારી લીટી પાયાનો દુભાગનાર લંબ છે.
૧૦. અવ = ૨.૬ સે. મી.; અવ ને ક માં દુભાગો અને ક આગળ કઈ = ૧.૫ સે. મી. ૪૫° ને ખુણે દોરો;  $\angle$  અકઈ અને  $\angle$  વકઈ ને કઈ અને કઈ થી દુભાગો;  $\angle$  ઇકઈ ને માપો.
૧૧. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ અક વિના બીજી કોઈ ત્રિજ્યા લઈ કરો.
૧૨. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ અક, અઈ નાં જુદાં માપ લઈ કરો.
૧૩. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ અવ ઉપર સમબાજી  $\Delta$  દોરી તેની સામેના ખુણાને દુભાગી સાબિત કરો.

### કૃત્ય સિદ્ધાંત ૩.

એક આપેલી લીટીમાં એક આપેલા બિંદુમાંથી તે લીટીને લંબ દોરવો.





અવ એક આપેલી લીટી છે અને તેમાં પ એક આપેલું બિંદુ છે. ત્યારે અવ ઉપર પ માંથી લંબ દોરવાનો છે.

રચના. પઞ, પઘ માંથી પક અને પઙ સરખી કાપો.

ક, ઇ, મધ્યબિંદુ લઈ જોઈએ તેટલી ત્રિજ્યા લઈ બે સરખા વર્તુળ દોરો; અને તે ઇ માં અસપરસ છેદે છે. (સ્વી. ૬૦)

ઇપ, ઇક, ઇઙ સાંધો. ત્યારે ઇપ, અવ ને પ આગળથી લંબ થશે.

સિદ્ધતા.  $\therefore \triangle$  કઇપ અને  $\triangle$  ઇઇપ માં

કપ = પઙ અને કઇ = ઇઇ (રચના)

અને પઘ સામાન્ય છે.

$\therefore \triangle$  કઇપ  $\equiv \triangle$  ઇઇપ  $\therefore \angle$ કપઇ =  $\angle$ ઇપઇ (પ્ર. સિ. ૧૪)

અને આ સરખા ખુણા અવ સીધી લીટી ઉપર પાસે પાસેના છે

$\therefore$  પઘ  $\perp$  અવ ને છે.  $\text{કૃ૦ કૃ૦}$

**પ્રશ્નો.**

૧. સમદ્વિબાજુ  $\triangle$  માં પાયાના છેડામાંથી પાયા પર દોરેલી લંબ સામેની બાજુને લંબાવતાં મળે તો આકૃતિમાં સઘળાં અંગનાં માપ કાઢો.

૨. એક લીટીને બીજી લીટી લંબ દોરી સેટસ્કવેરથી માપી ખાત્રી કરો.

૩. એક વર્તુળમાં અવ જ્યા છે અને અ, બ માંથી દોરેલી લંબ વર્તુળને ક, ઙ માં છેદે છે તો અક, બઙ માપો.

૪. એક ૩.૫" લાંબી લીટીને તેના છેડાથી ૦" દુર બિંદુમાંથી ૧.૩" લાંબો લંબ દોરો. આવા કેટલા લંબ દોરી શકાશે ?

૫. ૪૦ સે. મી.ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમાં અવ એક જ્યા છે, અવ ને માં દુભાગી ક ને મ મધ્યબિંદુ સાથે જોડી  $\angle$ મકઅ અને  $\angle$ મકબ માપો.



વક એક આપેલી લીટી છે અને અ તેની બહાર એક આપેલું બિંદુ છે; તો અ માંથી વક ઉપર એક લંબ દોરવાનો છે.

**રચના.** ઓ મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ વક ને ઢ, ઇ માં છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો. (સ્વી૦ ૬૦)

ઢ, ઇ મધ્યબિંદુઓ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઈ બે સરખા વર્તુળો ફ માં છેદે તેમ દોરો. (સ્વી૦ ૬૦)

અફ, અઢ, અઈ, ફઢ, ફઈ સાધો.

ત્યારે અફ, એટલે અમ, વક ને લંબ થશે.

**સિદ્ધતા.**  $\therefore \triangle અઢફ$  અને  $\triangle અઈફ$  માં

અઢ = અઈ અને ઢફ = ઇફ અને અફ સામાન્ય છે, (રચના)

$\therefore \angle ઢઅમ = \angle ઇઅમ$ . (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

વળી  $\therefore \triangle ઢઅમ$  અને  $\triangle ઇઅમ$  માં

ઢઅ = ઇઅ અને મઅ સામાન્ય છે,

અને અંતર્પૂર્ણો ઢઅમ = અંતર્પૂર્ણો ઇઅમ,

$\therefore \triangle ઢઅમ \equiv \triangle ઇઅમ$ .  $\therefore \angle ઢઅમ = \angle ઇઅમ$ . (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

$\therefore$  અમ, વક ને લંબ છે. કૃ૦ કૃ૦

**વ્યા૦.** ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ અરસપરસ જે બિંદુમાં છેદે તેને લંબછેદનબિંદુ યા લંબ-સંપાતબિંદુ કહે છે.

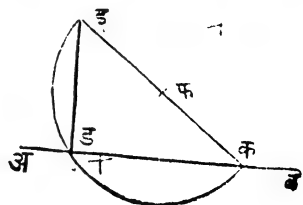
### પ્રશ્નો.

૧. ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૨. એક મોટા સાંકડખૂલુ ત્રિકોણ લઇ તેનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર લંબ દોરો.

૩. કાટખૂલુ અને પહોળખૂલુ ત્રિકોણ લઇ પ્રશ્ન ૨ પ્રમાણે કરો.

૪.\* અથ એક આપેલી લીટી છે અને ઇ એક બહાર આપેલું બિંદુ છે. અથ માં ક કોઇ પણ બિંદુ છે અને કઈ જોડી દુભાગી તેની ઉપર એક અર્ધ વર્તુળ અથ ને ફરીથી ઢ માં છેદે તેમ દોરો તો ઢઈ અથ ને લંબ છે.



૫.\* અવ આપેલી લીટી છે. અને ક બહાર આપેલું બિંદુ છે; અવ માં બે બિંદુઓ ઢ અને ઇ છે. ઢ, ઇ મધ્યબિંદુ લઈ ઢક, ઇક ત્રિજ્યાથી બે વર્તુળો ઉલટી બાજુએ પ માં છેદે તેમ દોરો તો કપ, વ અને કાટખુણે છેદશે.

૬.  $\angle$  અવક ને દુભાગી વઢ દુભાગનારી લીટીનાં ઢ બિંદુમાંથી અવ અને વક ઉપર બે લંબ દોરો; તો આ લંબ સરખા છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ હો  $\angle$  અવક કાટખુણો યા પહોળો ખુણો લઈ કરો.

૮. વર્તુળના મધ્યબિંદુમાંથી કોઈ પણ જ્યા ઉપર લંબ દોરો.

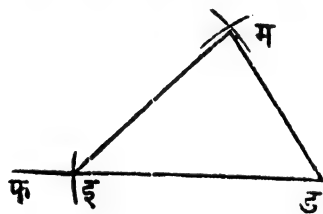
૯. એક ત્રિકોણમાં બે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો. આ લંબ બે બિંદુમાં છેદે તેમાંથી ત્રીજી બાજુ ઉપર લંબ દોરી આ લંબ બાકીનાં શિરોબિંદુ તરફ લંબાવો.

## § ૨૧. ત્રિકોણ રચના; અને કોણ રચના.

કૃત્ય સિધ્ધાંત ૫.

ત્રણ આપેલી લીટીની બરાબર બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવો.

અ, વ, ક ત્રણ આ-  
પેલી લીટી છે તો અ, વ, ક  
ની બરાબર બાજુ જેની  
દાય એવો એક ત્રિકોણ  
બનાવવાનો છે.



રચના. ઢક કોઈ પણ લીટી લઈ તેમાંથી અ = ઢક કાપો.

ઢ મધ્યબિંદુ લઈ ક ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો; અને ઇ મધ્યબિંદુ લઈ વ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળ મ માં છેદે છે. મઢ, મડ સાંધો. ત્યારે મઢઈ એક માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા. હવે  $\therefore \triangle$  મઢઈ માં

ઢઈ = અ, મઈ = વ, ઢમ = ક;

(રચના)

$\therefore$  મઢઈ માગેલો ત્રિકોણ છે.

કૃ૦ કૃ૦

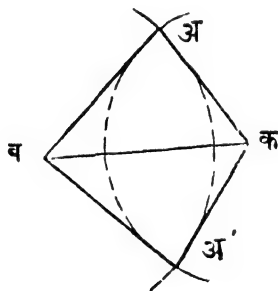
નોટ ૧. મોટામાં મોટી બાજુ સૌથી પહેલી દોરવી.

નોટ ૨. ત્રણ આપેલી લીટીમાંથી એક જે બીજી બેના સરવાળાથી મોટી અથવા બરાબર હોય તે ત્રિકોણ અશક્ય છે; કારણ કે દોરેલા વર્તુળો એક બીજાને ન છેદતાં મોટી લીટી પર એક બીજાની બહારનાં કે એકબે બિંદુમાં છેદશે. જુઓ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮.

નોટ ૩. કોઈ પણ આકૃતિ માપ વિનાની દોરવાની હોય તો હંમેશાં મોટી આકૃતિ દોરવી; કારણ કે જે ભૂલ નાની આકૃતિમાં માલમ પડે તે મોટીમાં માલમ પડવી મુશ્કેલ છે.

**ટીપ.** ત્રણ બાજુઓની લંબાઈઓ આપી હોય તો એ બાજુઓના જેટલા ત્રિકોણ નીકળે તેટલા દોરવા હોય તો શું કરીશું ?

અ, બ, ક, ત્રણ આપેલી લંબાઈ લો.



સૌથી મોટી અને અ = વક ને પાયા તરીકે લો. વ આગળથી ક લંબાઈની વચ્ચે લીટી દોરો. કેટલી લીટીઓ ક લંબાઈની દોરાશે ? આ ક = વમ નો અ છેડો જે લીટી ઉપર આવે તે લીટી કેવી આવશે ? વ મધ્યબિંદુ લઈ ક ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળનું કોઈ પણ બિંદુ વ થી કેટલું દૂર છે ? ક જેટલું. કારણ ? એ વર્તુળની બધી ત્રિજ્યા = ક છે. ત્યારે વ આગળથી લીટીઓ એવી દોરીએ કે તેના બીજા છેડા આ વર્તુળ ઉપર ન આવે તો તે લીટીઓની લંબાઈ શું ? ક કરતાં નાની કે મોટી. એજ પ્રમાણે ક આગળથી બ લંબાઈની જેટલી લીટીઓ દોરાય તેટલી દોરો. આ

લીટીઓના બીજા છેડા ક્યાં આવશે ? ક મધ્યબિંદુ અને બ ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળ દોરો. ત્યારે આ બે વર્તુળો ક્યાં ક્યાં છેદે છે ? અ, અ' માં. એ બિંદુનાં બ, ક થી અંતર કેટલાં ? બ, ક બરાબર. અ, અ' સિવાય બીજાં કોઈ બિંદુઓ બ, ક નાં અંતર બ, ક, બરાબર હોય કે નહિ ? નહિ. ત્યારે અ = બક પાયા ઉપર ત્રણ આપેલી લંબાઈના કેટલા ત્રિકોણ બક ની ઉપલી બાજુએ થઈ શકે ? એકજ અને બીજો ત્રિકોણ ઉપલીજ બાજુએ આવી શકે તો તેનું અ બિંદુ ક્યાં પડવું જોઈએ ? અ ઉપરજ. ત્યારે એ બે ત્રિકોણોનું શું થાય છે ? એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે. નહિ મળી જાય તો શું થાય ? બન્ને ત્રિકોણોની બાજુઓ એકી વખતે આપેલી લંબાઈઓની હોઈ શકે નહિ. એટલે બક પાયા ઉપર આપેલી લંબાઈઓનો એકજ ત્રિકોણ થઈ શકે છે.

વળી અ, બ, ક બાજુઓનો બીજો કોઈ ત્રિકોણ બનાવીએ તો તે અબક  $\Delta$  ઉપરજ બરાબર સ્થાનોપરિસ્થિત થવો જોઈએ અને તેથી એવું અનુમાન સિદ્ધ થાય છે કે,

“જે ત્રિકોણોમાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય તે ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે.” (પ્ર. સિ. ૧૪)

## પ્રશ્નો.

૧. એક મોટા ત્રિકોણ બનાવી તેની બરાબર બીજો ત્રિકોણ બનાવો.
૨. ૩.૧", ૪.૪", ૬.૨" ની બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવો.
૩. ૪.૩" ની બાજુ ઉપર એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવી તેના ખુણા દુબાગી માપો.

૪. ૩.૫ સે. મી. ના પાયા પર ૫.૩ સે. મી. ની બાજુનો એક સમદ્વિબાજુ  $\Delta$  બનાવો.

૫. ૬૦°, ૧૨૦°, ૩૦° ના ખુણાવાળા  $\Delta$  ઓ સાહિત્યની મદદ વિના બનાવો. (ક'પાસ અને આંકણી વાપરવી.)

૬. પ્રશ્ન ૫ માંની આકૃતિના ખુણાઓ દુબાગો.

૭. ભૂમિતિથી અણુજણ્યો એક છાકરો પોતાની કલમના ૧૦" ૨.૫", ૩.૬", લાંબા ત્રણ કટકાથી એક ત્રિકોણ બનાવવા બેઠો. ત્રિકોણ બનાવેા યા ભૂલ બતાવેા.

૮. એક આપેલા પાયા ઉપર એક આપેલી બાજુનો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો.

૯. એક આપેલી લીટી ઉપર એક એવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો કે તેની દરેક સરખી બાજુ પાયાથી બમણી હોય.

૧૦. પાયા અને પરિમિતિ આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો.

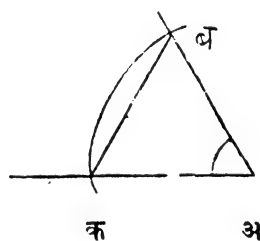
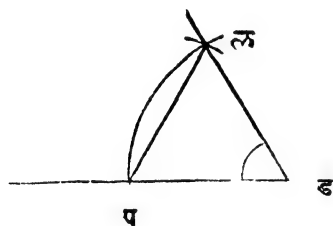
૧૧. એક આપેલા પાયા ઉપર સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

૧૨. કર્ણની બરાબર બાજુવાળો એક રોમ્બસ કાઢો.

૧૩. એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમપદ્મકોણ કાઢો.

### કૃત્ય સિદ્ધાંત ૬.

એક આપેલા ખુણાની બરાબર એક આપેલી લીટીના આપેલા બિંદુ આગળ એક ખુણો કરવો.



બાક આપેલો ખુણો છે, અને હવે માં હ એક આપેલું બિંદુ છે. તો હવે માં હ આગળ એક ખુણો બાક બરાબર કરવાનો છે.

રચના. અ મધ્યબિંદુ લઈ કોઈ પણ વર્તુળ દોરી અબ = અક કરો. હ મધ્યબિંદુ લઈ તેજ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરી હવે ને પ માં કાપો અને પ મધ્યબિંદુ લઈ કબ ત્રિજ્યા લઈ આગળના વર્તુળને લ માં છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો. કબ, હલ, પલ, સાંધો.

ત્યારે  $\angle$ વઅક =  $\angle$ લહપ થશે.

સિદ્ધતા.  $\therefore \triangle$  વઅક અને  $\triangle$  લહપ માં

અવ = હલ, અક = હપ, કવ = પલ; (રચના)

$\therefore \angle$ અ =  $\angle$ હ. (પ્ર૦ સિ. ૧૪) કૃ૦ કૃ૦

### પ્રશ્નો.

૧. એક સાંકડો ખુણો કરી તેની બરાબર એક બીજે ખુણો કરો.
૨. એક પહોળો ખૂણો કરી તેની બરાબર એક બીજે ખુણો કરો.
૩. એક બાજુ પર એક સમઘ્રિબાજુ ક્રાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવો.
૪.  $\angle$ અવક =  $\angle$ વકહ બનાવો અને વઅ, કહ, બે મ માં મળે

તો મહ, મક માપો.

૫. એક  $\angle$ અવક ના ખુણા બરાબર ખુણાવાળો એક  $\triangle$  બનાવો.

૬. એક અવકહ ચતુષ્કોણના ખુણા બરાબર ખુણાનો ચતુષ્કોણ કરો.

૭. અવ = ૨.૦" છે અને ક બિંદુ ૦.૫" અંતરે ઉપર છે; કમાંથી એવી લીટી દોરો કે અવ સાથે તે  $૫૦^\circ$  નો ખુણો કરે. કટલી રચના થઈ શકશે?

૮. ૩.૫ સે. મી. ના વ્યાસ ઉપર વર્તુળ દોરો. મ મધ્ય બિંદુમાંથી મઅ, મવ પરિધિ સુધી દોરો.  $\angle$ અમવ માપો. અવની સામેના કૌસ ઉપર કોઈ પણ પ બિંદુ સાથે અ, વ સાંધો તો  $\angle$ અપવ કેવડો?

૯.\* એકજ બાજુ ઉપર આપેલાં પ અને લ બિંદુમાંથી અવ ના એકજ બિંદુ સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ અવ સાથે સરખા ખુણા કરે.

[નોટ—અવ ઉપર પક લાંબ દોરી પક લાંબાવી પક = હક કરો. લહ સાંધી અવ ને જે બિંદુમાં લહ છે તે બિંદુ પ સાથે સાંધો.]

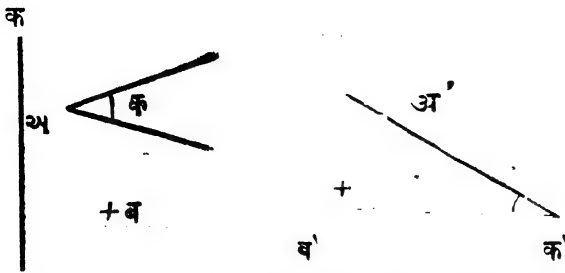
૧૦.\* પ માંથી એવી એક લીટી દોરો કે અ, વ માંથી તેની ઉપર દોરેલા લાંબ સરખા થાય. આ ક્યારે અશક્ય છે?

૧૧.\* અ બિંદુમાંથી એવી એક લીટી દોરો કે તે વક ને ॥ થાય.

### કૃત્ય સિદ્ધાંત ૭.

જે ખુણા અને તેની પાસેની બાજુ આખ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.





બ, ક આપેલા ખુણા અને વક (અ) આપેલી બાજુ છે;  
તો  $\angle$ બ,  $\angle$ ક, વક અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. ગમે તે સીધી લીટી દોરી તેમાંથી વક = બ'ક' કાપો.

બ' આગળ  $\angle$ બ =  $\angle$ અ'બ'ક' બનાવો અને  
 ક' આગળ  $\angle$ ક =  $\angle$ અ'ક'બ' બનાવો  
 બ'અ', ક'અ' ને અ' માં મળવા દો.

ત્યારે અ'બ'ક' માંગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા.  $\therefore \Delta$  અ'બ'ક' માં

બ'ક' = વક;  $\angle$ બ' =  $\angle$ બ અને  $\angle$ ક' =  $\angle$ ક છે; (રચના)

$\therefore$  અ'બ'ક' માંગેલો ત્રિકોણ છે.

કૃં ૦ કૃં ૦

ઉપસિદ્ધાંત. બે ખુણા અને તેમાંના એકની સામેની બાજુ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.

ટીપ. આપેલી લંબાઈની બરાબર બ'ક' દોર્યા પછી અમુક બાજુએ  $\angle$ બ,  $\angle$ ક બનાવવા એવું કાંઈ નથી. આપેલી વક = અ લંબાઈની લીટી લઈ તેના છેડા ઉપર  $\angle$ બ,  $\angle$ ક બરાબર ખુણા ગમે તે એક બાજુ કાઢીએ તોપણ એ પ્રમાણે થતા બધા ત્રિકોણને જો એકેક ઉપર સ્થાનોપરિસ્થિતિથી મુકીએ તો તે બધા સર્વસમાન છે. પ્રશ્નોત્તર કૃં ૦ સિં ૦ ૫ ની ટીપમાં બતાવ્યા પ્રમાણે કરી લેવા. આ ઉપરથી એવું અનુમાન નીકળે છે કે,

“જે ત્રિકોણમાં બે ખુણા અને એક બાજુ અનુક્રમે સરખાં હોય તે ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે.” (પ્રં સિં ૧૧)

## પ્રશ્નો.

૧. અબ = ૫.૧ સે. મી.,  $\angle$  અ =  $71^\circ$ ,  $\angle$  બ =  $67^\circ$  તો  $\triangle$  બનાવી ખીલત અંગ માપો.

૨. બક = ૨.૬",  $\angle$  બ =  $60^\circ$ ,  $\angle$  ક =  $24^\circ$  તો  $\triangle$  બનાવો.

૩. કઅ = ૪.૮ સે. મી.,  $\angle$  અ =  $32^\circ$ ,  $\angle$  ક =  $117^\circ$  તો  $\triangle$  બનાવો.

૪. અ = ૩.૬".  $\angle$  બ =  $112^\circ$ ,  $\angle$  ક =  $33^\circ$ , તો  $\triangle$  બનાવો.

નીચેનાં માપ પરથી  $\triangle$ ઓ બનાવો:—

૫. ક = ૩.૬" સે. મી.,  $\angle$  અ =  $67^\circ$ ;  $\angle$  ક =  $72^\circ$ ,

૬. બ = ૫.૩ સે. મી.,  $\angle$  બ =  $32^\circ$ ,  $\angle$  અ =  $64^\circ$ .

૭. ક = ૬.૭ સે. મી.;  $\angle$  ક =  $32^\circ$ ,  $\angle$  અ =  $112^\circ$

૮. ક = ૨.૧",  $\angle$  અ =  $41^\circ$ ,  $\angle$  ક =  $66^\circ$ .

૯. બ = ૧.૬",  $\angle$  બ =  $66^\circ$ ,  $\angle$  અ =  $20^\circ$ .

૧૦. અ = ૫.૨ સે. મી.,  $\angle$  અ =  $27^\circ$ ,  $\angle$  બ =  $26^\circ$ .

૧૧. કર્ણ અને એક સાંકડો  $\angle$  આપ્યાં હોય તો કાટખૂણુ  $\triangle$  બનાવો.

૧૨. એક બાજુ અને સાંકડો  $\angle$  આપ્યાં હોય તો કાટખૂણુ  $\triangle$  બનાવો.

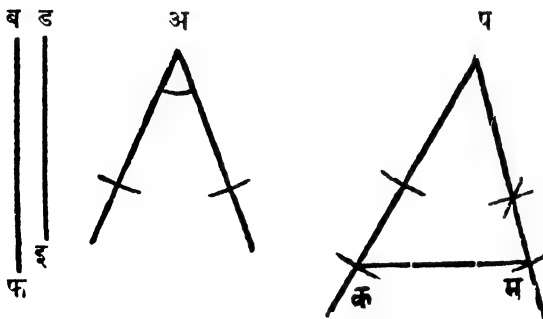
૧૩. એક કાટખૂણુ  $\triangle$  માં એક સાંકડો ખુણો બીજા સાંકડા ખુણાથી બમણો છે તો  $\triangle$  કાઢો.

૧૪. કર્ણ આપી છે તો સમદ્વિબાજુ કાટખૂણુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૫. શિરોબિંદુ ખૂણો પાયા ઉપરના ખુણાથી બમણો, અને ચાર ગણો હોય એવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો બનાવો.

## કૃત્ય સિદ્ધાંત ૮.

જે બાજુ અને અંતર્ધુણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



વફ, હફ બે આપેલી બાબુ છે અને અ એક આપેલો અંત-  
ખુણો છે; તો એ અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. કોઈ પણ લીટીમાંથી વફ = વક કરો અને વ આગળ

$\angle$ અ =  $\angle$ મવક કરો. (કૃં સિં ૬)

અને હફ = વમ કરો. મક સાંધો. ત્યારે મવક માંગેલો  $\Delta$  થશે.

સિદ્ધતા.  $\therefore \Delta$  મવક માં

વક = વફ, વમ = હફ,  $\angle$ વ =  $\angle$ અ; (રચના)

$\therefore \Delta$  મવક માંગેલો ત્રિકોણ છે. કૃં કૃં

ટીપ. આપેલા અ અંતખુણા બરાબર કોઈ પણ ખુણો બનાવી  
તેની એક શાખા લીટીમાંથી વફ બરાબર અને બીજીમાંથી હફ બરા-  
બર, બે બાજો ખુણાથી શરૂ કરી, કાપો અને ત્રિકોણ પુરો કરો.  
બાજુ ત્રિકોણો બનાવી સ્થાનોપરિસ્થિતિથી સરખાવો. કૃં સિં ૫  
પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરી નીચેનું અનુમાન કઢાવો:—

“જે જે ત્રિકોણોમાં બે બાબુ અને અંતખુણો બરાબર  
હોય છે તે બધા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે.” (પ્ર. સિ. ૧૦)

### પ્રશ્નો.

૧. અ = ૨.૧", બ = ૩.૩",  $\angle$ ક = ૭૫° તો  $\Delta$  બનાવો.

૨. બ = ૩.૭ સે. મી., ક = ૫.૬ સે. મી.,  $\angle$ અ = ૫૨° તો  $\Delta$  કરો.

૩. ક = ૫.૧ સે. મી., અ = ૮.૨ સે. મી.  $\angle$ વ = ૧૧૨° તો  $\Delta$  કરો.

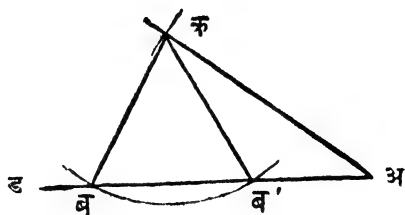
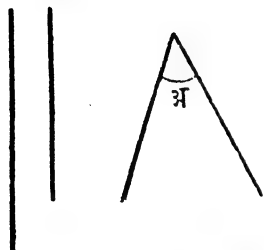
૪\*. અ = ૩.૭", બ = ૨.૧",  $\angle$ અ = ૬૦° તો  $\Delta$  બનાવો.

નોટ-નિશાળ ખાતાના સરકારી અભ્યાસમાં નીચેના ૯ માં સિદ્ધાંતનો  
સમાવેશ થતો નથી. માટે વિદ્યાર્થીને તે શીખવાની જરૂર નથી. ત્રિકોણોની  
રચનાના સઘળા પ્રકારો પુરા કરવા માટેજ એ કૃત્ય અત્રે આપ્યું છે.

### કૃત્ય સિદ્ધાંત ૯.

બે બાબુ અને તેમાંની એકની સામેનો ખુણો આપ્યાં  
હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.

અ અ



અ, બ, બે આપેલી બાજુ છે અને અ ની સામેનો ખુણો અ આપેલો છે તો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. અ'હ લીટીમાં અ' આગળ  $\angle અ = \angle અ'$  કરો; (કૃ.સિ. ૬) અને બ = અ'ક કરો. ક મધ્યબિંદુથી અ ત્રિજ્યા ત્રણ એક વર્તુળ દોરો.

જો આ વર્તુળ અ'હ ને બ અને બ' માં છેદે

તો અ'કબ, અ'કબ'  $\Delta$  એ આપેલા પક્ષ ઉપરથી થશે.

સિદ્ધતા.  $\therefore$  અ'કબ  $\Delta$  માં અને  $\therefore$  અ'કબ'  $\Delta$  માં

$$\angle અ' = \angle અ$$

$$\angle અ' = \angle અ$$

$$અ'ક = બ$$

$$અ'ક = બ$$

અને બક = અ, અને કબ' = અ;

તેથી અ'કબ, અને અ'કબ' માંગેલા ત્રિકોણ છે. કૃં ૦ કૃં ૦

નોટ. ક માંથી અ'હ ઉપર લંબ દોરી હોય અને તેટલીજ લંબાઈની અ હોય તો એકજ ત્રિકોણ થશે.  $\therefore \angle બ' = 90^\circ = \angle બ$ . વળી જો કલ લંબ હોય તો કલ અંતર (ક નું અ'હ થી) ઓછામાં ઓછું છે. તેથી જો અ, કલ થી ઓછી હોય તો કોઈ પણ ત્રિકોણ થશે નહિ. કારણ કે અ ત્રિજ્યાથી દોરેલો વર્તુળ અ'હ ને મળશે નહિ. ન્યારે જો ત્રિકોણો થાય છે ત્યારે આ સિદ્ધાંતને અનિશ્ચિત ત્રિકોણ રચના હોય છે.

તેમજ અનિશ્ચિત ત્રિકોણ બનાવવાને માટે અ, બ થી ઓછી અને કલ લંબથી વધારે હોવી જોઈએ. કારણ કે જો અ, બ થી મોટી હોય તો વર્તુળના બંને છેદન બિંદુઓ અ'હ ઉપર  $\angle અ'$  તરફ ન પડતાં વિરુદ્ધ બાજુએ પડશે એટલે એકજ  $\Delta$  થશે.

## પ્રશ્નો.

૧. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અ, બ થી ઓછી હોય અને

- (૧) અ, લંબથી ઓછી હોય  
 (૨) અ, લંબ બરાબર હોય  
 (૩) અ, લંબથી મોટી હોય } ત્યારે આકૃતિઓ દોરો.

૨. અ, બ થી મોટી હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૩. અ = બ હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૪. ક = ૨.૧", બ = ૧.૭ અને  $\angle \text{બ} = 34^\circ$  ત્યારે ત્રિકોણ દોરો.

૫. ક = ૫.૦ સે.મી., બ = ૩.૦ સે.મી. અને  $\angle \text{બ} = 34^\circ$  ત્યારે  $\triangle$  દોરો.

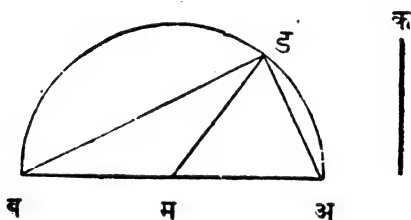
૬. બ = ૩.૭", અ = ૨.૧" અને  $\angle \text{અ} = 42^\circ$  ત્યારે ત્રિકોણ દોરો.

૭.  $\triangle$  અબક અને  $\triangle$  ડફમાં અબ = ડફ, અક = ડફ અને  $\angle \text{બ} = \angle \text{ફ}$  છે. બતાવો કે આ ત્રિકોણો સરખા હોય કે ન હોય.

નોટ. ઉપલી આકૃતિઓમાં અનિશ્ચિત ત્રિકોણ હોય ત્યાં કારણ આપો.

## કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૦.

કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યાં હોય તો કાટખુણુ ત્રિકોણ બનાવવો.



ક એક બાજુ અને અબ કર્ણ છે. ત્યારે એક કાટખુણુ ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. અબ ને મ માં દુભાગી મ મધ્યબિંદુ લઇ મઅ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો.

અ મધ્ય બિંદુ લઇ ક ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. અ વર્તુળ આગળના વર્તુળને ડ માં છેદે છે. ડઅ, ડમ, ડબ સાંધો.

ત્યારે અહવ માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા.  $\therefore$  અહમ  $\triangle$  માં અને  $\therefore$  બહમ  $\triangle$  માં

મઅ = મહ

મવ = મહ

$\therefore \angle અ = \angle મહઅ;$

$\therefore \angle વ = \angle મહવ.$

$\therefore$  સરવાળો કરતાં  $\angle અહવ = \angle અ + \angle વ$  છે;

$\therefore$  અહવ એક કાટખુણુ  $\triangle$  છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉપ.)

અને તેમાં અવ કર્ણ છે અને અહ = વ એક બાજુ છે.

$\therefore$  અહવ માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

ટીપ. આપેલી અવ કર્ણના અ છેડામાંથીજ ક બરાબર બાજુ દોરવી એવું કાંઈ નથી. અવ ઉપર ગમે તે બાજુએ અર્ધ વર્તુળ દોરી અને અવ ના કોઈ પણ છેડામાંથી ગમે તે બાજુએ ક બરાબર બાજુ દોરી જે જે ત્રિકોણો થાય તે બધા સ્થાનોપરિસ્થિતિથી બરાબર માલમ પડે છે. કૃ૦ સિ૦ ૫ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરી નીચેનું અનુમાન ઠસાવો:—

“જે જે કાટખુણુ ત્રિકોણોમાં કર્ણ અને એક બાજુ બરાબર હોય તે બધા ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે.” (પ્ર. સિ. ૧૫)

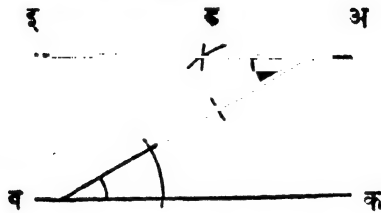
### પ્રશ્નો.

૧. સિધ્ધાંત ૧૦માં માગેલા  $\triangle$ ઓ અવ ઉપર કેટલા થઈ શકે ?
૨. અર્ધ વર્તુળમાંનો ખુણો એક કાટખુણો છે.
૩. ઉપલી આકૃતિમાં ઢપ, અવ ઉપર લાંબ હોય તો  $\triangle$  અહપ,  $\triangle$  બહપ અને  $\triangle$  અહવ ચારસપરસ સમકોણ છે.
૪. એક વર્તુળમાં ૩.૭" કર્ણ અને ૧.૨" બાજુના બે કાટખુણુ ત્રિકોણો પાસે પાસે મુકી એક લાંબ ચોરસ બનાવો.
૫. એકજ બાજુ ઉપર ને એકજ કર્ણના બે સરખા કાટખુણુ ત્રિકોણ બનાવી તેનાં શિરોબિંદુ સાંધી એક લાંબ ચોરસ બનાવો.
- ૬.\* એક બાજુ અને કાટખુણામાંથી સામેના કર્ણ ઉપર દોરેલી લાંબ આપી હોય તો કાટખુણુ ત્રિકોણ બનાવો.
- ૭.\* કર્ણ અને બાજુઓનો સરવાળો આપ્યાં હોય તો કાટખુણુ ત્રિકોણ બનાવો.

૬ ૨૨. સમાન્તર સીધી લીટી દોરવાનું; લીટીના સરખા ભાગ કરવાનું; અને કૌસને દુભાગવાનું.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૧.

એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી સીધી લીટીની સમાન્તર સીધી લીટી દોરવાની.



વક એક આપેલી લીટી અને અ એક આપેલું બિંદુ છે.

ત્યારે અ માંથી વક  $\parallel$  એક લીટી દોરવાની છે.

રચના. અવ સાંધી, અ આગળ  $\angle$  વઅઢ,  $\angle$  અવક બરાબર કરો.

અને અઢ ને ૬ સુધી લંબાવો. ત્યારે અઢ લીટી વક સમાન્તર થશે.

સિદ્ધતા.  $\therefore$  અઢ અને વક લીટીને વઅ લીટી મળે છે,

અને વ્યુત્ક્રમ  $\angle$  વઅવ = વ્યુત્ક્રમ  $\angle$  અવક કરે છે.

$\therefore$  વક  $\parallel$  અઢ છે.

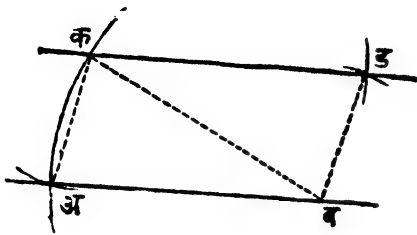
(પ્ર૦ સિ૦ ૪) કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. અવ = ૪.૫ સે. મી. અને  $\angle$  વઅક =  $60^\circ$ ; ક માંથી અવ  $\parallel$  કઢ દોરો; અને કઢ = ૪.૫ સે. મી. છે; ઢવ સાંધો; અક, ઢવ,  $\angle$  ક,  $\angle$  વ માપો.

૨. ૧.૫" ત્રિજ્યાના એક વર્તુળ પર અવ વ્યાસની બંને બાજુએ ઢ અને ૬ ૧" છેડે છે. ઢ, ૬ માંથી બે ન્યા વ્યાસ  $\parallel$  દોરો અને તેને માપો.

૩.  $\angle$  વઅક =  $60^\circ$  અને વઅ = અક = ૩.૨" છે. કઢ  $\parallel$  અવ અને વઢ  $\parallel$  અક દોરો. અઢ, વક, મ માં છેડે તો મઅ, મવ, મક, મઢ માપો.



૪.\* વચ આપેલી લીટી અને ક આપેલું બિંદુ છે. અવ માં વ ગમે તે બિંદુ લો અને વ મધ્યબિંદુ લઈ વક ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. ક મધ્યબિંદુ અને કવ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો; વ મધ્યબિંદુ લઈ એક

ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. બે વર્તુળો ઢ માં છેદે તો કઢ ॥ અવ

૫. વ્યાવહારિક કામમાં કેવી રીતે સમાન્તર લીટી દોરશો ?

૬. ૨:૧ ના પ્રમાણમાં બાજુઓ હોય એવો એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૭. ૪", ૩", ૧.૫" ની બાજુનું એક સમઘ્રિબાજુ દ્રાપિત્યમ કરો.

૮. એક બાજુ અને એક કર્ણ ૨.૪" અને ૪.૨" છે તો લંબ ચોરસ દોરો.

૯. બે કર્ણો અને અંતર્ખૂણો ૪૦°, ૬૦° અને ૭૫° છે તો સ.ચ. દોરો.

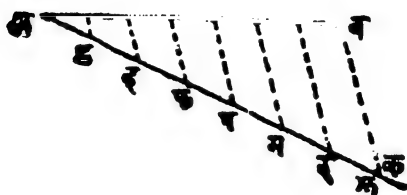
૧૦. ૪૦° પાયા ઉપર ૨.૧" ઠંચાઈનો ૫૫° ના ખુલાવાનો એક સ. ચ. બનાવો.

૧૧. કૃત્ય સિધ્ધાંત ૧૧ ની આકૃતિમાં વક ઉપર અલ લંબ દોરો અને અ તરફ વક લંબ (અલ) દોરો તો કઅ, વક ની સમાન્તર છે.

કૃત્ય સિધ્ધાંત ૧૨.

કોઈ આપેલી સીધી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા.

ટ ઠ ય વ મ ચ



અવ એક આપેલી લીટી છે અને

તેના (ધારો કે) સાત સરખા ભાગ કરવાના છે.



રચના. અવની સાથે ઠાઠ પણ અક લીટી ગમે તે ખુણો કરે તેમ દોરો.

અક ઉપર અનુક્રમે સાત સરખા ભાગ અઢ, હઢ, ફફ, ફપ, પમ, મર, રલ કરો; અને બલ સાંધો.

અને લલ ॥ રચ, મમ, પવ, ફય, ફટ, હટ દોરો. (કૃં સિં ૧૧)

ત્યારે અવ ના સાત સરખા ભાગ થશે.

સિદ્ધતા. ∴ અક ને છેદી સમાન્તર લીટીઓ અલ ના

અઢ, હઢ, ફફ, ફપ, પમ, મર, રલ, સાત સરખા ભાગ કરે છે.

∴ તેજ સમાન્તર લીટીઓ અવ ના પણ તેટલાજ

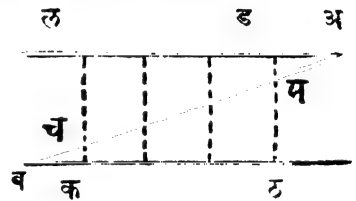
અઠ, ઠટ, ટય, યવ, વમ, મચ, ચવ, સરખા ભાગ કરે છે. (પ્ર.સિ. ૨૩)

એજ પ્રમાણે અવ ના ગમે તેટલા સરખા ભાગ થઈ શકે છે. કૃં કૃં

### કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૨ ની દ્વિતીય રચના.

અવ ની સાથે ખુણો કરતી  
અલ લીટી દોરો અને અલ ॥  
બઠ દોરો.

અલ, બઠ ઉપર આકૃતિમાં  
ખતાયા પ્રમાણે ચાર ચાર સરખા  
ભાગ કરો.



અને ખતાયા પ્રમાણે સાંધો ત્યારે અવ ના પાંચ સરખા ભાગ થશે.

∴ હઠ, લલ વગેરે ॥ છે.

અને અલ ના ચાર સરખા ભાગ થાય છે અને બઠ ના પણ  
ચાર સરખા ભાગ થાય છે; ∴ વય, અચ ના ચાર ચાર સરખા  
ભાગ થાય છે.

∴ અવના પાંચ સરખા ભાગ થાય છે.

કૃં કૃં

### પ્રશ્નો.

૧. એક લીટીના પાંચ સરખા ભાગ આશરે કરી સરખાવો.

૨. ૪.૭" લીટીના ૬ સરખા ભાગ કરો.

૩. ૧૧૦ સે. મી. લીટીના સાત સરખા ભાગ કરો.

૪. એક આખી લીટીમાંથી તેનો  $\frac{3}{4}$  ભાગ કાપો.

૫. એક લીટીને લંબાવી તેને  $1\frac{3}{4}$  ગણી બનાવો.

૬. એક લીટીને લંબાવી તેને ૧.૩ ગણી બનાવો.

૭. એક લીટીમાંથી તેનો .૭ ભાગ કાપો.

૮. એક લીટીને ૩ : ૯ ના પ્રમાણમાં કાપો.

૯. એક લીટીને કાપો અને તેના ભાગોનું પ્રમાણ કહો.

### કૃત્ય પ થી ૧૨ ઉપરના સામાન્ય પ્રશ્નો.

૧. પાસે પાસેની બે બાજુ અને તેનો અંતર્ખૂણો આખ્યાં હોય તો સં. ચં. દોરો.

૨. એક બાજુ બીજી કરતાં બમણી હોય એવો લંબચોરસ દોરો.

૩.  $60^\circ$  ના ખુણાવાળો એક સં. ચં. આપેલી બાજુ ઉપર દોરો.

૪. એક ખૂણો અને પરિમિતિ આખ્યાં હોય તો સં. ચં. દોરો.

૫. એક આપેલી લીટીથી આપેલે અંતરે આવે એવી એક સમાન્તર લીટી દોરો.

૬.  $1.2''$ ,  $1.6''$  અને  $2.8''$  ની બાજુ અને કર્ણ અનુક્રમે હોય એવો સં. ચં. દોરો.

૭. ૩.૪ સે. મી. ની બાજુ અને ૫.૪ સે. મી. ની કર્ણ હોય એવો લંબચોરસ દોરો.

૮. બે પાસે પાસેની બાજુ અને સામસામેની બાજુનું અંતર આખ્યાં હોય તો સં. ચં. દોરો.

૯. એક કાટખૂણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૦. બે બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઈ આખ્યાં હોય તો ત્રિકોણ દોરો.

૧૧. પાયા, એક બાજુ, અને પાયા ઉપરની મધ્યગા આખ્યાં હોય તો  $\Delta$  દોરો.

૧૨. પાયા, પાયા ઉપરની ઉંચાઈ, અને એક બાજુ આખ્યાં હોય તો  $\Delta$  દોરો.

૧૩. બે કર્ણ અને એક બાજુ આખ્યાં હોય તો સં. ચં. દોરો.

૧૪. પાયા ઉપરના બે ખુણા અને પાયા ઉપરની ઉંચાઈ આખ્યાં હોય તો  $\Delta$  દોરો.

૧૫. આપેલી ઉંચાઈનો એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

૧૬. શિરોબિંદુ ખૂણો ને ઉંચાઈ આખ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ  $\Delta$  દોરો.

૧૭. જોનો શિરોબિંદુ ખુણા પાયા ઉપરના ખુણાથી ચારમણો હોય એવો એક સમદ્વિબાજી  $\Delta$  બનાવો.

૧૮. ૧૦" ના પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજી  $\Delta$  બનાવો.

૧૯. પાયા અને ઉંચાઈ આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજી  $\Delta$  બનાવો.

૨૦. ૬૦°ના ખુણામાંથી જતી કર્ણ ૨.૪" હોય એવો રોમ્બસ બનાવો.

૨૧. ૩.૪ સે.મી.ની મધ્યગા હોય એવો એક સમબાજી  $\Delta$  બનાવો.

૨૨. એક બાજી અને કાટખુણામાંથી કર્ણ ઉપર દોરેલી લંબ આપ્યાં હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

૨૩.\* કર્ણ ને બે બાજીનો સરવાળો આપ્યાં છે તો કાટખુણ  $\Delta$  બનાવો.

૨૪.\* પરિમિતિ અને ઉંચાઈ આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજી  $\Delta$  બનાવો.

૨૫.\* પાયા અને શિરોબિંદુ ખુણા આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજી  $\Delta$  બનાવો.

૨૬.\* પાયા, અને શિરોબિંદુ ખુણા તથા પાયા ઉપરના એક ખુણાનો સરવાળો આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજી ત્રિકોણ દોરો.

૨૭.\* પાયા, અને એક બાજી તથા ઉંચાઈનો સરવાળો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજી  $\Delta$  દોરો.

૨૮.\* એક આપેલી લીટીમાં પાયા હોય અને બે આપેલાં બિંદુમાંથી બાજીઓ નીચે એવો એક સમબાજી ત્રિકોણ દોરો.

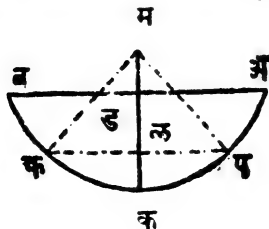
૨૯.\* પાયા, ઉંચાઈ, અને પરિલગ્ન વર્તુળની ત્રિજ્યા આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ દોરો.

૩૦.\* એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવી એક લીટી દોરો કે તે પાયાથી ત્રીજો ભાગે હોઈ પાયાની સમાન્તર હોય અને તેના છેડા બાજી ઉપર હોય.

૩૧.\* એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવી એક લીટી દોરો કે તે પાયાથી ચોથો ભાગે હોય ને પાયાની સમાન્તર હોઈ તેના છેડા બાજી ઉપર હોય.

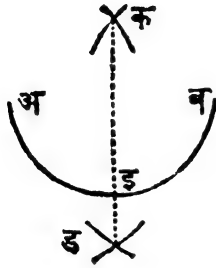
કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૩.

વર્તુળના આપેલા કોસને દુભાગવું.



અકબ એક આપેલું કૌંસ છે અને તેને દુભાગવાનું છે.

**રચના.** અવ ને સાંધી તેને ઢ માં દુભાગો. (કૃં સિં ૨)  
અને ઢમ, અવને  $\perp$  દોરી, મઢને લંબાવી કૌંસને કમાં છેદવા દો. (કૃં સિં ૩)  
ત્યારે અકબ કૌંસના ક બિંદુમાં બે સરખા ભાગે થશે.  
**સિધ્ધતા.** કરવાની નથી. કૃં કૃં  
**અથવા**



**પદ્ધ.** અહિં કોઈ પણ કૌંસ લો.

**સાધ્ય.** ત્યારે અહિં કૌંસને દુભાગવાનું છે.

**રચના.** અ મધ્યબિંદુ લઈ અને અવના અર્ધાંશી સહેજ મોટી ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. બ મધ્યબિંદુ અને તેવડીજ ત્રિજ્યા લઈ બીજી વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળો ક, ઢમાં છેદે છે. કઢ સાંધો.  
ને કઢ લીટી કૌંસને ઇમાં છેદે તો અવ કૌંસ ઇમાં દુભાગાય છે.  
**સિધ્ધતા.** કરવાની નથી. કૃં કૃં

### પ્રશ્નો.

૧. મધ્યબિંદુ આગળ  $૯૦^\circ$  નો ખુણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.
૨. એક અર્ધ વર્તુળને દુભાગો.
૩. એક અર્ધ વર્તુળથી ઓછા કૌંસને દુભાગો.
૪. એક અર્ધ વર્તુળથી મોટા કૌંસને દુભાગો.
૫.  $૩.૪''$  ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ  $૪૫^\circ$  નો ખુણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

૬. ૬.૨ સે. મી. ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૬૨° નો ખુણો કરે એવા કોસને દુભાગો.

૭. એક કોસના ચાર સરખા ભાગ કરો; આઠ સરખા ભાગ કરો.

## § ૨૩. નિધાન રચના.

નોટ-નિધાનના સિદ્ધાંતો મંજુર થએલા અભ્યાસક્રમ પ્રમાણે વિદ્યાર્થીને કરવાના નથી માટે તે શીખવાની ખાસ જરૂર નથી.

### નિધાન અથવા કક્ષા.

ધારો કે  $p$  બિંદુ એવું છે કે તે હંમેશાં ગમે તે સ્થિતિમાં એક મુકરર  $m$  બિંદુથી  $p''$  અંતરે રહે છે. હવે  $p$  બિંદુની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નક્કી કરી પાસે પાસેનાં બિંદુઓ જોડીએ તો જે લીટી થશે તે લીટી ઉપરનું દરેક બિંદુ  $m$  થી  $p''$  અંતરે હોવાનું જોઈએ; માટે આવી લીટીને  $m$  થી  $p''$  અંતરે રહે એવા બિંદુનું નિધાન યા કક્ષા કહે છે. વળી  $a$  બિંદુ એવું છે કે એક આપેલી વક્ર લીટી થી હંમેશાં  $3.1$  સે. મી. ને અંતરેજ રહે છે. તેથી  $a$  ની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નક્કી કરી તેમાંથી જે લીટી દોરીએ તે  $a$  નું વક્ર ના સંબંધમાં નિધાન કહેવાય છે. એજ પ્રમાણે  $a$  અને  $b$  બે બિંદુથી સરખે અંતરે જે  $k$  બિંદુ હંમેશાં રહે છે તેનું નિધાન પણ નીકળી શકે. કારણ કે જો  $k$  ની જુદી જુદી સ્થિતિ નીકળી શકે તો એ બિંદુને સાંધનારી લીટી તે તે નિધાન છે.

વ્યાખ્યા. કોઈ આપેલી શરત પુરી કરી જુદી જુદી સ્થિતિમાં જઈ એક બિંદુ જે લીટી નક્કી કરે તે તે બિંદુનું નિધાન યા કક્ષા કહેવાય છે.

એ ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે કે નિધાન રચનામાં નીચેની બાબતો જરૂરની છે:-

(૧) સ્થિર આપેલી લીટી યા બિંદુ;

(૨) એક જુદી જુદી સ્થિતિમાં ફરતું બિંદુ;

(૩) આપેલી અમુક શરત; અને

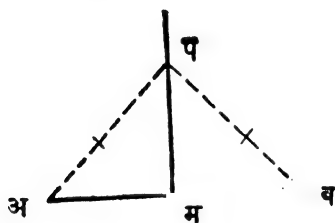
(૪) ખસતું બિંદુ જે લીટી દોરે તે લીટી.

નોટ-ઉપરની વ્યાખ્યામાં “જે લીટી દોરે તે” શબ્દોમાં “લીટી” એટલે “વક્ર યા સીધી લીટી”, “એક યા વધારે લીટી” બંને અર્થ સમજવા.

વળી કોઈ પણ નિધાન કાઢતી વેળા બતાવવું જોઈએ કે એવી લીટીનું કોઈ પણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરે છે; અને તે લીટીની બહારનું કોઈ પણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરતું નથી. પણ આ દ્વિતીય સિદ્ધતા વધારે સહેલી હોવાથી વિદ્યાર્થીને માટે પ્રશ્ન તરીકે રહેવા દીધી છે.

(૧). આપેલી લીટીને દુભાગનાર નિધાન.

એક બિંદુ એવી રીતે ખસે છે કે તેનાં અંતરો બે આપેલાં બિંદુથી હંમેશાં સરખાં રહે છે તો તે બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



અ, બ, બે આપેલાં સ્થિર બિંદુઓ છે અને પ એવું ખસતું બિંદુ છે કે અ, બ થી તેના અંતરો હંમેશાં સરખાં રહે છે. ત્યારે પનું નિધાન કાઢવાનું છે.

∴ અથ લીટીનું મધ્યબિંદુ મ, અ અને બ થી સમાન અંતરે છે.

∴ મ, પ ની એક સ્થિતિ છે.

ધારો કે પ એ ખસતા બિંદુની એક બીજી સ્થિતિ છે.

તેથી પઅ = પબ.

જમ સાંધા.

હવે  $\therefore$  પઅમ અને પવમ  $\Delta$  એમાં પઅ = પવ, અમ = વમ, અને  
પમ સામાન્ય છે;  $\therefore \Delta$ પઅમ  $\equiv$   $\Delta$ પવમ છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

$\therefore \angle$ પઅમ  $= \angle$ પમવ  $\therefore$  પમ, અવને લંબ છે,

એટલે પ, જે અ અને વ થી સરખે અંતરે છે તે અવના દુલા  
ગનાર લંબ ઉપર છે.

એજ પ્રમાણે પમ ઉપર ગમે તે બિંદુ લખએ તો તે અ અને  
વ થી સમાન અંતરે છે.

$\therefore$  મપ, એ અ, વ થી હંમેશાં સરખે અંતરે રહેતા પ નું  
નિધાન છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ-ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ મૂકી શકાય છે:—

(૧) જે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું  
નિધાન કાઢવું.

(૨) જે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું  
નિધાન તે જે સ્થિર બિંદુઓને જોડનારી સીધી લીટીનો  
દુલાગનાર લંબ છે.

### પ્રશ્નો.

૧. એક આપેલા બિંદુથી ૨.૧"ને અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢો.
૨. ધડીઆળના મીનીટ કાંટાની આણીનું નિધાન શું? કલાક કાંટાની  
આણીનું નિધાન શું?
૩. અવાળ ૧ સેકન્ડમાં ૩૮૦ વાર જાય તો એક સેકન્ડે જે લોકો  
અવાળ સાંભળે તેનું નિધાન શું? (યોગ્ય સ્કેલ લેવું.)
૪. એક આંકણીને કાગળ ઉપર રાખી જોળ ફેરવીએ તો તેની ધરીનું  
નિધાન શું? તેના છેડાના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું?
૫. એક રસ્તાની કોરોથી સરખે અંતરે એક માણસ જાય તો તેનું  
નિધાન શું?
૬. એક બારણાને ઉધામ્રએ તો તેની ધરીનું નિધાન શું?
૭. જે રૂપીયાને ટેબલ ઉપર સાથે રાખી એકને સ્થિર કરી ખસીને  
કોરની અડોઅડ ફેરવીએ તો તેના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું?

૮. એક વર્તુળાકાર રસ્તાની કારથી એક વાર છેટે એક ટપાલી ફોડે તે તેનું નિધાન શું ?

૯. એક પથરો હાથમાંથી જમીન ઉપર પડતો મૂક્યો હોય તો તેના ગુરુત્વબિંદુનું નિધાન શું ?

૧૦.\* એક બિંદુ એવું છે કે તે બે આપેલી કાટખુણે છેદતી લીટી-ઓમાંની દરેકથી સરખે અંતરે રહે છે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૧.\* એક આંકણીનો એક છેડો જમીન પર છે અને બીજો છેડો ક્ષિતિય પર છે; અને જો છેડા હંમેશાં એ પ્રમાણે રાખી આંકણીને ખસેડીએ તો તેના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું ?

૧૨.\* પ્રશ્ન ૧૦ મામાં ખસતું બિંદુ એક કરતાં બીજીથી બમણું કે ત્રણ ગણું અંતરે રહે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૩.\* એક બિંદુ એવું છે કે બે કાટખુણે છેદતી લીટીઓથી તેનાં અંતરોનો સરવાળો ૫.૦" છે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૪.\* પ્રશ્ન ૧૩ મામાં બાદબાકી ૩.૦" રહે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૫.\* ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે છે એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૬.\* એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે અ થી ૪.૦" અને બ થી ૪.૫" છેટે હોય.

૧૭.\* એક આપેલા વર્તુળથી અંતર ૨.૪" રાખે એવા બિંદુનું નિધાન કાઢો.

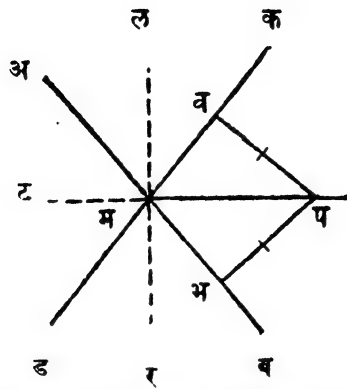
૧૮.\* અ, બ થી સરખે અંતરે આવેલું એક બિંદુ પક્ક ઉપર છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૯.\* અ બિંદુ થી લીટીથી ૩.૧" છેટે હંમેશાં રહે છે તો તેનું નિધાન કાઢો.

## (૨) આપેલા ખુણાને દુભાગનાર નિધાન.

બે આપેલી અરસપરસ છેદતી સીધી લીટીથી સરખે અંતરે આપેલા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.





અવ, કઢ બે સીધી લીટી મ માં છેદે છે અને પ, એક એવું બિંદુ છે કે તેના અંતર અવ, કઢ થી હંમેશાં સરખાં છે; તે તેનું નિધાન કાઢવાનું છે.

$\therefore$  મ, અવ, કઢ બંને ઉપર છે તેથી બંનેથી તેનું અંતર શૂન્ય છે.

$\therefore$  મ, પ ની એક સ્થિતિ છે.

ધારો કે પ બીજી સ્થિતિ છે.  $\therefore$  પવ લંબ = પમ લંબ છે.  
પમ સાધો.

હવે  $\therefore \triangle$  પવમ અને  $\triangle$  પમમ માં

પમ કર્ણ છે, અને પવ = પમ અને  $\angle વ = \angle મ = ૯૦^\circ$  છે.

$\therefore$  પ,  $\angle$ કમવ ને દુભાગનાર લીટી ઉપર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૫)

અને એજ પ્રમાણે પ,  $\angle$ અમક ને દુભાગનાર લીટી ઉપર પણ છે.

$\therefore$  પ, મ આગળના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ ઉપર છે અને પ ગમે ત્યાં આવે તો પણ પવ = પમ હોવી જોઈએ.

$\therefore$  આ ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓની જોડ એ બિંદુનું નિધાન છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ-ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ આવી શકે છે:—

(૧) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બે આપેલી લીટીની વચ્ચેના ખુણાઓને દુભાગનાર લીટીની જોડ છે.

(૨) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.

### નિધાન ઉપર નોટ.

બે આપેલી લીટીઓથી એક બિંદુ ૪.૧" ને છેટે છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

(૧) ધારો કે અમ્મ, કમ્મ બે આપેલી લીટી મ માં છેદે છે. અમ્મ થી ૪.૧" ને છેટે આવેલાં બિંદુઓનું નિધાન કાઢો. (કૃ સિ ૧૧) કમ્મ થી ૪.૧" ને છેટે આવેલાં બિંદુઓનું નિધાન કાઢો. ( , , )

આ બે નિધાન એક બીજીને ૪ જુદી જુદી જગ્યાએ છેદે છે માટે આ ચાર બિંદુઓ માગેલાં બિંદુની સ્થિતિ છે.

(૨) ધારો કે અમ્મ || કમ્મ છે.

(અ) અમ્મ થી ૪.૧" છેટે આવેલાં બિંદુનું નિધાન કાઢો.

કમ્મ થી પણ ૪.૧" છેટે આવેલાં બિંદુનું નિધાન કાઢો.

અમ્મ || કમ્મ છે ∴ આ નિધાન પણ || છે અને બિંદુ અશક્ય છે.

(બ) પણ અમ્મ અને કમ્મ નું અંતર ૮.૨" હોય તો આ બંને નિધાનો એક બીજી ઉપર મળી જશે અને માગેલાં બિંદુ આ એક મળી જતી લીટી ઉપર છે.

ટીપ. આ પ્રમાણે જ્યારે કોઈ રચના નિધાનરચના સાથે સંબંધ ધરાવતી હોય ત્યારે સમગ્ર જુદી શરતો લઈ નિધાનો કાઢવાં અને આ બધી શરતોને એકઠી કરી લઈ નિધાનોને અરસપરસ છેદતાં કરવાં. આ છેદનબિંદુ એક નહિ પણ તેથી વધારે શરતો પુરી કરે છે. અને એજ પ્રમાણે માગેલી રચના થઈ શકે છે.

નિધાન છેદનમાં વિદ્યાર્થીને ખાસ લક્ષમાં રાખવાનું છે કે આપેલો પક્ષ શું છે; અને તેના કેટલા જુદા જુદા ભાગ થઈ શકે છે; આ ભાગનાં કયાં કયાં નિધાન છે; અને આ નિધાનોને એકઠાં કરવાથી શું પરિણામ આવે છે; આ પ્રમાણે કરતાં પ્રશ્નોની રચના

સહજ નીકળી આવશે. કોઈ કોઈ વખતે એક કરતાં વધારે રચના પાલુ આવે છે અને દરેક રચના અવશ્યની છે; તેમજ કોઈ વખતે રચના અશક્ય છે અને તેનું કારણ એવું હશે કે આપેલી શરતો સિવાયની બીજી કોઈ સ્વતંત્ર શરત રહી જતી હશે. બધા પ્રશ્નોમાં ઉપર કહ્યા પ્રમાણે રચના તેમજ સિદ્ધતા આપની અવશ્યની છે. કારણ કે તે સિવાય પ્રશ્નો પૂર્ણ થયા કહેવાય નહિ.

## પ્રશ્નો.

૧. કોઈ પાલુ ખૂલાને દુભાગનારી લીટી ઉપરનું કોઈ પાલુ બિંદુ શાખા લીટીઓથી સમાન અંતરે છે.

૨. અ એક સ્થિર બિંદુ અને વક્ર એક સ્થિર લીટી છે. પ, વક્ર ઉપર ખસે છે; અપ લંબાવતાં તેની ઉપર પઢ = અપ હોય તો ઢ નું નિધાન એક સમાન્તર લીટી છે.

૩.  $47^{\circ}$  ને ખુણે બે લીટીઓ દોરી એકથી ૩.૪ સે. મી. અને બીજીથી ૨.૯ સે. મી. દુર રહે તે બિંદુ શોધી કાઢો.

૪. એક આપેલા બિંદુથી અને એક આપેલી લીટીથી  $4.0''$  દુર રહેતું બિંદુ શોધી કાઢો. આ ક્યારે અશક્ય છે ?

૫. અ, વથી  $4.4''$  દુર છે. એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે અથી  $4.0''$  અને વ થી  $4.૯''$  દુર હોય. કેટલાં બિંદુ નીકળશે ?

૬. એક વર્તુળમાં અ ને વ બિંદુ છે. તો વર્તુળ ઉપર અ, વ થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધી કાઢો.

૭. કવ, કઢ થી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ પમ ઉપર શોધી કાઢો.

૮. અ, વ થી  $4.0$  સે. મી. દુર છે તો ક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે અ થી  $4.0$  સે. મી. અને વ થી  $4.0$  સે. મી. દુર હોય.

૯. અ થી  $4.0$  સે. મી. દુર અને કઢ થી  $4.0$  સે. મી. દુર આવેલાં બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૦. એક આપેલી કણું ઉપર દોરેલા કાટખુણુ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુનું નિધાન શોધી કાઢો.

૧૧.  $4.0''$  બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુથી  $3.4''$  દુર હોય એવાં બિંદુઓ પાયા ઉપર શોધી કાઢો. તેનું અરસપરસ અંતર માપો.

૧૨. ૧૦" બાજુવાળા સમબાજુ  $\triangle$  ની બાજુથી ૫" દુર આવેલું બિંદુ પાયા ઉપર શોધો; પાયાના બે ભાગને માપો.

૧૩. અથક સમદ્વિબાજુ  $\triangle$  માં  $\angle B = \angle C = 2 \angle A$  છે, તો અથ બાજુ ઉપર પ એવું બિંદુ શોધો કે જે થક (પાયો) અને અક થી સરખે અંતરે હોય. વળી બતાવો કે અપ = કપ = કથ છે.

૧૪. કોઈ પણ ત્રિકોણના પાયા ઉપર એવું બિંદુ શોધો કે જે બંને બાજુથી સરખે અંતરે હોય.

૧૫. ૪૦" વ્યાસ ઉપરના વર્તુળમાં વ્યાસની || એક લીટી દોરો; આ બે લીટીથી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુઓ શોધી કાઢો.

૧૬. એક વર્તુળમાં અથ વ્યાસ અને અક એક ન્યા છે. પરિધ ઉપર અથ, અક થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધો.

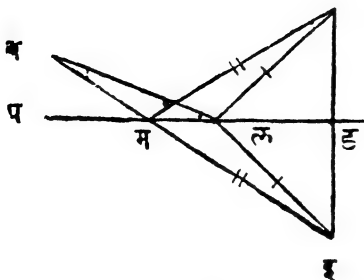
૧૭. પ્રશ્ન ૧૬ માં અથ, અને લંબાવેલી કઅ લીટીથી સરખે અંતરે પરિધ ઉપર આવેલું બિંદુ શોધો.

૧૮. અ એક સ્થિર બિંદુ છે અને થક ઉપર હ એક ખસતું બિંદુ તો અહ ના મધ્ય બિંદુનું નિધાન કાઢો.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો કૃત્ય ભાગ સમાપ્ત.  
પરિશિષ્ટ અ. § ૨૪. થોડાક પ્રશ્નોની સિદ્ધતા.

પ્રશ્ન ૧ હો.

અ, બ બિંદુમાંથી પક સીધી લીટી સુધી એવી બે સીધી લીટી દોરો કે તેનો સરવાળો સૌથી ન્યૂન પરિમાણનો હોય.



અ (૧) ધારો કે અ, બ આપેલી લીટીની એકજ બાજુએ છે, અહ  $\perp$  પક દોરો અને અહ લંબાવી અહ ક = હહ કરો. પક માં કોઈ પણ બિંદુ લ લો. અલ, બહ, લલ, અમ સાંધો; અને બહ, પક ને મ માં છેદો છે.

$\therefore \triangle મહઅ \equiv \triangle મહહ, \therefore મઅ = મહ,$

∴ વમ + મમ = વદ.

વળી વલદ  $\triangle$  માં વલ + લદ > વમદ એટલે, > વમ + મમ;

∴ મ માંગેલું બિંદુ છે.

(૨) જ્યારે અ, વ, વક ની વિરુદ્ધ બાજુએ હોય તો સ્પષ્ટ છે કે અવ, જો વક ને મ માં છેદે તો મ, માંગેલું બિંદુ છે. કૃં ૦ કૃં ૦

પ્રશ્ન ૨ જો.

ત્રિકોણ . ત્રણે બુજાને દુભાગનારી લીટીઓ એક બિંદુ ગામી છે.

અ

અવક  $\triangle$  ના  $\angle$ વ,  $\angle$ ક ને

વગ, વગ થી દુભાગે. ગઅ સાંધો.

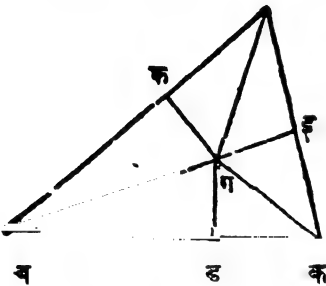
ગદ, ગદ, ગફ  $\perp$  બાજુઓ પર દોરો.

∴ ગવ,  $\angle$ વ ને દુભાગે છે.

∴ ગદ = ગફ.

અને ∴ ગક,  $\angle$ ક ને દુભાગે છે.

∴ ગદ = ગદ ∴ ગદ = ગફ = ગદ.



વળી ∴ અવક  $\triangle$  અને અદગ  $\triangle$  માં અગ સામાન્ય છે;

અને ગફ = ગદ; અને  $\angle$ ફ =  $\angle$ દ = ૧  $\angle$ ;

∴ ગઅ,  $\angle$ અ ને પણ દુભાગે છે.

પ્રાં સિં ૦

પ્રશ્ન ૩ જો.

ત્રિકોણની ત્રણે બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબ એક બિંદુગામી છે.

અ

અ, બ, ક નાં દ, દ, ફ,

મધ્યબિંદુ છે. દગ  $\perp$  અક અને

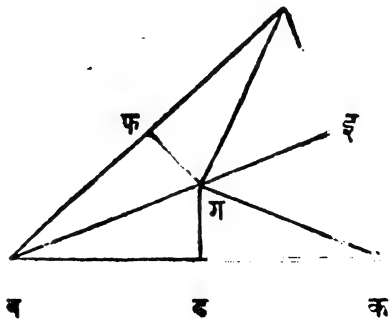
ફગ  $\perp$  અવ દોરો; આ લંબ

ગમાં મળવીજ જોઈએ, કારણ

કે જો ન મળે તો તેઓ  $\parallel$  છે અને

∴ અવ  $\parallel$  અક (?) પણ એ

અશક્ય છે.



∴ ફગ, ફગ, ગ માં છેદે છે. ગઢ અને ગઝ, ગઘ, ગક સાંધો.

∴ ગફ, અવ નો દુભાગનાર  $\perp$  છે. ∴ ગઝ = ગઘ.

અને તેજ પ્રમાણે ગઝ = ગક. ∴ ગઝ = ગઘ = ગક.

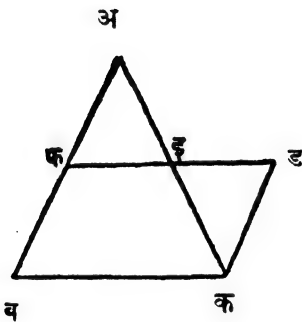
અને ∴  $\triangle ગઘઢ \equiv \triangle ગકઢ$ ;

∴ ગઢ  $\perp$  વક છે.

પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૪ થો.

એક ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી સીધી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર અને તેથી અર્ધી છે.



અવક  $\triangle$  ની અવ, અક નાં ફ, ઙ,

મધ્ય બિંદુ છે.

ફઙ લંબાવી ફફ=ઙઙ કરો.

ઢક સાંધો.

∴  $\triangle અફઙ \equiv \triangle કઙઙ$ ,

∴  $\angle અ = \angle ફકઙ$ , ∴ અવ  $\parallel$  કઙ છે.

અને અફ = ફવ = કઙ, ∴ કઙ  $\parallel$  = વફ; ∴ વઢ સ૦ ચ૦ છે.

પણ ઢફ = ૨ ફફ, ∴ વક = ૨ ફફ અને કવ  $\parallel$  ફફ. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૫ મો.

ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ પર સામેનાં શિરોબિંદુઓ-માંથી દોરેલી લંબ એકબિંદુગામી છે.

હ

અવક  $\Delta$  નાં અ, વ, કમાંથીહફ, હવફ અને હકફ લીટીઓ  $\Delta$ 

ખાગુઓને ॥ દોરો.

∴ અક ॥ ફવ અને વક ॥ ફઅ,

∴ અફવક સં ૨૦ છે.

∴ અક = ફવ; તેજ પ્રમાણે

અક = વહ, વક = ફઅ = જઈ અને વઅ = કઈ = કહ.

∴ હફ  $\Delta$  ની ખાગુનાં અ, વ, ક, મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબોલમાં એક બિંદુગામી છે.પણ અવક  $\Delta$  ની ખાગુઓ હફ  $\Delta$  ની ખાગુઓને ॥ છે.∴ અલ, વલ, કલ લંબ અવક  $\Delta$  ની ખાગુ ઉપર પણ લંબ છે. પ્ર૦ સિ૦

## પ્રશ્નો.

૧. પક, રવ જે સીધી લીટી અને અ, વ જે બિંદુ તેઓની વચ્ચે આપેલાં છે તો પક પર હ અને રવ પર હ બિંદુ એવાં શોધો કે અહ + હઈ + હવ સૌથી ન્યૂન હોય.

૨. એક આપેલા બિંદુથી એક આપેલી સીધી લીટી સુધી એવી જે લીટી દોરો કે તેઓ આપેલી લીટી સાથે સરખા ખુલા કરે.

૩.\* ત્રણ આપેલી સીધી લીટીને છેદે એવો અ, વ ની વચ્ચે ટુંકામાં ટુંકો રહેતો શોધો કાઢો.

૪.\* એક સીધી લીટીની ત્રિષ્ક ખાગુ પર આપેલાં જે બિંદુથી તે લીટીના કોઈ બિંદુ સુધી એવી લીટી દોરો કે તેઓનો તફાવત મહત્તમ હોય.

૫.\* જે આપેલી લીટીથી સરખે અંતરે અને જે આપેલાં બિંદુથી પણ સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધો કાઢો.

૬. ત્રણ લીટીથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધો કાઢો.

૭. એક  $\Delta$  ની બહારના જે ખુલા, અને સામેના શિરોબિંદુ આગળ ના ખુલાને દુભાગનારી લીટીઓ એકબિંદુગામી છે.

૮. જો ત્રણ લીટીઓ, અસપરસ બબ્બે છે છે તો ત્રણેથી સરખે અંતરે રહેતાં ચાર બિંદુઓ છે.

૯. બે ત્રિકોણોમાં એકની બે બાજુ બીજની બે બાજુની બરાબર છે અને અંતર્બિંદુ અસમાન છે તો મોટા અંતર્બિંદુની સામેની બાજુ નાના અંતર્બિંદુની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.

૧૦. પ્રથમ ૯ નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૧૧. અહ, અથક  $\triangle$  ની મધ્યગા છે. જો અક  $>$  અબ, તો  $\angle$  અઢક  $>$  ૧ L.

૧૨. અથક  $\triangle$  માં વક પાયો છે અને અઢ મધ્યગા છે, તો જો પ્રમાણે  $\angle$  અ, કાટખુણો, પહોળો ખૂણો અથવા સાંકડો ખૂણો હોય તે પ્રમાણે અઢ  $= <$  અથવા  $>$   $\frac{1}{2}$  વક છે.

૧૩. પ્રથમ ૧૨ નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૧૪. જો ખુણામાંથી મધ્યગા દોરી છે, તે ખૂણો કરતી બાજુના અર્ધા સરવાળાથી તે મધ્યગા ઓછી છે.

૧૫. ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધો.

૧૬. એક ત્રિકોણની આસપાસ એક વર્તુળ દોરો.

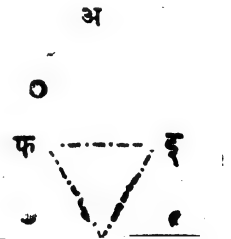
૧૭. કોઈ પણ ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.

૧૮. કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં બે સામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને કોર્નોના મધ્યબિંદુ જોડે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સંચલ્ય છે.

૧૯. અથક  $\triangle$  માં  $\angle$  ક  $= 1$  L ; વક નું ઢ મધ્યબિંદુ છે અને અબ માંથી  $\frac{1}{2}$  અબ  $=$  ઢઈ કાપી છે તો ઢઈ  $=$  ઢઈ બતાવો.

૨૦. એક ત્રિકોણની એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજ બાજુને ડુમાગે છે.

૨૧. એક ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટીઓથી  $\triangle$  ના ચાર સર્વ સમાન ભાગ થાય છે.



૨૨. કોઈપણ સંચલ્ય નાં શિરોબિંદુમાંથી વ ઢ ક બહારની એક લીટી પર સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો સામસામેનાં શિરો-બિંદુઓમાંથી દોરેલી ૥ ની એક જોડ મળી બીજી જોડની બરાબર છે.



૨૩. સૌ ૨૦ ની સામ સામેની બાજુનાં મધ્યજિંદુને જોડનારી લીટી કણીના છેદન બિંદુમાંથી જાય છે.

૨૪. અવકઠ સૌ ૨૦ ની અવ, કઠ બાજુનાં ફ, ફ મધ્ય બિંદુ છે તેા ઢઈ અને વફ, અકના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૨૫. કોઈ બે લીટી અવ, કઠનાં ફ, ફ મધ્ય બિંદુ છે અને અક, ફફ, વઠ સાંધી છે. જે અક ॥ ફફ હોય તેા વઠ ॥ ફફ.

૨૬. ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્યજિંદુ જોડવાથી થતો સૌ ૨૦ આપેલા ચતુષ્કોણથી અર્ધો છે.

૨૭. અવક  $\Delta$  માં વગઈ, કગફ મધ્યગા દોરો ગવ, ગક ને ર, લ માં દુભાગો. ફફ, ફર, રલ, લઈ સાંધી સિદ્ધ કરો કે ત્રણ મધ્યગાઓ એક બિંદુમાંથી છે અને દરેક તેજ બિંદુમાં ત્રીજો ભાગે છેદાય છે.

૨૮. એક  $\Delta$  નાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુને ॥ લીટીઓ દોરી હોય તેા એ પ્રમાણે થતા  $\Delta$  ની બાજુ આપેલા  $\Delta$  ની બાજુથી જમણી છે.

૨૯. અવકઠ સ. ચ. માં મ, અઢનું મધ્ય બિંદુ અને ફ, વકનું મધ્યબિંદુ છે તેા વમ અને ઢઈ, અકના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૩૦ અવકઠ ચતુષ્કોણમાં પ, અવનું અને ર, કઠનું મધ્ય બિંદુ છે અને પર, ઢવને દુભાગે છે તેા અઢ ॥ વક છે.

૩૧. અવ લીટીના છેડામાંથી અને તેના મધ્ય બિંદુમાંથી તેને છેદતી અથવા તેની બહારની બીજી કોઈ પણ સીધી લીટી સુધી દોરેલી સમાન્તરોમાં પહેલી અને ત્રીજો તફાવત અથવા સરવાળો બીજાનાથી જમણો છે.

## પરિશિષ્ટ વ. § ૨૫. પૃથક્કરણ.

ગણિતશાસ્ત્રના અન્ય વિષય કરતાં ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન ઓડવાનું કામ વધારે ભારી લાગે છે તેનાં થોડાંક કારણો નીચે પ્રમાણે છે:—

(૧) ભૂમિતિમાં આપેલા મુખ્ય સિદ્ધાંતો—પ્રમેયો અને કૃત્યો—બરાબર સમજવા જોઈએ એટલુંજ નહિ પણ તે ઉપરના પ્રશ્નો ઓડવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવે તે પહેલાં તેને મગજમાં બરાબર ઠસાવવા જોઈએ.

(૨) પ્રશ્નો અનેક પ્રકારના હોય છે તેથી અંકગણિતની કે બીજી ગણિતની માફક ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન ઓડવાને માટે ચોક્કસ નિયમો સ્થાપી શકાય નહિ.

(૩) મુખ્ય સિદ્ધાંતોમાં કયા કારણથી અમુક રીતનીજ સિદ્ધતા લેવામાં આવે છે તે કારણો એકદમ સમજાય એવાં નથી.

ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો એકીકરણ પદ્ધતિથી સિદ્ધ કરવામાં આવ્યા છે; એટલે પહેલાં પ્રતિજ્ઞાથી લઈ રચના કરી પાછળ આપેલા સિદ્ધાંતોનો આધાર લઈ એક પછી એક પદ મુકી માગેલો સાધ્ય સાબિત કરવામાં આવ્યો છે.

આ પ્રમાણે ભૂમિતિ એકીકરણમાં નીચેલાં પરિણામો ઉપરથી નવાં પરિણામો સિદ્ધ કરવામાં આવે છે. પણ એ રીતે કાંઈ રચના ભાગ કે સિદ્ધતા ભાગ શોધી કાઢી શકાતો નથી. આ ભાગ શોધવાને માટે ઘણે ભાગે નીચેની સૂચનાઓ કામ લાગશે:—

(૧) પ્રશ્નનો મુખ્ય પક્ષ આવી ન્ય એ પ્રમાણે બરાબર આકૃતિ કાઢવી. સરખી લીટીઓ, સરખા ખુણાઓ—પ્રતિજ્ઞાની એવી શરતો આકૃતિમાં બતાવવી. જે પરિણામ લાવવાનું હોય તે સાથે બાહ્ય પર લખી દેવું.

(૨) જે લીટીઓ કે ખુણાઓ સરખા ફક્ત દેખાતા હોય તેટલા ઉપરથી સરખા ધારી લેવા નહિ. સરખાં નહિ આપ્યાં હોય તો ખૂણા અને લીટી કદી પણ સરખાં દોરવાં નહિ. ત્રિકોણ ફક્ત આપ્યો હોય તો સમદ્વિ-બાહ્ય કે સમબાહ્ય ત્રિકોણ દોરવો નહિ; ચતુષ્કોણ ફક્ત આપ્યો હોય તો ત્યાં સમચોરસ કે લંબચોરસ લેવો નહિ. ચતુષ્કોણમાં બધી બાહ્ય અને બધા ખુણા અસમાન દોરવાં. જે વર્તુળો દોરવાના હોય તો આપ્યાં સિવાય તેઓની ત્રિજ્યા સરખી લેવી નહિ, વગેરે...

(૩) પ્રતિજ્ઞાથી અને સાધ્યથી જે સિદ્ધાંતો સૂચવાતા હોય તે લક્ષમાં રાખવું; જેમકે, જે લીટીઓ સમાન્તર સિદ્ધ કરવાની હોય તો તે ૪ થો, ૫ મો, ૬ ઠો, કે ૭ મો સિદ્ધાંત સૂચવે છે, વગેરે...

(૪) આપેલા પક્ષ પરથી જે સત્યતા સિદ્ધ થઈ શકતી હોય તે શોધી કાઢવી; અને તેને લગતી સત્યતા પણ લક્ષમાં રાખવી, કે કદાચ તેમાંથી માગેલું પરિણામ નીકળી શકે; એટલે કે પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી થોડાં પદ આગળ ચલાવવાં અને સાધ્ય પરથી થોડાં પદ પાછળ ચલાવવાં.

(૫) જે એમ છતાં પણ સાબિતી પુરેપુરી ન મળે તો કોઈ પણ ઉપ-લક્ષીઆ રીત કામ લાગતી નથી અને વિદ્યાર્થીએ પોતાની શક્તિ વધારે વાપરવી.

(૬) પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળતી સઘળી સત્યતાઓનો ઉપયોગ કર્યા વિના ઘણું ખર્ચ પ્રશ્ન છોડી શકાય નહિ.

સામાન્ય રીતે પ્રશ્ન છોડવાની શક્તિ પોપટીઆ જ્ઞાનથી આવતી નથી; પણ એ કામમાં હોશિઆરી મેળવવાને વિદ્યાર્થીએ અતિશય મહાવરો પાડવો જોઈએ અને ઘણીજ કુનેહનો ઉપયોગ કરવો જોઈએ. આ પ્રમાણે આપેલા પક્ષ અને માગેલા સાધ્યનું કારણ સહિત પ્રયત્ન કરી તે પક્ષને

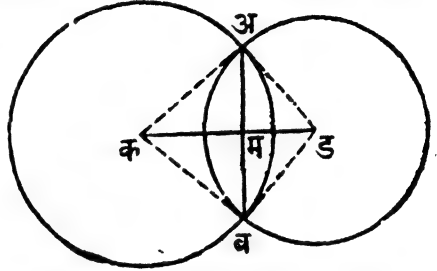
એવી રીતે પદબંધ ગોઠવેલો કે માગેલો સાધ્ય લાવવાને એક પછી એક પદ સુક્રી એકીકરણ લક્ષમાં આવી જાય.

નીચેના પ્રશ્નો પૃથક્કરણથી કરી જતાવ્યા છે.

પ્રશ્ન. અ.

જો બે વર્તુળો એક બીજાને છેદે તો તેઓની મધ્ય બિંદુ લીટી તેઓની સામાન્ય જ્યાને કાટખુણે દુભાગે છે.

ક, ઢ મધ્યબિંદુના બે  
વર્તુળો અ, વ માં છેદે છે,  
ત્યારે કઢ, અવ ને કાટખુણે  
દુભાગશે.



પૃથક્કરણ. આકૃતિમાં બે વર્તુળો છે.  $\therefore$  કઅ = કવ અને ઢઅ = ઢવ.  
વળી અમ = મવ અને  $\angle$ અમક =  $\angle$ વમક થવા નોંધાયે. તે પરથી માલમ  
પડે છે કે જો બે પાસે પાસેના ખૂણા સરખા થાય તો અમક  $\Delta \equiv \Delta$ વમક  
વળી  $\Delta$ અમક  $\equiv \Delta$ વમક થવાને માટે  $\Delta$  ઓમાં અક = કવ અને કમ  
સામાન્ય છે; તેથી  $\angle$ અકમ =  $\angle$ વકમ થવા નોંધાયે.

પણ  $\angle$ અકમ =  $\angle$ વકમ થવાને માટે  $\Delta$ અકઢ  $\equiv \Delta$ વકઢ નોંધાયે.

અને આ  $\Delta$  ઓમાં એકના ત્રણ અંગ = બીજાના ત્રણ અંગ છે,  
તેથી નીચે પ્રમાણે સિદ્ધતા આવી શકે છે.

એકીકરણ. રચના. કઅ, કવ, ઢઅ, ઢવ સાંધો.

સિદ્ધતા. અકઢ  $\Delta$  અને વકઢ  $\Delta$  માં અક = વક, અઢ = વઢ  
અને કઢ સામાન્ય છે;  $\therefore \Delta$  ઓ સર્વસમાન છે; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

$\therefore \angle$ અકમ =  $\angle$ વકમ.

વળી અકમ  $\Delta$  અને વકમ  $\Delta$  માં અક = વક, કમ સામાન્ય છે.

અને  $\angle$ અકમ =  $\angle$ વકમ  $\therefore \Delta$  ઓ સર્વસમાન છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

$\therefore$  મઅ = મવ અને  $\angle$ અમક =  $\angle$ વમક = ૧ L. પ્ર૦ પ્ર૦

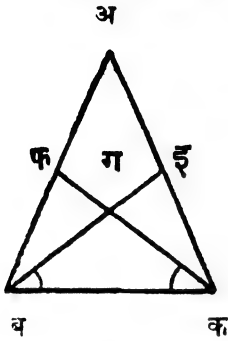
નોટ ૧. એકીકરણમાં પૃથક્કરણમાંનાં પદોનો ક્રમ ઉલટો હોય છે.

નોટ ૨. પ્રશ્નની સિદ્ધતા લખવામાં પૃથક્કરણનો ભાગ ન આપતાં

રચના અને સિદ્ધતાના ભાગોની જરૂર છે.

## પ્રશ્ન. ૬.

જો કોઈ ત્રિકોણમાં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.



અવક  $\triangle$  માં વહ મધ્યગા = કફ મધ્યગા છે ત્યારે  $\triangle$  અવક સમદ્વિબાજુ થશે.

પ્રથક્કરણ. ધારો કે અવક  $\triangle$  સમદ્વિબાજુ છે.

$\therefore$  અવ = અક.  $\therefore$  વફ = કફ.

અને  $\angle$ ફવક =  $\angle$ ફકવ

$\therefore \triangle$ ફવક  $\equiv \triangle$ ફકવ

$\therefore \angle$ ગવક =  $\angle$ ગકવ,

અને  $\therefore$  ગવ = ગવ;

અને વળી ગવ = રુ વહ અને ગક = રુ કફ,  $\therefore$  રુવ = કફ.

અંતરિકરણ. મધ્યગાઓને ગ માં મળવા દો,

$\therefore$  વહ = કફ અને ગક = રુ કફ ને ગવ = રુ વહ

$\therefore$  ગક = ગવ છે.

$\therefore$  વળી ગવક સમદ્વિબાજુ  $\triangle$  માં

$\angle$ ગવક =  $\angle$ ગકવ.

(પ્રો સિં ૧૨)

વળી  $\therefore$  રુવક  $\triangle$  અને ફકવ  $\triangle$  માં

વહ = કફ અને વક સામાન્ય છે,

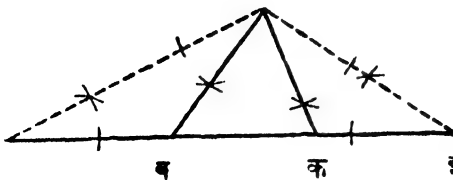
અને  $\angle$ રુવક =  $\angle$ ફકવ  $\therefore \triangle$  ઓ સર્વ સમાન છે. (પ્ર. સિં. ૧૦)

$\therefore$  વફ = કફ  $\therefore$  અવ = અક.

## પ્રશ્ન ૬

પરિમિતિ,  $\angle$ વ અને  $\angle$ ક આપ્યાં હોય તો અવક  $\triangle$  બનાવો.

અ



પ્રથક્કરણ. ધારો કે

અવક માગેલો  $\triangle$  છે.

અ + બ + ક,  $\angle$ વ,

$\angle$ ક આપેલાં છે.

વકને બંને બાજુ લંબાવી

વઅ = વહ અને અક = કફ કરો.

જો અડ, અડ સાંધીએ તો અવક  $\triangle$ , અકઈ  $\triangle$  સમદ્વિબાજુ છે.

$\therefore \angle ઢ = \angle વઅઢ$  અને  $\angle ઇ = \angle કઅઈ$ .

અને  $\angle અવક = \angle ઢઅવ + \angle ઢ = ૨ \angle ઢ$ .

અને  $\angle અકવ = \angle ઇઅક + \angle ઇ = ૨ \angle ઇ$

$\therefore \angle ઢ = \frac{૧}{૨} \angle વ$  અને  $\angle ઇ = \frac{૧}{૨} \angle ક$  છે.

અને ઢવ + વક + કઈ = અ + વ + ક.

એકીકરણ: આપેલી પરિમિતિ = ઢઈ લો.

ઢ આગળ  $\frac{૧}{૨} \angle વ = \angle ઢ$  કરો.

અને ઇ આગળ  $\frac{૧}{૨} \angle ક = \angle ઇ$  કરો.

જો ઢક, ઇઅ, અમાં મળે તો અ આગળ

$\angle ઢ = \angle વઅઢ$  અને  $\angle ઇ = \angle કઅઈ$  કરો.

ત્યારે  $\triangle$  અવક માંગેલો  $\triangle$  છે.

સિદ્ધતા: વિદ્યાર્થીએ પુરી કરવી.

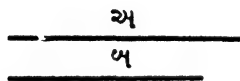
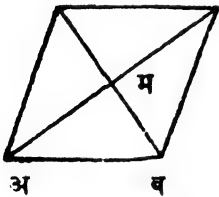
૬૦ ૬૦

પ્રશ્ન ઢ

કર્ણોની લંબાઈ આપી હોય તો રોમ્બસ બનાવો.

ઢ

ક



પૃથકકરણ: રોમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખુણે છેદે છે; આ સત્યતા ધ્યાનમાં રાખી કૃત્ય તરત થશે.

એકીકરણ: બે સીધી લીટીઓ અરસપરસ  $\perp$  દોરી મઅ =  $\frac{૧}{૨}$  અ અને મવ =  $\frac{૧}{૨}$  બ કરો. અમ, વમ લંબાવી મઅ = મક અને મવ = મઢ કરો; અવકઢ સાંધો ત્યારે અવકઢ માંગેલો રોમ્બસ છે.

સિદ્ધતા. અક અને ઢઢ એક બીજાને કાટખુણે ડુભાગે છે;

$\therefore$  અવ = વક = કઢ = ઢઅ.

૬૦ ૬૦

## § ૨૬. પહેલા ભાગના પરચુરણ પ્રશ્નો.

૧. અવ, અક ૮૦"નો ખુણો કરે છે. અવ = ૨.૩" અને અક = ૨.૩" છે.  $\angle$ અ ને દુભાગનારી લીટી વક ને ઢ માં મળે છે તો  $\angle$ વ,  $\angle$ ક માપો અને  $\angle$ અઢવ ના એક કાટખુણપૂર્ણિ અને દ્વિકાટખુણપૂર્ણિ ખુણા કહો.

૨. એક સમબાજુ  $\Delta$ ની બાજુ ઉપર બહારથી સમબાજુ ત્રિકોણો બનાવ્યા હોય તો આ પ્રમાણે થતી આકૃતિ પણ સમબાજુ આકૃતિ છે.

૩. એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ  $\Delta$ ઓ છે તો તેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને દુભાગનાર લંબ છે.

૪. એકજ બાજુ ઉપર અવ, ઢવક  $\Delta$ ઓમાં અવ = ઢક અને અક = ઢવ તો અઢ || વક છે.

૫. પ્રશ્ન ૩માં પાયા ઉપર ત્રીજો સમદ્વિબાજુ  $\Delta$  દેખ્યો હોય તો પાયાને દુભાગનાર લંબ આ ત્રિકોણના સામેના ખુણાને દુભાગે છે.

૬. અ = ૩૦°,  $\angle$ વ = ૬૧° અને ક = ૪૦.૧" છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૭. અવકઢ સં ૨૦ માં અક કણું ઉપર ૫, મ એવાં બિંદુ છે કે અપ = કમ તો વપઢમ સં ૨૦ છે.

૮. વિષમબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમાં વિષમ બાજુઓનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે.

૯. અવક  $\Delta$ ની અવ, વક, કઅ ને ઢ, ઈ, ફ માં દુભાગો; ઢ, ઈ, ફ માંથી અવ, વક, અક ઉપર લંબ દોરો; આ લંબ એક બિંદુગામી છે એમ બતાવો.

૧૦. એકજ પાયા ઉપર અને એકજ બાજુએ અવકઢ, અવપમ બે સં ૨૦ ઓ છે તો કઢમપ પણ સં ૨૦ છે.

૧૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બાજુઓનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે.

૧૨. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૧૩. સમદ્વિબાજુ  $\Delta$ ના શિરોબિંદુથી પાયાના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી પાયાને લંબ છે અને પાયાની સામેના ખુણાને દુભાગે છે.

૧૪. એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજી  $\triangle$  એા અવક, ઢવક છે તો  $\angle$  અવક =  $\angle$  અકઢ.

૧૫. કોઇ પણ સમદ્વિબાજી  $\triangle$  ના પાયા ઉપર પાયાના છેડાથી સરખે અંતરે આવેલાં બે બિંદુઓ શિરોબિંદુથી પણ સરખે અંતરે છે.

૧૬. સમબાજી ત્રિકોણની બાજીનાં મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ત્રિકોણ પણ સમબાજી છે.

૧૭. બે ત્રિકોણમાં  $\angle$  વ =  $\angle$  વ' = ૩૭° છે, ક = ક' = ૫૯ સે. મી. અને બ = બ' = ૬૦ સે. મી. છે તો ત્રિકોણ બનાવો. અનિશ્ચિત રચના છે ? કારણ આપો.

૧૮. ૩૦" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૧૧૨° નો ખુણો કરદ્વા કૌસને દુભાગો.

૧૯. અવક સમદ્વિબાજી ત્રિકોણની સરખી બાજી વચ્ચે, કચને દ, ફ સુધી લંબાવી છે, જે અદ = અફ હોય તો ફવ = ફક.

૨૦. સમદ્વિબાજી ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બહારના ખુણાને દુભાગે છે.

૨૧. સમદ્વિબાજી ત્રિકોણના પાયાની બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ બીજા સમદ્વિબાજી ત્રિકોણ કરે છે.

૨૨. ૩૦"ની બાજી ઉપરના ૭ સમબાજી ત્રિકોણો સાથે મૂકી એક સમપટ્ટકોણ કરી બતાવો કે તેનો દરેક ખુણો  $૧\frac{૨}{૩}$  કાટખુણા બરાબર છે.

૨૩. ત્રિકોણમાં કવ પાચે અને પાચા ઉપરનો લંબ આપ્યા છે તો એ અંગોવાળા કેટલા ત્રિકોણ બનાવી શકશો ?

૨૪. એક સીડી એક ઘરના પાયાથી ૨૩ ફુટ દૂર છે. અને તેનો ઉપલો છેડો બારીના ઉપલા ભાગને દિવાલ પર અડે છે. સીડીના પાયાને દિવાલથી ૨૭ ફુટ દૂર ખસેડતાં ઉપલો છેડો બારીના નીચેના ભાગને અડે છે. જે સીડી ૪૧ ફુટ લાંબી હોય તો બારીની ઉંચાઇ કેટલી ?

૨૫. અવકઢ સં ૨૦ ની અક બાજીને લંબાવતાં કદ = કચ; કવ || ફફ, ઢક ને લંબાવતાં ફ માં મળે છે તો અવફક સં ૨૦ છે.

૨૬. એક હોડી પશ્ચિમમાં ૨૫૦ વાર જાય છે, અને પછી ૩૦° ઉત્તરમાં વળી જઈ ૩૬૦ વાર જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૨૦ વાર જાય તો પહેલી જગ્યાએથી તે કેટલે અંતરે ગઈ? અને સ્થાનોનું કોણ અંતર કાઢો.

૨૭. જ્યારે સૂર્ય ૪૨° ક્ષિતિજની ઉપર છે ત્યારે જમીનમાં દાટેલી એક ઉભી કાડી ૩૦ ફુટ લાંબો પડછાયો નાખે છે તો કાડીની ઉંચાઈ શું?

૨૮. એક મોજણીદાર અથવા પૂર્વમાં ૧૫૦ વાર જાય છે; પછી ત્યાંથી (વથી) ક સુધી ઉત્તરમાં ૩૦૦ વાર જાય છે અને પછી હ સુધી પશ્ચિમમાં ૪૫૦ વાર જાય તો અહ કેટલું? અથવા હ નું કોણ અંતર શું?

૨૯. અવકાશ સ. ચ.ની બાજુ પર અનુક્રમે ઇ, ફ, ગ, ચ ચાર બિંદુઓ છે, જો અચ = કફ અને અઈ = કગ તો ઇફગચ સં. ચં છે.

૩૦. અવકાશ સમઘ્રિબાજુ  $\Delta$ ના પાયા ઉપરના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ સામેની બાજુને ઇ, ફમાં મળે તો || વક છે.

૩૧. અવકાશ ચતુષ્કોણમાં અવ = કહ અને  $\angle$ વ =  $\angle$ ક છે તો અહ || વક છે.

૩૨. સમઘ્રિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમના કણે સરખા છે.

૩૩. સમઘ્રિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમાં સમાન્તરબાજુ આગળના ખુણાઓ બરાબર છે.

૩૪. સમઘ્રિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમની સરખી બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી સમાન્તર બાજુના સરવાળાથી અર્ધી છે.

૩૫. અવકાશ ચ.માં  $\angle$ અ =  $\angle$ વ અને  $\angle$ ક =  $\angle$ હ, તો અહ = વક છે.

૩૬. કોઈ પણ લંબચોરસની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ રામ્બસ છે.

૩૭. સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બતાવો કે જો બે સમાન્તર ચતુષ્કોણમાં બે પાસેપાસેની બાજુ અને અંતર્ખુણો બરાબર હોય તો સં. ચં સર્વ અંગમાં બરાબર છે.

૩૮. અવકાશ, ઇફગચ બે ચતુષ્કોણમાં ઓબ, વક, કહ, હઅ;



ફ, ફગ, ગય, યદ ની અનુક્રમે જરાજર હોય અને  $\angle અ = \angle દ$ , તો ચતુષ્કોણો સર્વ અંગમાં જરાજર હોઈ શકે છે.

૩૯. કોઇપણ સં ચંના કણુના મધ્યખિંદુમાંથી બાજુ સુધી દોરેલી લીટીના તે ખિંદુ આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે.

૪૦. અવક  $\Delta$  માં વદ ને ફક્ત મધ્યગા ગ માં છેદે છે. ગવ, ગક ને અનુક્રમે ય, ઢમાં દુભાગી છે તો યઢફ સં ચં છે.

૪૧. અવકઢ સં ચંમાં અકને ર સુધી લંબાવતાં કદ = અક થાય છે. ર અને વ માંથી ફ, વફ અનુક્રમે કવ, કઅ ને || છે તો અવફક સં ચં છે,

૪૨. એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બે સામસામેનાં શિરો-ખિંદુમાંથી ખીજા કણુ ઉપર લંબ દોરી છે તો આ લંબ સરખી છે.

૪૩. અવક, ઢફ  $\Delta$ ઓમાં અવ = || ઢફ અને વક = || ફફ છે તો અક = || ઢફ છે.

૪૪. અવકઢ ચતુષ્કોણમાં અવ || ઢક અને અઢ = વક તો બતાવો કે  $\angle અ + \angle ક = ૧૮૦^\circ$  છે; અને અક = વઢ છે.

૪૫. અપ, વક બે સળીઆ સમાન્તર છે. અપ, પની આસપાસ અને વક, વની આસપાસ સરખા વેગથી એકજ દિશામાં ફરે છે તો તેઓ હંમેશાંજ સમાન્તર છે અને અક અમુક સ્થિર ખિંદુમાંથી જાય છે.

૪૬. જો કોઇ સીધી લીટી આકૃતિમાં માંહેના ખુણા બહારના ખુણાની (સરવાળાની) જરાજર હોય તો તેની કેટલી બાજુ છે ? કારણ આપો.

૪૭. માંહેનો  $\angle અ = ૬૦^\circ$  બહારના  $\angle અ$ ; અને ૪  $\angle વ = ૫ \angle ક$  છે તો ત્રિકોણના ખુણા કાઢો.

૪૮. દરેક સમબહુકોણમાં કોઈ પણ અંતર્ગામી ખુણો નથી; અનુક્રમે બધી બાજુ લંબાવવાથી એક વખતે  $૧૫^\circ$ , બીજી વખતે  $૩૦^\circ$ , ત્રીજી વખતે  $૪૦^\circ$ , અને ચોથી વખતે  $૧૨^\circ$  નો દરેક ખુણો થાય છે તો તે ચાર બહુકોણની કેટલી કેટલી બાજુ હશે ?

૪૯. કોઇ પણ ત્રિકોણના શિરોખિંદુથી પાયા સુધી દોરેલી લીટીના, બીજી બાજુનાં મધ્યખિંદુને સાંધનારી લીટી, બે સરખા ભાગ કરે છે.

૫૦. કોઈ પણ સં ૨૦ નાં જે સામસામેનાં શિરોબિંદુમાંથી બહારની કોઈ પણ લીટી ઉપર દોરેલી લંબનો સરવાળો બાકીનાં શિરોબિંદુમાંથી તેજ લીટી ઉપર દોરેલી લંબના સરવાળા બરાબર છે.

૫૧. કોઈ પણ સમદ્વિબાજી ત્રિકોણના પાયા ઉપરના કોઈ પણ બિંદુમાંથી જે સરખી બાજી ઉપર લંબ દોરીએ તો આ લંબનો સરવાળો પાયાના છેડામાંથી સામેની બાજી ઉપરના લંબની બરાબર છે.

૫૨. કોઈ પણ સમબાજી ત્રિકોણમાં અંદરના કોઈ પણ બિંદુ-માંથી બધી બાજી ઉપર દોરેલી લંબનો સરવાળો ત્રિકોણની ઉંચાઈની બરાબર છે.

૫૩. સમદ્વિબાજી ત્રિકોણની માંહેના કોઈ પણ બિંદુમાંથી ત્રણે બાજી ઉપર દોરેલા લંબનો સરવાળો પાયાના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજી ઉપર દોરેલા કોઈ પણ લંબ બરાબર છે.

૫૪. સરખી અને સમાન્તર લીટીઓ કોઈ પણ એકજ લીટી ઉપર જે સરખા કાટખુણ પ્રત્યંબન કરે છે.

૫૫. એક કાટખુણ ત્રિકોણનો એક ખુણો જે  $30^{\circ}$  નો હોય તો સૌથી મોટી બાજી સૌથી નાનીથી બમણી છે.

૫૬. કાટખુણો અને કર્ણ આપ્યાં હોય તો કર્ણના મધ્યબિંદુનું નિધાન કાઢો.

૫૭. અવકઠ ચોરસમાં અ થી, વક અને કઠ નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે અને ક થી, અઠ, અવ નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે તો આ લીટીની વચ્ચેની આકૃતિ રોમ્બસ છે.

૫૮. સમબાજી  $\triangle$  અવકમાં અવમાં એક ઢ બિંદુ લેા;  $\triangle$  ની સામેની બાજી ઉપર અઠ ઉપર એક સમબાજી  $\triangle$  અઠઈ દોરો તો  $વઠ = કઠ$ .

૫૯. અવક  $\triangle$  ના બહારના  $\angle$  અને દુભાગનાર લીટી ઉપર જે પ બિંદુ લીધું હોય તો  $અવ + અક < ને પવ + પક$ .

૬૦. અવક સમદ્વિબાજી  $\triangle$  માં અવ = અક અને ઢઈ લીટી અવ, વક અને અકને લંબાવતાં છેદે છે; જે ઢઈ = ઇફ, તો વઠ = કફ.

૬૧. ૫.૩" પાયા ઉપર ૩.૪" ઉંચાઇનો એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો. તેનાં સર્વ અંગ માપો.

૬૨. ઉંચાઇ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખુણો આપેલાં છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૬૩. એક સમબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઇ આપી હોય તો  $\Delta$  બનાવો.

૬૪. એક વહાણ કલાકમાં દશ માઇલ પ્રમાણે ઉત્તરમાં જાય છે. બે વાગે તે એક દીવાદાંડી ઇશાનમાં જીએ છે અને દોઢ કલાક પછી દીવાદાંડી પૂર્વની દક્ષિણે  $90^\circ$  એ દેખાય છે તો બીજી જગ્યામાં દીવાદાંડીથી વહાણનું અંતર કેટલું? અને ક્યારે તે દીવાદાંડીની પાસેમાં પાસે હતું?

૬૫.  $\Delta$  અવક માં અવ, અક માં વ, હ, એવાં બિંદુ શોધો કે પહ || વક થાય અને પહ =  $\frac{1}{2}$  વક થાય.

૬૬. અવ, અક માં વ, ક એવાં બિંદુ શોધો કે  $\angle વ = 3 \angle ક$ .

૬૭. અક, વહ બે સમાન્તર લીટીઓમાં અનુક્રમે અ, વ બે સ્થિર બિંદુ છે. બીજાં વ, હ બે બિંદુ એવાં શોધો કે અવવહ એક રેખાંશ અને.

૬૮.  $\angle વ$  અક ને આ પ્રમાણે દુભાગો:-અ મધ્યબિંદુથી બે વર્તુળો એવા દોરો કે પહેલો વઅ, કઅ ને વ, હ માં અને બીજો એજ લીટીને મ, ય માં છેદે; વય, હમ, લ માં છેદે તો અલ,  $\angle$  અને દુભાગે છે.

૬૯. અ, વ, કહ ની વિરુદ્ધ બાજુએ બે બિંદુ છે તો કહ માં વ એવું બિંદુ શોધો કે  $\angle અવક = \angle વપક$ .

૭૦. પકરય એવો એક રેખાંશ બનાવો કે તેનો પર કણું એક આપેલી લીટી ઉપર હોય અને તેની પક, કર રય ત્રણ બાજુ ત્રણ આપેલાં બિંદુમાંથી જાય.

૭૧. કહની એકજ બાજુએ અ, વ બે બિંદુ છે તો કહમાં એવું એક બિંદુ વ શોધો કે વઅ, વવ નો તફાવત મોટામાં મોટો હોય?

૭૨. પ્રશ્ન ૭૧માં તફાવત નાનામાં નાનો હોય તો વ બિંદુ કયાં છે?

૭૩. એક એવો રેખાંશ કાઢો કે તેની બે બાજુઓ આપેલા ત્રિકોણની બાજુમાં હોય અને તેનું એક શિરોબિંદુ પાયા ઉપર હોય.

૭૪. બે આપેલી લીટી ઉપર છેડા હોય અને એક આપેલી લીટીની સમાન્તર અને સરખી હોય તેવી એક લીટી દોરો.

૭૫. અકદ્દ એક અર્ધ વર્તુળ અઢ વ્યાસ ઉપર છે અને વ તેનું મધ્યબિંદુ છે. ઇ, ક એવી રીતે પરિધ ઉપર છે કે કદ્દ લંબાવતાં અઢ ને ફ સુધી લંબાવેલી લીટી ઉપર મળીને ફફ = બદ = વક કરે છે તો બતાવે કે  $\angle ફ = \frac{1}{2} \angle અવક$  છે.

૭૬. અવક  $\Delta$ માં  $\angle વ$  આપેલો ખુણો અને  $\angle ક$  ખીજો આપેલો ખુણો છે અને વક ઉપર અ ની ઉંચાઈ આપેલી છે તો  $\Delta$  બનાવે.

૭૭. શિરોબિંદુ આગળના એક આપેલા ખુણાવાળો એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવે.

૭૮. એક કાટખુણ ત્રિકોણમાં કણ આપી છે અને બીજી બે બાજુનો સરવાળો આપ્યો છે તો ત્રિકોણ બનાવે.

૭૯. એક સમદ્વિબાજુ કાટખુણ ત્રિકોણમાં કણ, અને એક બાજુનો સરવાળો આપ્યો હોય તો ત્રિકોણ બનાવે.

૮૦. એક કાટખુણ ત્રિકોણમાં કણ અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવે.

૮૧. એક ત્રિકોણમાં અ, બ + ક, અને  $\angle વ$  આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવે.

૮૨. એક ત્રિકોણમાં અ, ક-બ ને  $\angle વ$  આપ્યાં છે તો  $\Delta$  બનાવે.

૮૩. બે અઢ, અક, અને બદ આપ્યાં હોય તો એક અવકદ્દ સં. ચં બનાવે.

૮૪. એક એવો રામ્બસ બનાવે કે તેમાં એક કણ = બાજુ છે.

૮૫. એક ચતુષ્કોણમાં કણો બરાબર છે અને તેઓ એક ખીજાને  $60^\circ$  એ દુભાગે છે. બે કણ ૫૪ સે. મી. હોય તો ચતુષ્કોણ બનાવે. બે પક્ષ અધૂરો હોય તો પૂર્ણ કરો.

૮૬. પાયો, પાયાની ઉપરની મધ્યગા અને ઉંચાઈ આપ્યાં હોય તો  $\Delta$  બનાવે. કેટલા  $\Delta$  ઓ થશે ?

[નોટ પ ઉંચાઈએ પાયાની || અઢ દોરો. અઢ ને દુભાગી મધ્યબિંદુ વર્તુળનું મધ્યબિંદુ લઈ અને ક મધ્યગા ગિજ્યા લઈ વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળ બે સમાન્તર લીટીને રૂમાં છે? તો  $\Delta$  અઢવ માગેલો ત્રિકોણ છે.]

૮૭.  $\angle$ કઅવ એક કાટખુણો છે અને  $\angle$ કઅવ વચ્ચેના કોઈ પણ બિંદુ હ માંથી હફ, હફ લંબ અક, અવ ઉપર છે, તો જો (૧) હફ + હફ = ૫૦૦ સે. મી., અને (૨) હફ - હફ = ૨૦૦ સે. મી. હોય તો હ નું નિધાન કાઢો.

૮૮. અવક  $\Delta$  માં અવ = ૩૦૨", અક = ૪૦૨" અને વક = ૩૦૨" છે તો અવ અને અક થી સરખે અંતરે અને વક થી આપેલે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો. એવાં કેટલાં બિંદુ નીકળશે ?

૮૯. પ્રશ્ન ૮૮માં અવ, અક થી સરખે અંતરે અને વ, ક થી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધો.

૯૦. પ્રશ્ન ૮૮માં વ, ક થી સરખે અંતરે અને અ થી ૧૦૮" ને અંતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો. કેટલાં બિંદુ નીકળશે ?

૯૧. અવ ઉપર એક પ બિંદુ ફરતું છે અને ક એક બહાર સ્થિર બિંદુ છે. પક ને લંબાવતાં કહ=પક; તો હનું નિધાન શોધી કાઢો.

૯૨. પ્રશ્ન ૯૧ ની મદદથી  $\angle$ વઅક ની વચ્ચેના હ બિંદુ-માંથી એક એવી લીટી શાખાલીટી અવ, અક મુખી દોરો કે તે હ આગળ દુભાગાય.

૯૩. એક આપેલા બિંદુથી આપેલે અંતરે અને બે આપેલી ॥ લીટીથી સમાન અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો. ઉપરની રચના ક્યારે બનશે ? ક્યારે નહિ બનશે ? ક્યારે બે રચના અશક્ય છે ?

૯૪. એક આપેલી લીટી ઉપર જેનું ચિરોબિંદુ હોય અને જેની એક આપેલી ઉંચાઈ હોય એવો એક આપેલા પાયા ઉપર  $\Delta$  બનાવો.

૯૫. એક સમદ્વિબાજુ  $\Delta$  માં સરખી બાજુ ઉંચાઈથી બમણી છે તો  $\Delta$  બનાવો.

૯૬. અવક  $\Delta$  માં  $\angle$ અ કાટખુણો અને અવ, તથા વક થી અ નું અંતર આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૭. એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઈ અને પાયાની સામેના ખુણો આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૮. એક રામ્યસમાં બે સામસામેની બાજુનું અંતર એક બાજુથી અર્ધું છે તો રામ્યસ બનાવો.

૯૯. અ બિંદુમાંથી વક્ર સુધી એવી એક લીટી દોરો કે તે એક આપેલા ખુણાની બરાબર વક્ર સાથે અવક્ર ખુણો કરો.

૧૦૦. અવ, અક, અડ ત્રણ લીટીઓ અ માં મળે છે તો એવી એક વક્ર આડી લીટી દોરો કે ક આગળ તેના બે સરખા ભાગ થાય.

૧૦૧. એક સમબાજુ ત્રિકોણની મધ્યથી એક આપેલી લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૦૨. ત્રણ બાજુનાં મધ્યબિંદુઓ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૩. બે બાજુઓ અને ત્રીજી બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૪. એક બાજુ અને બાકીની બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૫. ત્રણ મધ્યગાઓ આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૬. ૨.૪" ઉંચાઈ અને પાયા આગળના ખુણા  $80^{\circ}$  અને  $60^{\circ}$  હોય એવો એક ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૭. મધ્યગા અને જે બાજુને તે દુભાગે તેની અર્ધી લંબાઈનો સરવાળો બીજી બે બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટો છે.

૧૦૮. એક બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઈનો સરવાળો અને પાયા આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૯. અવક્ર  $\Delta$  માં અવ  $>$  અક છે. અપ લીટી અ ખુણાને દુભાગે છે અને અડ મધ્યગા છે તો અડ મધ્યગા અવ અને અપ ની વચ્ચે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૧૦. પ્રશ્ન ૧૦૯ માં જો અમ  $\perp$  વક્ર હોય તો અપ દુભાગનાર લીટી અમ અને અડ ની વચ્ચે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૧૧. અવ, કડ બે આપેલી લીટી છે અને મ, અવ માં એક આપેલું બિંદુ છે, અવ માં પ એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે પમ અંતર કડ ઉપરના પ ના લંબ અંતર બરાબર હોય.

૧૧૨. અવક  $\Delta$  માં અવ = અક છે. વકને સમાન્તર હદ એવી લીટી દોરો કે તે અવ, અકને, હ દમાં મળી હવ અથવા ફક બરાબર થાય.

૧૧૩. અવક  $\Delta$  માં વક પાયાને સમાન્તર હદ એવી લીટી દોરો કે તે બાજુઓને હ, દ માં મળી હવ અને ફક ના (૧) સરવાળા, અને (૨) બાદબાકી બરાબર થાય.

૧૧૪. સમદ્વિબાજુ  $\Delta$  ના પાયાને લંબાવી તેના ઉપરના કોણ પર બિંદુમાંથી સરખી બાજુઓ ઉપર લંબ દોરીએ તો એ લંબને તફાવત કોણ અમુક અંતર બરાબર છે.

૧૧૫. એક આપેલી લીટીને સમાન્તર એવી એક લીટી દોરો કે બીજી બે આપેલી લીટીઓની વચ્ચે છેદાતો તેનો ભાગ એક આપેલી લંબાઈ બરાબર હોય.

૧૧૬. બે અરસપરસ છેદતી લીટીઓ સાથે સરખા ખુણા કરતી એવી એક લીટી દોરો કે તે બે લીટીઓની વચ્ચે છેદાતો તેને ભાગ એક આપેલા અંતર બરાબર હોય.

૧૧૭. બે આપેલાં બિંદુમાંથી એકેક એવી લીટી દોરો કે તે લીટીઓ એક આપેલી લીટીને મળી એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવે.

૧૧૮. એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવો એક રેખાંશ દોરો કે તેનો એક ખુણો ત્રિકોણના એક ખુણા સાથે બરાબર મળી જાય.

૧૧૯. પરિમિતિ અને એક સાંકડો ખુણો આપ્યા હોય તો એક કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૦. ઉંચાઈ આપી હોય તો એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૧. એક આપેલી ઉંચાઈનો એવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો કે તેનો પાયો એક આપેલી લીટીમાં હોય અને તેની સરખી બાજુઓ બે આપેલાં સ્થિર બિંદુમાંથી જાય.

૧૨૨. એક બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઈનો તફાવત અને પાયો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૩. પાયો, પાયા ઉપરના ખુણાઓનો તફાવત અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૪. પાયો, પાયા ઉપરના ખુણાઓનો તફાવત અને બાજુ-ઓનો સરવાળો આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૫. એક સં ૨૦ ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે લીટી એક આપેલા બિંદુમાંથી જાય.

૧૨૬. એક સં ૨૦ ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે લીટી સં ૨૦ ની એક બાજુને લંબ હોય.

૧૨૭. એક સં ૨૦ ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે લીટી એક આપેલી લીટીને સમાન્તર હોય.

૧૨૮. પાયો, પાયા ઉપરની ઉંચાઈ, અને પાયાને મળતી મધ્યગા આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૯. ત્રિકોણના એક શિરોબિંદુમાંથી એક એવી લીટી દોરો કે તે સામેની બાજુને છેદે અને તેના ઉપર બાકીનાં શિરોબિંદુઓ-માંથી દોરેલી લંબ ઝરાઝર થાય.

૧૩૦. એક આપેલી લીટીની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી એવી એક લીટી તે લીટી સુધી દોરો કે તે તેની સાથે એક આપેલા ખુણા ઝરાઝર ખુણો કરે.

૧૩૧. એક આપેલા ખુણાના હાથમાંથી સરખા ભાગો છેદે એવી એક લીટી આપેલા બિંદુમાંથી દોરો.

૧૩૨. એક એવો રોમ્બસ દોરો કે તેની બે બાજુઓ એક આપેલા ત્રિકોણની બાજુઓ ઉપર હોય અને તેનું એક શિરોબિંદુ તેના પાયા ઉપર હોય.

૧૩૩. અવકાશ એક સં ૨૦ છે. અને કહ = ૨ અથ. અથ ને બંને બાજુ એવી રીતે લંબાવી છે કે ૬૩ = અથ = અથ છે. ત્યારે સિદ્ધ કરો કે કહ, અથ કાટખુણે છેદે છે.

૧૩૪. અવકાશ ચોરસના અ માંથી અથ, કહ નાં મધ્યબિંદુ સુધી અને ક માંથી અથ, અથ નાં મધ્યબિંદુ સુધી, લીટીઓ દોરીએ તો આ ચાર લીટીઓ એક રોમ્બસ બનાવે છે.



૧૩૫. અવકઠ સં ૨૦ ની વક બાજુમાં પ િંદુ લઘ તેમથી  
અવ ને સમાન્તર દોરેલી વમ લીટી અઠ સુધી દોરીએ તો અવપઠ  
આકૃતિ = ૩ (અવકઠ સં ૨૦ + અવવમ સં ૨૦) છે.

## § ૨૭. પરિશિષ્ટ ક. વ્યાખ્યાનુક્રમ.

અતિકાટખુણુ. એક કાટખુણાથી મોટા પણ બે કાટખુણાથી  
નાના ખુણાને અતિકાટખુણુ ખુણો કહે છે. (Obtuse Angle.)

અતિકાટખુણુ ત્રિકોણુ. એક અતિકાટખુણુ ખુણો જેમાં હોય  
એવા ત્રિકોણુને અતિકાટખુણુ ત્રિકોણુ કહે છે. (Obtuse-angled  
Triangle. )

અતિદ્વિકાટખુણુ. બે કાટખુણાથી મોટા પણ ચાર કાટખુણાથી  
નાના ખુણાને અતિદ્વિકાટખુણુ (Reflex Angle) કે અંતર્ગામી  
યા રીફ્રેક્ષ ખુણો કહે છે. (Re-entrant Angle.)

અર્ધ વર્તુળ. વ્યાસ અને વર્તુળના કૈંસની વચ્ચેના ભાગને  
અર્ધ વર્તુળ કહે છે. (Semi-circle.)

અવચ્છેદક સિદ્ધતા. જે સિદ્ધતામાં એક સિવાય સાધ્ય બીજી  
બધી રીતે ખોટો છે એમ બતાવવામાં આવે છે તેને અવચ્છેદક કે  
ક્રમ વિરૂદ્ધ સિદ્ધતા કહે છે. (Proof of Exhaustion.)

અંશ. એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ કર્યા છે અને તે  
દરેકને અંશ (Degree) કહે છે. અંશના ૬૦ મા ભાગને કળા,  
(Minute) કળાના ૬૦ મા ભાગને વિકળા (Second) કહે છે.

અષ્ટકોણુ. જે આકૃતિમાં આઠ બાજુ (અને આઠ ખુણા) હોય  
તેને અષ્ટકોણુ કહે છે. (Octagon.)

ઉદ્દેશ. સિદ્ધાંતની સામાન્ય પ્રતિજ્ઞાને ઉદ્દેશ કહે છે. (General  
Enunciation.)

ઉન કાટખુણુ. એક કાટખુણાથી નાના ખુણાને ઉન કાટખુણુ  
કે સાંકડો ખુણો કહે છે. (Acute Angle.)

ઉન કાટખુણુ ત્રિકોણ. બધા ખુણા જેમાં ઉન કાટખુણુ હોય એવા ત્રિકોણને ઉન કાટખુણુ ત્રિકોણ કહે છે. (Acute-angled T.)

ઉપસિદ્ધાંત. સિદ્ધાંતના ઉપરથી સદૃજ રીતે નીકળતા બીજા સિદ્ધાંતને ઉપસિદ્ધાંત કહે છે. (Corollary.)

એક કાટખુણુપૂર્ણ ખુણો. જે બે ખુણાનો સરવાળો એક કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને એક કાટખુણુપૂર્ણ યા કાટિ ખુણો કહે છે. (Complementary Angle.)

એક બિંદુ ગામી જે લીટીઓ એકજ બિંદુમાં અસપરસ છે તેઓને એક બિંદુગામી કહે છે. (Concurrent.)

એક લીટી સ્થાયી. જે બિંદુઓ એકજ સીધી લીટી ઉપર આવી શકે તેને એક લીટી સ્થાયી કહે છે. (Collinear.)

કક્ષા. આપેલા શરત પ્રમાણે એક બિંદુના ખસવાથી જે લીટી દોરાય તેને કક્ષા કે નિધાન કહે છે. (Locus or Orbit)

કર્ણ લીટી. સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી કર્ણ યા કર્ણ લીટી કહેવાય છે. (Diagonal. Hypotenuse.)

કળા. અંશના ૬૦મા ભાગને કળા કહે છે. (Minute.)

કાટખુણો. જ્યારે એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટી ઉપર એવી રીતે પડે કે પાસેપાસેના ખુણા બરાબર હોય તો તે દરેક ખુણો કાટખુણો કહેવાય છે. (Right Angle.)

કાટખુણુ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને કાટખુણુ ત્રિકોણ કહે છે. (Right-angled Triangle.)

કૃત્ય. જે સિદ્ધાંતમાં કાંઈ નવું બનાવવું હોય તેને કૃત્ય યા કૃત્ય સિદ્ધાંત કહે છે. (Problem.)

કાટિખુણો. જુઓ એક કાટખુણુપૂર્ણ ખુણો. (Acute Angle)

કોણ અંતર. નીચે કે ઉપરના સ્થાનને સાંધનારી લીટી ક્ષિતિજ લીટી સાથે જે ખુણો કરે તેને કોણ અંતર કહે છે. (Bearing.)

કૌંસ. પરિધના કોઈ પણ ભાગને કૌંસ કહે છે. (Arc.)

ખંડ. વર્તુળમાં પરિધ સુધીની કાષ્ટ પણ સીધી લીટી અને કૌંસની વચ્ચેના ભાગને ખંડ કહે છે. (Segment of a circle.)

ખુણો. જ્યારે બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને મળે છે ત્યારે બન્નેની વચ્ચેના ગાળાને ખુણો યા કોણ કહે છે. (Angle.)

ઘન વસ્તુ. જેને લંબાઈ, પહોળાઈ અને જડાઈ હોય તેને ઘન વસ્તુ કે પદાર્થ કહે છે. (Solid.)

ચતુષ્કોણ. ચાર સીધી લાંટીથી નિયમિત થયેલી આકૃતિને ચતુષ્કોણ કહે છે. (Quadrilateral.)

ચોરસ જે લંબ ચોરસમાં પાસે પાસેની બાજુઓ અરસપરસ બરાબર હોય તેને ચોરસ યા સમચોરસ કહે છે. (Square.)

જાંબ. જે સીધી લીટી વર્તુળમાં આવી રહી પરિધ ઉપર હેઠ પામે છે તેને જાંબ કહે છે. (Chord)

ટ્રાપિઝ્યમ. જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની એક જ જોડ સમાન્તર સીધી લીટી હોય તેને ટ્રાપિઝ્યમ કહે છે. (Trapezium.)

ત્રિકોણ. ત્રણ સીધી લીટીથી નિયમિત થયેલી આકૃતિને ત્રિકોણ કહે છે. (Triangle)

ત્રિજ્યા. વર્તુળના મધ્યબિંદુથી જે સરખી લીટીઓ પરિધ સુધી દોરીએ તેને ત્રિજ્યા કહે છે. (Radius.)

દશકોણ. દશ બાજુથી નિયમિત થયેલી આકૃતિને દશકોણ કહે છે. (Decagon)

દ્વાદશકોણ. બાર બાજુથી નિયમિત થયેલી આકૃતિને દ્વાદશકોણ કહે છે. (Duodecagon.)

દિઘકાટખુણુ. બે કાટખુણાની બરાબર જે ખુણો હોય તેને દિઘકાટખુણુ કહે છે. (Straight Angle.)

દિઘકાટખુણુપૂર્ણ ખુણો. જ્યારે બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય ત્યારે તે દરેકને દિઘકાટખુણુપૂર્ણ યા ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કહે છે. (Supplementary Angle)

નવકોણ. નવ બાજુથી નિયમિત થયેલી આકૃતિને નવકોણ કહે છે. (Nonagon.)

નિગમન. સિદ્ધાંતના સમાપ્તિ ભાગને નિગમન કે સમાપ્તિ કહે છે. (Conclusion.)

નિધાન. કોઇપણ આપેલી શરત પ્રમાણે જુદી જુદી સ્થિતિમાં જવાથી એક બિંદુથી જે લીટી યા લીટીઓ (વક્ર યા સીધી) દોરાય. તેને તે બિંદુનું નિધાન કહે છે. (Locus.)

નિયમિત બહુકોણ. જેમાં બધી બાજુ અને બધા ખુણા સરખા હોય તેને નિયમિત બહુકોણ કહે છે. (Regular Polygon.)

ન્યૂનતાપૂરક ખુણો. જુઓ દ્વિકાટખુણપૂર્ણ (Supplementary Angle.)

પક્ષ. સિદ્ધાંતમાં જે ભાગ આપેલો હોય તેને પક્ષ યા પક્ષ ભાગ કહે છે. (Data. Hypothesis.)

પંચકોણ. પાંચ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને પંચકોણ કહે છે. (Pentagon.)

પરિધ. જે વક્ર લીટીથી વર્તુળની હદ નિયમિત થએલી હોય તેને પરિધ અથવા પરિધિ કહે છે. (Circumference.)

પરિમિતિ. કોઇ પણ આકૃતિની બધી બાજુના સરવાળાને પરિમિતિ કહે છે. (Perimeter.)

પહોળો ખુણો. એક કાટખુણાથી મોટો પણ બે કાટખુણાથી નાનો હોય એવા ખુણાને પહોળો ખુણો કહે છે. (Obtuse Angle.)

પહોળખુણ ત્રિકોણ. કોઇપણ ત્રિકોણમાં બે એક ખુણો પહોળો હોય તો તેવા ત્રિકોણને પહોળખુણ ત્રિકોણ કહે છે. (Obtuse angled Triangle)

પાસે પાસેના ખુણા. એકજ શાખા લીટીની આસપાસ આવેલા ખુણાઓ પાસે પાસેના ખુણા કહેવાય છે. (Adjacent Angles.)

પ્રતીપ સિદ્ધાંતો. જ્યારે બે સિદ્ધાંતમાં એકનો પક્ષ ભાગ બીજાનો સાધ્ય ભાગ હોય અને એકનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે તે બન્ને સિદ્ધાંતો એક બીજાના પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો કહેવાય છે. (Converse Propositions.)

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ જે પ્રમાણુની સત્યતા ખીજ વધારે સાબિતી વિના પોતાની મેળે પ્રત્યક્ષ દેખાઇ આવે તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ કહે છે. (Axiom.)

પ્રતિજ્ઞા. કોઇ સિદ્ધાંતમાં જે સાબિત કરવાનું હોય અથવા રચવાનું હોય તે જ્યારે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં સૂચવવામાં આવે ત્યારે તેને સિદ્ધાંતની પ્રતિજ્ઞા કહે છે. (Enunciation.)

પ્રમેય સિદ્ધાંત. જે સિદ્ધાંતમાં કાંઇ સિદ્ધ કરવાનું હોય તેને પ્રમેય યા પ્રમેય સિદ્ધાંત કહે છે. (Theorem.)

બહુકોણ. પાંચ અથવા વધારે સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને બહુકોણ કહે છે. (Polygon.)

બિંદુ. જેને ફક્ત સ્થિતિજ હોય પણ લંબાઈ, પહોળાઈ, જડાઈ યા ઉંચાઈ કોઇ પણ પરિમેય ન હોય તેને બિંદુ કહે છે. (Point.)

બેરિંગ. જુઓ કોણ અંતર. (Bearing.)

મધ્યગા. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ અને સામેની બાજુના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે. (Median.)

મધ્યબિંદુ. વર્તુળમાં જે મુકરર બિંદુથી પરિધ સુધી સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનું મધ્યબિંદુ કહે છે. (Centre of a Circle.)

મળતા આવતા ખુણા. એકજ દિશા તરફ જતી બન્ને લીટીની વચ્ચેના, યા સરખી બાજુની સામસામેના મળતા આવતા ખુણા છે. (Corresponding Angles.)

મીનીટ. જુઓ કળા. (Minute.)

શાખાલીટીઓ. જે સીધી લીટીઓની વચ્ચે ખુણો થયો હોય તેને ખુણાની શાખાલીટીઓ કહે છે. (Arms of an Angle.)

ષટ્કોણ. ૭ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ષટ્કોણ કહે છે. (Hexagon.)

સમકેન્દ્ર વર્તુળો. જે વર્તુળોનું મધ્યબિંદુ એકજ હોય તેને સમકેન્દ્ર વર્તુળો કહે છે. (Concentric Circles.)

સમચોરસ. જુઓ ચોરસ. (Square.)

સપાટ આકૃતિ. સપાટ સદ્દાષમાં આવેલી આકૃતિને સપાટ આકૃતિ કહે છે. (Plane figure.)

સપાટ સદ્દાષ. સીધો લીટીની બનેલી સદ્દાષને સીધી યા સપાટ સદ્દાષ યા સમતલપૃષ્ઠ કહે છે. (Plane Surface)

સપ્તકોણ. સાત બાજુથી નિયમિત થયેલી આકૃતિને સપ્તકોણ કહે છે. (Heptagon.)

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણની ગમે તે બે બાજુઓ સરખી હોય તેને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કહે છે. (Isosceles Triangle.)

સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ. જે ટ્રાપિજ્યમની સમાન્તર નહિ એવી બાજુઓ સરખી હોય તેને સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ કહે છે. (Isosceles Trapezium.)

સમબહુકોણ. જે બહુકોણમાં સર્વ બાજુઓ સરખી અને સર્વ ખુણાઓ સરખા હોય તેને સમબહુકોણ કહે છે. (Regular Poly.)

સમબાજુ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણની ત્રણે બાજુ સરખી હોય એવા ત્રિકોણને સમબાજુ ત્રિકોણ કહે છે. (Equilateral Triangle.)

સમાધાન સ્થિતિ. એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર મૂકવામાં આવે ત્યારે તે રીત સમાધાન સ્થિતિ કહેવાય છે. (Superposition.)

સમાન્તર લીટીઓ. કોઈ પણ લીટીઓ એકજ સદ્દાષમાં એવી રીતે આવી હોય કે તેઓને ગમે તે બાજુએ લંબાવતાં કદી પણ એક બીજીને મળે નહિ તો તેઓ સમાન્તર લીટીઓ છે. (Parallel St. lines.)

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ. જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ સમાન્તર હોય તેને સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે. (Parallelogram.)

સમાપ્તિ. જ્યારે સિદ્ધાંતમાં માગેલી સત્યતા પૂર્ણ કરી છે એમ કહેવામાં આવે છે ત્યારે તેને સમાપ્તિ કહે છે. (Conclusion.)

સદ્દાષ. જેને લંબાઈ અને પહોળાઈ ફક્ત હોય પણ જડાઈ યા ઉંચાઈ ન હોય તેને સદ્દાષ કહે છે. (Superficies.)

સમ્મિતરૂપ આકૃતિ. આકૃતિને તેની અંદર આવેલી કોઈ સીધી લીટીની આસપાસ વાળતાં જે બન્ને ભાગો બરાબર સ્થાનોપરિ સ્થિ-

તિથી મળી જાય તો તેને સમ્મિતરૂપ આકૃતિ કહે છે, અને આવી લીટીને સમ્મિતરૂપ ધરી યા આંસ કહે છે. (Figure, and Axis of Symmetry.)

સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ. જ્યારે આકૃતિ તેની અંદર આવેલા કોઈ બિંદુની આસપાસ સમ્મિતરૂપ હોય ત્યારે એવા બિંદુને સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ કહે છે. (Centre of Symmetry.)

સ્થાનોપરિ સ્થિતિ. જો એક આકૃતિને બીજી ઉપર મૂકીએ તો આવી સ્થિતિને સ્થાનોપરિ સ્થિતિ કહે છે. (Superposition.)

સાધન. સિદ્ધાંતમાં જ્યારે પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિની સાથે સંબંધથી વર્ણવામાં આવે ત્યારે તેને સાધન કહે છે. (Parti. Enunci.)

સાધ્ય. સિદ્ધાંતમાં માર્ગદર્શક ભાગને સાધ્ય કહે છે. (Conclusion.)

સાંકડો ખુણો. એક કાટખુણાથી જે ખુણો નાનો હોય તેને સાંકડો ખુણો કે ઉનકાટખુણુ કહે છે. (Acute Angle.)

સાંકડાખુણુ ત્રિકોણ. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં જો ત્રણે ખુણા સાંકડા ખુણા હોય તો તેને સાંકડાખુણુ ત્રિકોણ કહે છે. (Acute-ang. T.)

સામસામેના ખુણા. કોઈ પણ એ સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો આ શિરોબિંદુ આગળ તેજ એ લીટી બેના જુદા જુદા ભાગોની રચેના ખુણા સામસામેના ખુણા છે. (Vertically Opposite Angles.)

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા. જુઓ ઉદ્દેશ (General Enunciation.)

સિદ્ધતા. સિદ્ધાંતમાં જે સત્યતા સિદ્ધ કરવાની હોય અથવા રચવાની હોય તે જ્યારે સિદ્ધ કરવામાં આવે અથવા રચવામાં આવે ત્યારે જે ભાગમાં સિદ્ધ કરીએ તેને સિદ્ધતા કહે છે. (Proof.)

સીધી લીટી. જે લીટી પોતાની આખી લંબાઈમાં એકથી બીજી બિંદુ સુધી એક જ દિશા રાખે તેને સીધી લીટી કહે છે. (St. Line.)

સીધી લીટી આકૃતિ. જે આકૃતિની હદ સીધી લીટીથી નિયમિત થયેલી હોય તેને સીધી લીટી આકૃતિ કહે છે. (Rectilinear Fig.)

સીધી સપાટ. જુઓ સપાટ સપાટ. (Plane Surface.)

બેઠક. બીજીટનો ૬૦ મો ભાગ. (Second.)

સ્વીકૃત કૃત્ય. જે કૃત્ય આપણે કબુલી લઇએ છીએ તેને સ્વીકૃત કૃત્ય કહે છે. (Postulate.)

રચના. સિદ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે કોઈ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે ત્યારે તેને રચના કહે છે. (Construction.)

રીફ્લેક્સ ખુણો. જુઓ અંતર્ગામી ખુણો. (Reflex Angle.)

રૉમ્બસ. જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ અરસપરસ બરાબર હોય પણ ખુણા કાટખુણા ન હોય તેને રૉમ્બસ કહેવામાં આવે છે. (Rhombus.)

લંબ. બે સીધી લીટીઓ જો કાટખુણે છેદે તો તે દરેક એક બીજીને લંબ છે એમ કહેવાય છે. (Perpendicular.)

લંબચોરસ. જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખુણું કાટ-ખુણું હોય તેને લંબચોરસ કહે છે. (Rectangle)

લંબછેદનબિંદુ. ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબ જે બિંદુમાં એક બીજીને છેદે તે બિંદુને ત્રિકોણનું લંબ છેદન બિંદુ કે લંબ સંપાત બિંદુ કહે છે. (Orthocentre.)

લીટી. જેને ફક્ત લંબાઇ જ હોય પણ પહોળાઈ અને જડાઇ કોઈ પણ ન હોય તેને લીટી કહે છે. (Line)

વક્ર લીટી. જે લીટી પોતાની લંબાઇમાં એક બિંદુથી બીજા કોઈ બિંદુ સુધી દિશા બદલે છે તેને વક્ર લીટી કહે છે. (Curved Line.)

વક્ર સપાટી. વક્ર લીટીની બનેલી સપાટીને વક્ર સપાટી કહે છે. (Curved Surface.)

વર્તુળ. આકૃતિની એવી એક વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંડે. એક મુકરર બિંદુમાંથી કોઈ પણ સીધી લીટી અંતર હંમેશા એક જ રહે તો તે આકૃતિને વર્તુળ કહે છે; અને આ વક્ર લીટીને વર્તુળનો પરિધ કહે છે. (Circle.) (Circumference)

વિકળા. કળાનો ૬૦ મા ભાગ. (Second)

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા. જુઓ સાધન. (Particular Enunci.)



વિષમકોણ. જે સીધી લીટી આકૃતિમાં ખુણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ વિષમ કોણ કહેવાય છે. (Irregular Figure.)

વિષમ ચતુરસ. જુઓ રોમ્બસ. (Rhombus.)

વિષમ બહુકોણ. જે બહુકોણમાં આજુ યા ખુણા બરાબર ન હોય તેને વિષમ બહુકોણ કહે છે. (Irregular Polygon.)

વિષમઆજુ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણમાં ત્રણે આજુએ અસપરસ બરાબર ન હોય તેને વિષમઆજુ ત્રિકોણ કહે છે. (Scalene Tri.)

વ્યાસ. વર્તુળમાં જે સીધી લીટી મધ્યબિંદુમાંથી થઇને પરિઘ ઉપર બંને આજુએ હદ પામે છે તેને વ્યાસ કહે છે. (Diameter.)

વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો. જુઓ પ્રતીપ સિદ્ધાંતો. (Converse Propositions. )

## ગણતરીના પ્રશ્નોના જવાબો.

પાનું ૧૮. (૪) ૧" = ૨૫.૪ મી. મી.

પાનું ૨૩. (૧) ૧૦૫; ૮૮૦; ૪૮૦ મા. (૨) ૮૫૦; ૧૦૫૦; ૫૮૦; ૫૪૦ મા. (૩) ૭ ફુટ; ૬.૨ ફુટ; ૮.૩ ફુટ. (૪) ૪૪૦૦ ફુટ (૧૭) ૫૦ ફુટ. (૧૮) ૩૬ ફુટ. (૧૯) ૧૧.૭' (૨૦) ૧૨.૫ મી. (૨૧) ૧૭.૧૬". ૨૨.૮ મા. (૨૩) ૩૧.૨ મા. (૨૪) ૩૦ મા. (૨૫) ૨૮.૬ મા. (૨૬) ૧૧.૪ મા. (૨૭) ૨૧૫.૦૫ મા. (૨૮) ૮.૪૮ મા. (૨૯) ૩૮.૨ મા. (૩૦) ૧૫૦ ફુટ.

પાનું ૫૦. (૧) ૨૮.૯ મા.; ૫૦ ૨૪° ઉં (૨) ૨૨ મા.; ૬૦ ૩૧° પૂં; ૫૦ ૨૮.૬° ૬૦ (૩) ૪૩.૪ મા.; ૬૦ ૨૨° પૂં (૪) ૫૦ ૭૫° ઉં; ૫૦ ૭૫° ઉં (૫) ૮.૬ મા.; (૬) ૯.૨ મા.; ૫૦ ૫૮° ૬૦ (૭) ૬.૫ મા. ૬૦ ૨૭.૬° પૂં (૮) ૩૨.૮ મા.; પૂં ૨૭.૬° ૬૦ (૯) ૩૨.૮ મા.; ૫૦ ૪૦° ઉં (૧૦) ૭૭; ૨૭૪ મા.

(૧૧) ૮૭.૪ મા., ૫૦ ૫૮ $\frac{1}{2}$ ° ઉં (૧૨) ૫૬.૯ કુટ; (૧૩) ૭૦.૭ કુટ (૧૪) ૬૧૦ કુટ; ૪૭૦ કુટ. (૧૫) ૪|| ઈંચ.

પાનું ૯૨. (૩૫) અનુક્રમે ૫; ૩૬; ૯; ૧૨. (૩૭) અનુક્રમે ૧૨; ૯; ૨૪; ૪; ૧૫; ૩૬.

પાનું ૧૬૪. (૧૦) અનુક્રમે ૫; ૩૬; ૩૬૦; ૨૪૦. (૧૨) અનુક્રમે ૧૨; ૩૦; ૯; ૪૦; ૨૪; ૧૦; ૪; ૧૫; ૬૦; ને ૩૬;

પાનું ૧૬૦. (૫) અશક્ય.

પાનું ૨૧૦. (૧૦) એક કાટખુણો.

પાનું ૨૧૧. (૫) એક કાટખુણો.

પાનું ૨૨૫. (૧) ૧૨૦°. (૨) દરેક ૨.૨". (૩) કન = મક = ૧.૬"; અમ = મહ = ૨.૮"

પાનું ૨૩૭. (૧૧) ૧ ઈંચ. (૧૨) ૦.૬"; ૧.૧"

પરચુરણ પ્રશ્નો, પાનું ૨૪૮. (૧)  $\angle$ ક =  $\angle$ ક = ૫૦° (૨૪) ૪|| કુટ. (૨૬) ૬૩૫ વાર. (૨૭) ૨૭ કુટ. (૨૮) ૪૧૮ વાર; ૪૪°. (૪૮) ૨૪; ૧૨; ૯; ૩૦, (૬૧) આજી ૪.૩ ઈંચ; ખુણા ૫૨°, ૫૨°, ૭૬°.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો સમાપ્ત.

## બીજાં પુસ્તકો.

૧. ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો (મંજુર છે. નવી આવૃત્તિ) રૂ. ૦-૧૨-૦
- ૨ નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો (મંજુર છે.) રૂ. ૦-૧૨-૦
૩. નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો ખુલાસો. રૂ. ૧-૪-૦
૪. જ્યુનીઅર અંકગણિત (મંજુર છે.) રૂ. ૦-૧૩-૦
૫. જ્યુનીઅર અંકગણિતનો આણુપાણુનો વધારો રૂ. ૦-૦-૬
૬. પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૧ લો. (મંજુર છે.) રૂ. ૦-૬-૦
૭. Senior Arithmetic. (Ready) Rs. 1-8-0

## ઉપલાં બધાં પુસ્તકો નીચેને ઠેકાણેથી મળે.

૧. મી. કરસનદાસ નારણદાસ (સોલ એજન્ટ), નાણાવટ-સુરત;
૨. મી. મંગળદાસ હરકીસનદાસ, ભાગાતળાવ, સુરત;
૩. ગુજરાત ન્યૂ બુક ડીપો, મોગલ કોટ, નડીઆદ;
૪. એરીએન્ટલ બુક ડીપો, રીચીરોડ, અમદાવાદ;
૫. મી. બેચર મેથલ, રાજકોટ;
૬. મેસર્સ એન. એમ. ત્રિપાઠી, કાલબાદેવી, મુંબઈ; તથા
૭. તમામ શહેરોના બાણીતા બુકસેલરો; અને
૮. શ્રી. આર. નાયક, ગવર્નમેન્ટ હાઈ સ્કૂલ, સુરત;
૯. કે. ડી. દેશમુર્તિ, ગવર્નમેન્ટ હાઈ સ્કૂલ, મુંબઈ.

